

令和元年6月6日現在

機関番号：14303

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K05128

研究課題名(和文)幾何学における標準形理論の深化と応用

研究課題名(英文)Canonical forms in geometry and its applications

研究代表者

井川 治 (Ikawa, Osamu)

京都工芸繊維大学・基盤科学系・教授

研究者番号：60249745

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：・作用と呼ばれるHermann作用の一種に対しても対称三対は有効に働き、軌道空間や個々の軌道の性質を調べることが出来た。

・compact対称三対のある種の同値類の全体と擬リーマン対称対のある種の同値類の全体に一対一対応があることを見出した。これはCartanによるcompact型/非compact型リーマン対称空間の双対の一般化となるので、これを一般化された双対と名付けた。重複度付き対称三対とcompact対称三対の対応を用いることにより、Bergerによる擬リーマン対称対の分類定理に別証明を与えることが出来た。この見方でWirtinger不等式やその逆向きの不等式を見直すことが出来た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

超極作用、特にHermann作用、は重要な研究対象であるが、これまで詳しく調べられていたのはコンパクト対称空間へのイソトロピー群の作用であった。コンパクト対称空間へのイソトロピー群の作用の拡張であるHermann作用について詳しく調べることは、今後の幾何学における標準形理論の発展の基礎になる。

研究成果の概要(英文)：・For a given compact connected Lie group and an involution on it, we can define a hyperpolar action, which is called a  $\lambda$ -action. We studied the orbit space and the properties of the action using a symmetric triad. The result is a natural extension of maximal torus theory.

・There exists a one to one correspondence between the set of compact symmetric triads and that of pseudo-Riemannian symmetric pairs, which is a generalization of Cartan's duality which state a one to one correspondence between the local isomorphic classes of Riemannian symmetric spaces of compact type and the isometric classes of Riemannian symmetric spaces of noncompact type. Thus we call it the generalized duality. We found the applications of generalized duality to Wirtinger inequality and backward Wirtinger inequality.

研究分野：数物系科学 数学 幾何学

キーワード：対称空間 超極作用 Hermann作用 対称三対

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景 R. Hermann はコンパクト対称空間へのイソトロピー群の作用を拡張し、現在 Hermann 作用と呼ばれているものを定義し、Hermann 作用が変分完備であることと、超極作用であることを示した。超極作用の概念は、線形代数学における行列の対角化可能に相当する。2011 年筆者により重複度付き対称三対が定義され、Hermann 作用の軌道空間や個々の軌道の性質が調べられるようになった。

2. 研究の目的 「幾何学における標準形理論」とは、リーマン多様体に等長変換群が作用しているとき、任意の軌道が必ず形の良いある部分多様体と交わる、ということを目指す。

研究の目的は幾何学における標準形理論を構築し、応用することである。対称三対を用いて Hermann 作用を調べる。特に作用と呼ばれる Hermann 作用の一種に対しても対称三対の概念が有効であることを示す。

3. 研究の方法・具体的な作用に対しては、行列計算により、対称三対の概念が有効であることを示す。例外型コンパクト単純 Lie 群から構成される作用に対しては Vogan 図形を用いて、対称三対の概念が有効であることを示す。

4. 研究成果・作用と呼ばれる Hermann 作用の一種に対しても、対称三対は有効に働き軌道空間や個々の軌道の性質を調べることが出来た ([3])。

・compact 対称三対のある種の同値類の全体と擬リーマン対称対のある種の同値類の全体に一対一対応があることを見出した。これは Cartan による compact 型/非 compact 型リーマン対称空間の双対の一般化となっているので、これを一般化された双対と名付けた。さらに重複度付き対称三対と compact 対称三対の対応を用いることにより、Berger による擬リーマン対称対の分類定理に別証明を与えることが出来た。さらに、この見方で Wirtinger 不等式や逆向きの Wirtinger 不等式を見直すことが出来た。([1], [2])

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計3件)

[1] Osamu Ikawa,  $\mu$ -actions and symmetric triads, Tohoku Math. J. (2018) 70, No. 4, 547--565.

[2] Kurando Baba, Osamu Ikawa and Atsumu Sasaki, A duality between compact symmetric triads and semisimple pseudo-Riemannian symmetric pairs with applications to geometry of Hermann type actions, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 211-221, (2017.9) DOI: [10.1007/978-981-10-5556-0\\_18](https://doi.org/10.1007/978-981-10-5556-0_18)

[3] Osamu Ikawa, The geometry of orbits of Hermann type actions, Contemporary perspectives in differential Geometry and its related fields, 67--78, World sci. publ. (2017) DOI: [10.1142/978981322091\\_0005](https://doi.org/10.1142/978981322091_0005)

[学会発表](計9件)

[1] 2019. 3. 6, 2019 井川治, 名城幾何学研究集会 「多様体上の種々の幾何構造の融合」一般化された双対, 重複度付き対称三対, 二重佐武図形とそれらの応用

[2] 2018.9.4, Osamu Ikawa, A generalization of the duality for Riemannian symmetric spaces and its applications, ICDG2018, Veliko Tarnovo Univ., Bulgaria.

[3] 2018.3.20, 馬場蔵人, 井川治, 笹木集夢, キャリブレーション等式と超極作用, 日本数学会年会, 於 東京大学

[4] 2018.3.20, 馬場蔵人, 井川治, 笹木集夢, 擬リーマン幾何学におけるキャリブレーション等式と双対性, 日本数学会年会, 於 東京大学

[5] 2018.3.20, 奥田隆幸, 井川治, 入江博, 酒井高司, 田崎博之,

複素旗多様体内の二つの実形の交叉の Floer ホモロジー，  
日本数学会年会，於 東京大学

[6] 2017. 11. 30, 井川治, キャリブレーションの不等式の群作用による統一的証明, 部分多様体論・湯沢 2017

[7] 2016.9.17, 馬場蔵人, 井川治, 笹木集夢,  
A duality between semisimple pseudo-Riemannian symmetric pairs, 於 関西大学  
日本数学会

[8] 2016.9.17, 馬場蔵人, 井川治, 笹木集夢, 半単純擬リーマン対称対  
の分類の別証明-コンパクト対称三対の視点から-, 於 関西大学  
日本数学会

[9] 2016.9.7, Osamu Ikawa, The geometry of orbits of Hermann type actions,  
ICDG2016, Veliko Tarnovo Univ., Bulgaria.

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕  
出願状況(計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年：  
国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号(8桁)：

### (2) 研究協力者

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。