

令和元年6月14日現在

機関番号：12101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K05190

研究課題名(和文) 解析関数の乗法演算と合成演算の代数構造と位相構造の研究

研究課題名(英文) Study on topological structure and algebraic structure of multiplication and composition of analytic functions

研究代表者

細川 卓也 (Hosokawa, Takuya)

茨城大学・理工学研究科(工学野)・准教授

研究者番号：90553579

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,600,000円

研究成果の概要(和文)：(1) シンボルの積 \cdot に対応する合成作用素 $C(\cdot, \cdot)$ の Bloch 空間上でのコンパクト性を、いくつかの場合に分けて、 \cdot と \cdot の双曲微分についての条件で分類した。また、little Bloch 空間上の場合、有界性についても分類した。

(2) 樹状グラフ上のリプシッツ空間と有界関数の空間 L^∞ との間に作用する荷重付き合成作用素の有界性とコンパクト性を特徴付けた。また、荷重付きリプシッツ空間の間の積分作用素の有界性とコンパクト性を特徴付けた。

(3) Bergman 空間から BMOA タイプの関数空間への積分作用素の有界性とコンパクト性を特徴付けた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究で得られた成果は、無限次元の自由度を持つ作用素と呼ばれる対象の性質を、対応するシンボル関数の有限次元の幾何学的情報で特徴付けるものである。このような研究の蓄積により、非常に複雑な現象を、断片的な情報を組み合わせることで表現し、少しずつ理解できるようになることが期待される。

研究成果の概要(英文)：(1) We characterized the compactness of composition operators induced by the products of two analytic self-maps on the Bloch space under some assumptions. We also characterized the boundedness on the little Bloch space.

(2) We characterized the boundedness and the compactness of weighted composition operators acting from the Lipschitz space to the space of bounded functions on a tree. We also characterized the boundedness and the compactness of integral operators between the weighted Lipschitz spaces on a tree.

(3) We characterized the boundedness and the compactness of integral operators acting from the Bergman spaces to the BMOA-type spaces on the unit disk.

研究分野：数学

キーワード：合成作用素 荷重付き合成作用素 解析関数空間 複素解析学 積分作用素 樹形グラフ

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

解析関数空間上の作用素の研究では、古典的な函数論の問題を関数解析的な視点で捉え直すことで多くの結果が得られ、またそこから新たな問題を見出してきた。そのような問題の一つに、合成作用素の集合の位相構造がある。これは、1990年代に Shapiro-Sundberg の論文を始めとして、Hardy 空間や Bergman 空間上の場合に盛んに研究されたもので、合成作用素の集合に作用素ノルムで位相を入れたときに、連結成分や孤立点を特徴付けることを主要な問題としていた。研究代表者は、2000年代以降、有界正則関数空間 H や Bloch 空間上の場合の合成作用素の集合の位相構造について研究してきた。

上記の合成作用素の集合の位相構造の研究を通じて、研究代表者は合成作用素とそのシンボルとの対応を関手的に捉えることで、作用素の集合とシンボルの集合のそれぞれの位相構造と代数構造の関係性を調べるという問題意識を持つに至った。より具体的には、シンボルの集合の持つ代数構造の一つである積に着目し、シンボル σ とに対応する合成作用素 C_σ と C_τ の性質が、シンボルの積 $\sigma \cdot \tau$ に対応する合成作用素 $C_{\sigma \cdot \tau}$ にどのように反映されるのかを調べる、という問題である。

一方で、単位円板上の解析関数空間の離散モデルとして、樹状グラフ上の関数空間、およびその上の作用素の理論がある。すでに樹状グラフ上の関数空間に対しても合成作用素や乗法作用素の研究が行われていたが、自然な一般化である荷重付き合成作用素や積分作用素の研究は行われていなかった。研究代表者は、この点に注目し、樹状グラフ上の関数空間における荷重付き合成作用素や積分作用素の研究にも興味を持つようになった。

2. 研究の目的

本研究課題の研究目的は、単位円板上の解析関数空間上の合成作用素、掛け算作用素、及びそれらの積である荷重合成作用素の有界性やコンパクト性を始めとする関数解析学的な諸性質と、シンボル関数の代数構造の関係性を、シンボル関数についての境界挙動や双曲距離、双曲微分、Nevanlinna 個数関数などの函数論的性質によって記述することである。

また、樹状グラフ上の関数空間の研究、およびその上の荷重付き合成作用素や積分作用素の研究も目的とする。

3. 研究の方法

(1) シンボルが積 $\sigma \cdot \tau$ の形をした合成作用素 $C_{\sigma \cdot \tau}$ の研究については、研究分担者の大野修一氏と連携して行う。すでに得られているシンボルが σ の場合の結果を元にして、一般の積 $\sigma \cdot \tau$ の場合について拡張していく。

(2) 樹状グラフ上の関数空間における荷重付き合成作用素や積分作用素の研究は、研究分担者の瀬戸道生氏と連携しながら研究を進めていく。研究代表者が過去に研究を行ってきた単位円板上の解析関数空間の場合についての知見と、瀬戸氏の樹状グラフ上の関数空間の知見を元にして、研究を進めていく。

4. 研究成果

(1) 研究代表者は、研究分担者の大野修一氏との共同研究で、シンボルの積 $\sigma \cdot \tau$ に対応する合成作用素 $C_{\sigma \cdot \tau}$ の Bergman 空間上でのコンパクト性を σ と τ の角微分についての条件で特徴付けている。Bloch 空間上の場合は、Bergman 空間の場合に比べて状況が複雑であり、いくつかの場合に分けて、 $C_{\sigma \cdot \tau}$ がコンパクトになる場合とならない場合を、 σ と τ の双曲微分についての条件で分類した。

また、little Bloch 空間上の場合は、合成作用素の有界性が自明ではないため、 $C_{\sigma \cdot \tau}$ の有界性とコンパクト性について、 σ と τ の双曲微分についての条件で分類した。

(2) 研究代表者は、樹状グラフ上のリプシッツ空間と有界関数の空間 L^∞ との間に作用する荷重付き合成作用素を考え、その有界性とコンパクト性を特徴付けた。また、荷重付き合成作用素が等距離作用素にはならないことも示した。

また、荷重付き合成作用素の下からの有界性に対応する単射性半径および全射性半径を決定した。この系として、荷重付き合成作用素の下からの有界性の特徴付けも得られている。

(3) 研究代表者は、研究分担者の大野修一氏との共同研究で、Bergman 空間から BMOA タイプの関数空間への積分作用素の有界性とコンパクト性を特徴付けた。

(4) 研究代表者は、樹状グラフ上の荷重付きリプシッツ空間の間に作用する積分作用素を考え、その有界性とコンパクト性を特徴付けた。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 5 件)

1. (査読有) Sin-Ei Takahasi, Takeshi Miura, Hirokazu Oka, Characterization of distributive semigroup operations on the positive real numbers, Semigroup Forum, (2019), 1-20. <https://doi.org/10.1007/s00233-019-10006-3>

2. (査読有) Shuichi Ohno, The Toeplitzness of weighted composition operators, Commun. Korean Math. Soc., 33(2018), 507-513. <https://doi.org/10.4134/CKMS.c170171>
3. (査読有) Sin-Ei Takahasi, Hiroyuki Takagi, Takeshi Miura, Hirokazu Oka, Semigroup operations distributed by the ordinary multiplication or addition on the real numbers, Publicationes Mathematicae Debrecen, 91(2017), 297-307. <http://publi.math.unideb.hu/contents.php?szam=91>
4. (査読有) Toshikazu Abe and Keiichi Watanabe, Finitely generated gyrovector subspaces and orthogonal gyrodecomposition in the Moebius gyrovector space, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 449(2017), 77-90. <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2016.11.039>
5. (査読有) Toshikazu Abe, The equivalence of gyrocommutative gyrogroups and K-loops, Nihonkai Mathematical Journal, 28(2017), 69-78. <https://projecteuclid.org/euclid.nihmj/1520391685>

〔学会発表〕(計 33 件)

2018 年度

1. 細川卓也, 大野修一, Composition operators induced by products of analytic self-maps, AMS Sectional Meeting, AMS Special Session (招待講演、国際学会), Hawaii University
2. 阿部敏一, メビウスジャイロベクトル空間の構造について, 2018 年度つくばセミナー, 筑波大学
3. 瀬戸道生, ハーディ空間上の作用素論と不定値内積空間, 作用素論・作用素環論研究集会 2018 (招待講演), 静岡大学静岡キャンパス
4. 瀬戸道生, Applications of de Branges-Rovnyak decomposition to Graph Theory, Recent Advances in Operator Theory and Operator Algebras 2018 (招待講演、国際学会), Indian Statistical Institute, Bangalore
5. 細川卓也, Integral operators acting from Bergman spaces to BMOA-type spaces, 2018 年度関数環研究集会, 金沢医科大学
6. 阿部敏一, mean と代数的中点, 第 92 回米沢数学セミナー, 山形大学工学部
7. 阿部敏一, 平均を代数的中点にもつ代数構造について, 第 55 回関東作用素論セミナー, 東京理科大学神楽坂キャンパス
8. 阿部敏一, A geometric inequality and isometries on the positive cone, 日本数学会秋季総合分科会, 関数解析学分科会, 岡山大学津島キャンパス
9. 阿部敏一, Algebraic structures for means, 2018 年度関数環研究集会, 金沢医科大学
10. 阿部敏一, Algebraic structures on \mathbb{R}^+ for means, Research on isometries as preserver problems and related topics (招待講演), 京都大学数理解析研究所
11. 細川卓也, On some operators on function spaces on trees, Real, Complex and Functional Analysis Seminar 2018, 神奈川大学横浜キャンパス
12. 細川卓也, Integral operators on function spaces on trees, 第 3 回防大函数解析セミナー, 防衛大学校
13. 阿部敏一, ジャイロベクトル空間と 2-cocycle の関係について, 第 3 回防大函数解析セミナー, 防衛大学校
14. 細川卓也, 写像の葉数と作用素の挙動について, 第 2 回防大函数解析セミナー, 防衛大学校
15. 阿部敏一, Mean に対する代数構造, 第 2 回防大函数解析セミナー, 防衛大学校

2017 年度

16. 細川卓也, Composition operators induced by products of self-maps, Real, Complex and Functional Analysis Seminar 2017, 岐阜大学教育学部
17. 細川卓也, 解析関数空間上の合成作用素の成す集合の位相構造について, 第 45 回関東作用素論セミナー, 東京理科大学神楽坂キャンパス
18. 大野修一, Composition operators on Hardy and weighted Bergman spaces, 第 42 回東北複素解析セミナー (招待講演), 東北大学情報科学研究科
19. 細川卓也, Composition operators with producted symbols, 第 40 回東北複素解析セミナー (招待講演), 東北大学情報科学研究科
20. 大野修一, Operator theoretic differences between weighted Bergman and Dirichlet spaces, 2017 年度関数環研究集会, 日本大学薬学部
21. 大野修一, The Toeplitzness of weighted composition operators, 日本数学会秋季総合分科会, 関数解析学分科会, 山形大学小白川キャンパス
22. 阿部敏一, Algebraic structures for means, RIMS 共同研究 (公開型) 等距離写像理論

と保存問題の多様な視点からの研究, 京都大学数理解析研究所

23. 阿部敏一, 正定値行列全体のジャイロ構造について, 作用素論・作用素環論研究集会 2017,
24. 阿部敏一, ジャイロ群に基づく線形空間の一般化とその部分空間, 第 44 回関東作用素論セミナー, 東京理科大学神楽坂キャンパス
25. 細川卓也, Differences of composition operators between Banach spaces on Tree, 第 5 回日立解析学セミナー, 茨城大学工学部
26. 大野修一, Operators on model spaces, 第 5 回日立解析学セミナー, 茨城大学工学部
27. 阿部敏一, 平均に関する代数構造について, 第 5 回日立解析学セミナー, 茨城大学工学部
28. 阿部敏一, 半正定値行列の基本的な性質について, 第 4 回日立解析学セミナー, 茨城大学工学部

2016 年度

29. 細川卓也, de Leeuw-Rudin's condition and products of analytic self-maps of the unit disk, 2016 年度関数環研究集会, 茨城大学工学部
30. 大野修一, The Toeplitzness of weighted composition operators, 2016 年度関数環研究集会, 茨城大学工学部
31. 大野修一, The hyperbolic derivatives of products of analytic self-maps of the unit disk, International Workshop on Function Theory (招待講演), Korea University
32. 泉地敬司, 泉地祐子, 大野修一, Topological properties of path connected components in spaces of weighted composition operators into L , 日本数学会秋季総合分科会, 関数解析学分科会, 関西大学
33. 瀬戸道生, 正則関数の組から導かれるクレイン空間上の等距離写像について, 等距離写像研究の多角的アプローチ, 京都大学数理解析研究所

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：大野 修一

ローマ字氏名：Shuichi Ohno

所属研究機関名：日本工業大学

部局名：工学部

職名：准教授

研究者番号（8桁）：20265367

研究分担者氏名：瀬戸 道生

ローマ字氏名：Michio Seto

所属研究機関名：防衛大学校

部局名：総合教育学群、人文社会学群、応用科学群、電機情報学群及びシステム工・総合教育学群

職名：准教授

研究者番号（8桁）：30398953

研究分担者氏名：岡 裕和

ローマ字氏名：Hirokazu Oka

所属研究機関名：茨城大学

部局名：理工学研究科（工学野）

職名：教授

研究者番号（8桁）：90257254

研究分担者氏名：阿部 敏一

ローマ字氏名：Toshikazu Abe

所属研究機関名：茨城大学

部局名：理工学研究科（工学野）

職名：助教

研究者番号（8桁）：40749157

(2)研究協力者

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。