

令和 2 年 5 月 28 日現在

機関番号：16301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16K05233

研究課題名(和文)非線形な拡散効果を伴う2種競争系の大域的な解構造の研究

研究課題名(英文)Global solution structure in a system of two competing species with nonlinear diffusion effect

研究代表者

観音 幸雄 (Kan-on, Yukio)

愛媛大学・教育学部・教授

研究者番号：00177776

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：重定・川崎・寺本(1979)は、競争関係にある2種の共存・棲み分け現象を理解するために、非線形な拡散(交叉拡散)効果を伴う反応拡散系(SKT)を提案した。系(SKT)は比較的に単純なものであるが、解の存在・非存在、空間的な様相、安定性などについて多くの未解決問題が残されている。本研究では、系(SKT)を交叉拡散効果と競争効果による古典的な2種競争系からの連続変形と捉え研究を進めた。交叉拡散係数または種間競争係数を非常に大きくしたとき、いくつかの縮約系を得ることができ、それら縮約系の解構造を検討した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究で得られた知見は、系(SKT)において交叉拡散係数や種間競争係数があまり大きくない場合についての研究を進める際の重要な手がかりになると期待している。また、研究の過程で得られた極限系には周期解が存在することが数値的に確認されているため、この縮約系の解析により、系(SKT)の複雑な解構造の一部が解明できると思われる。さらに、交叉拡散効果の影響を大きくしていくと、系(SKT)は2種競争系の枠組みから外れ、一般の反応拡散系へと変化していくことを考えると、一般の反応拡散系へ研究を進める際の重要な手がかりになると期待している。

研究成果の概要(英文)：In 1979, Shigesada, Kawasaki and Teramoto proposed a reaction-diffusion system (SKT) with nonlinear diffusion effect, in order to study the coexistence and segregation in a two competing species community. Although the system (SKT) is comparatively simple, open problems on the existence and nonexistence, the spatial profile, and the stability and so on have been still remained for the solution of the system (SKT). In this research, we studied a continuous deformation with respect to the cross-diffusion rate and the inter-specific competition rate, from the classical competition-diffusion system to the system (SKT). We derived some limiting systems from the system (SKT) when the cross-diffusion rate or the inter-specific competition rate is very large, and investigated the solution structure for their limiting systems.

研究分野：非線形解析

キーワード：2種競争系 極限系 解構造

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

生態学者であるガウゼは、同じ資源を利用する2種類のゾウリムシを用いた実験を行い、同じ環境下で同じ資源を利用する複数の種は共存できないというガウゼの競争排除則を提唱した。また、アメリカの数理科学者ロトカと、イタリアの数学者ヴォルテラが提案した数理モデルを用いた理論的な研究から、競争関係にある種が共存するためには、種間競争が種内競争よりも弱くなくてはならないことが知られている。しかし、水中の限られた環境と資源のもとで数多くの種類のプランクトンが生息している、つまり、競争排除則に矛盾している。このような競争排除則の問題点を解決するために、様々な仕組みを導入して、競争関係にある種の共存メカニズムが研究されてきた。

注目に値する研究の一つとして、重定・川崎・寺本 (1979) は、周りに競争相手が多くなればなるほど、居心地が悪くなり、現在の場所から他の場所へ移動する確率が増加する非線形な移動(交叉拡散)効果と2次の競争効果を組み込んだ競争2種の個体群密度の動態を記述する2種競争系(SKT)を提案した。系(SKT)は線形な拡散効果を伴う反応拡散系よりも強いカップリングをしており、生物学的だけでなく、数学的な観点からも興味深い反応拡散系である。提案されて以降、多くの研究者によって盛んに研究が行われてきているが、適切な解法が見つからないため、定常解や周期解の存在・非存在、安定性および大域的な解構造などについて、多くの未解決問題が残されている。

2. 研究の目的

系(SKT)において交叉拡散効果を表す係数を0とした古典的な2種競争系(CDS)については、研究代表者によるこれまでの研究成果により、定常解や進行波解の解構造について、かなりの部分に分かってきている。本研究では、系(SKT)において競争効果を一般化した系(mSKT)を交叉拡散効果と競争効果による系(CDS)からの連続変形として捉え、系(mSKT)の大域的な解構造を調べる。この解析を通して、系(SKT)の解構造、交叉拡散効果の役割、競争関係にある種の共存メカニズムを検討することを目的としている。

3. 研究の方法

系(mSKT)の非線形な拡散効果を線形な拡散効果に変換する変数変換は第1象限からそれ自身への全単射であることから、その変数変換により系(mSKT)は非線形な時間微分項と線形な拡散効果をもつ反応拡散方程式系(RDS)に書き直すことができる。本研究では、競争2種の住処のある球の内部とし、系(RDS)を交叉拡散効果と競争効果による系(CDS)からの連続変形と捉え、系(RDS)の球対称で正値な定常解および周期解の解構造について研究を進めた。

非線形な拡散効果を線形な拡散効果に変換する変数変換を行うと、利点としては、拡散効果が線形であるため、系(RDS)の定常問題については通常よく用いられている手法が適用でき、定常解の解構造は比較的取り扱いが易しくなることが期待できる。欠点としては、系(RDS)の時間微分の項に非線形性が現れ、系(CDS)で用いることができる比較定理のような手法がうまく機能せず、時間大域的な解挙動、例えば周期解の解析が難しくなる。このような利点と欠点を考慮しながら研究を進めた。また、大きな変形にも対応できるように、比較定理や分岐理論などの数学的な手法だけでなく、数値計算や数値的検証法などの数値的な手法も用いた。

(1) 定常解の解構造について

住処が1次元(有界区間)のとき、系(RDS)の定常問題がある条件をみたま非線形性をもてば、サドル・ノード型の二次分岐が数値計算により観察される。この場合の大域的な解構造が、住処の次元が高次元の場合の手掛かりとなるため、どのような条件のもとで二次分岐が起こるのかという問題について研究を進めた。

住処の次元が1より大きい場合には、定常問題が空間変数に依存することから、住処の次元が1の場合より解析が困難であるため、解の存在・非存在、一意性、空間的な様相などについて多くの部分が未解決である。これまでの研究で得られた研究成果を基に、定常解の大域的な解構造の研究を進めた。

(2) 周期解の出現メカニズムおよび解構造について

数値計算例では、周期解において、相の生成、遷移層の移動、一様化という3つの過程が繰り返されているように思われる。これらの過程において、解の動態を本質的に記述する微分方程式系を導出し、その解挙動を調べ、周期解の出現メカニズムおよび解構造の解明を試みた。

4. 研究成果

本研究では、変換された系(RDS)を主な研究対象とし、その非負な定常解および周期解の解構造を理解するために、種間競争係数や交叉拡散係数が非常に大きいと考えたときの縮約系を導出し、得られた縮約系の解構造について調べた。

(1) 種間競争係数が非常に大きい場合

種間競争係数の比と他のパラメータを固定し、種間競争係数を非常に大きくした場合について、系(RDS)から縮約された2種類の縮約系(A)および(B)を導出した。縮約系(A)は

Dancer ら (1999) が系 (CDS) から導出した縮約系と本質的に同じ系であり、この縮約系は振幅が比較的大きい解を記述しており、交差拡散効果を表すパラメータを含んでいない。縮約系 (A) は単独の反応拡散方程式に帰着できるため、Dancer ら (1999) の研究成果を適用することにより、縮約系 (A) の定常解の解構造は完全に決定できている。縮約系 (B) は正值定数解の周りで振幅が比較的小さい解を記述する系であり、縮約系 (A) と同様に、交差拡散効果を含むパラメータを含んでいない。縮約系 (B) は単独の反応拡散方程式に帰着できないために、その解構造はかなりの部分まで分かってきているが、数学的にはまだ完全に理解できていない。これらをまとめると、種間競争係数が他のパラメータに比べて非常に大きい場合には、数学的な証明をまだ与えることはできていないが、得られた縮約系から判断すると、交差拡散効果による影響が解構造に現れないことが示唆される。

(2) 交差拡散係数が非常に大きい場合

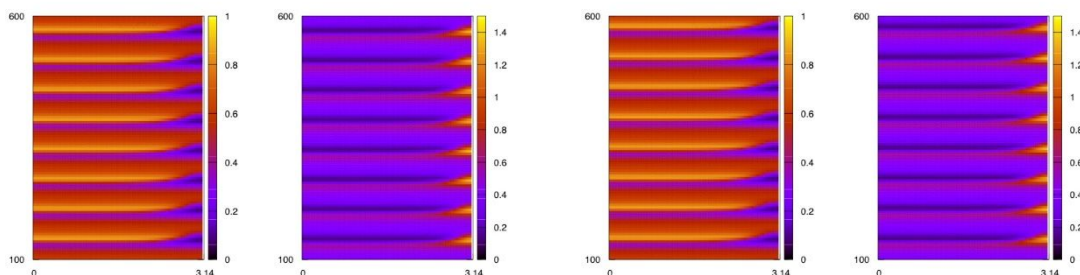
交差拡散係数の比 κ と交差拡散係数以外のパラメータを固定し、交差拡散係数を非常に大きくした場合について、系 (SKT) から縮約される縮約系を検討した。

$\kappa = 0$ の場合には、先行研究 Lou・Ni (1999) により理論的に得られている2種類の縮約系が導出できることを確認でき、この導出過程を再検討することにより、それぞれの縮約系の解が系 (SKT) のどのような解を示すのかを理解することができた。

$\kappa > 0$ の場合には、形式的な計算により、常微分方程式と偏微分方程式がカップリングした2成分縮約系 (C) を得ることができた。数値計算により、下図で示されるような周期解の出現が確認され、得られた縮約系 (C) の解挙動は単純ではないことが分かった。縮約系 (C) は最近導出されたものであるため、導出の妥当性や解構造などについて手が付いておらず、ほとんどが未解決問題として残されている。

系 (SKT) の数値解

縮約系 (C) の数値解



研究分担者の桑村は、系 (mSKT) についての研究だけでなく、保存量をもつ2成分反応拡散系についても研究を進めている。空間的に一様で時間周期的な解が拡散効果により不安定化し、空間的に非一様で時間周期的な安定な解に遷移するという現象を数学的な手法と数値的な手法を相互補完的に用いて調べている。

本研究を通して、これまでに提案されていない極限系 (C) を得ることができたが、この系の解構造の研究には、長期間のアプローチが必要であると考え、研究計画を再構築し、研究計画最終年度前年度応募を行い採択されている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Kan-on Yukio	4. 巻 40
2. 論文標題 On the limiting system in the Shigesada, Kawasaki and Teramoto model with large cross-diffusion rates	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - A	6. 最初と最後の頁 3561 ~ 3570
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2020161	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kan-on Yukio	4. 巻 30
2. 論文標題 On the Structure of Positive Solutions for the Shigesada-Kawasaki-Teramoto Model with Large Interspecific Competition Rate	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 International Journal of Bifurcation and Chaos	6. 最初と最後の頁 2050001 ~ 2050001
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0218127420500017	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kuwamura Masataka, Seirin-Lee Sungrim, Ei Shin-ichiro	4. 巻 78
2. 論文標題 Dynamics of Localized Unimodal Patterns in Reaction-Diffusion Systems for Cell Polarization by Extracellular Signaling	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 3238 ~ 3257
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1137/18M1163749	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Yukio Kan-on	4. 巻 97
2. 論文標題 Structure on the radially symmetric entire positive stationary solution for a competition-diffusion system	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Far East J. Appl. Math.	6. 最初と最後の頁 241 274
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) http://dx.doi.org/10.17654/AM097060241	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masataka Kuwamura and Hirofumi Izuhara	4. 巻 27
2. 論文標題 Diffusion-driven destabilization of spatially homogeneous limit cycles in reaction-diffusion systems	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Chaos	6. 最初と最後の頁 33112
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) http://dx.doi.org/10.1063/1.4978924	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件 (うち招待講演 5件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 観音幸雄
2. 発表標題 重定-川崎-寺本モデルの定常解の大域的な解構造について
3. 学会等名 非線形偏微分方程式の理論と応用 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yukio Kan-on
2. 発表標題 On limit systems and their solution structure for the Shigesada-Kawasaki-Teramoto model with large cross-diffusion rate
3. 学会等名 The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 観音幸雄
2. 発表標題 重定・川崎・寺本モデルから導出される極限系について
3. 学会等名 南大阪応用数学セミナー (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masataka Kuwamura
2. 発表標題 Dynamics of localized patterns in reaction-diffusion systems for cell polarization by extracellular signaling
3. 学会等名 The 43rd Sapporo Symposium on Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 観音幸雄
2. 発表標題 重定・川崎・寺本モデルの正值定常解の解構造について
3. 学会等名 反応拡散方程式と非線形分散型方程式の解の挙動 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 観音幸雄
2. 発表標題 重定・川崎・寺本モデルから導出される極限系とその解構造について
3. 学会等名 松山解析セミナー 2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 桑村雅隆, 李聖林, 栄伸一郎
2. 発表標題 保存量をもつ反応拡散方程式におけるパルス状局在解の挙動について
3. 学会等名 応用数学合同研究集会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Masataka Kuwamura
2. 発表標題 Diffusion driven destabilization of a spatially homogeneous limit cycle in reactiondiffusion systems
3. 学会等名 JSMB2016 (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	桑村 雅隆 (Kuwamura Masataka) (30270333)	神戸大学・人間発達環境学研究科・教授 (14501)	