#### 研究成果報告書 科学研究費助成事業

今和 2 年 9 月 2 1 日現在

機関番号: 22604

研究種目: 基盤研究(C)(一般)

研究期間: 2016~2019

課題番号: 16K05255

研究課題名(和文)ブール値探索コストの条件付き極値問題:資本対リスク比による手法の展開

研究課題名(英文)Constrained extremal problems on the search cost of Boolean values: Developing a

method based on the capital-risk ratio

#### 研究代表者

鈴木 登志雄(SUZUKI, Toshio)

首都大学東京・理学研究科・准教授

研究者番号:30235973

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文):本研究の代表的な成果はInformation Processing Letters誌139巻(2018年)13-17ページに掲載された論文である(DOIはhttps://doi.org/10.1016/j.ipl.2018.06.013). AND-OR木への付値(評価関数に相当する部分)の独立分布に対し、深さ優先でない探索を含めて考察した。このとき均衡点を与える探索アルゴリズムとして深さ優先なものの存在を証明した。これによって先行研究Suzuka-Niida (2015)での未解決 問題を肯定的に解決するとともに, Peng et al. (2017) 定理3を深さ優先でない場合へ拡張した.

研究成果の学術的意義や社会的意義 将棋やチェスのような二人ゼロサムゲームを計算機に行わせる際,ゲームがどんな風に進んでいく可能性があるかは,ゲーム木という樹形図で表現される.計算機はゲーム木を探索する.プログラムの実装はもちろん重要ではあるがそれらとは別に,ゲーム木探索について数学的な原理を探求するのもまた重要である.本研究が明らかにしたAND-OR木に対する諸定理は,ゲーム木探索の数学的な礎となるものである.とくに深さ優先でない探索についての定理が主要な成果である.

研究成果の概要(英文): The main result of this project is the paper published in Information Processing Letters 139 (2018), pages 13-17. Its DOI is https://doi.org/10.1016/j.ipl.2018.06.013. In this paper, we investigate algorithms, including non-depth-first ones, against independent distributions. We proved that an equilibrium point among independent distributions has optimal algorithm that is depth-first. By means of this theorem, we give positive answers to the questions in Suzuki-Niida (2015). In addition, we extend theorem 3 of Peng et al. (2017) to the non-depth-first case.

研究分野: 数学基礎・応用数学

キーワード: 数学基礎論 クス定理 数理論理学 計算可能性理論 ゲーム理論 人工知能 命題論理 最適化問題 ミニマッ

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等に ついては、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

#### 様 式 C-19、F-19-1、Z-19(共通)

#### 1.研究開始当初の背景

- (1) ゲーム木のミニマックス探索は知識情報処理(人工知能)にとって重要な対象であり,とくに値が二値の場合,すなわち木がAND-OR木の場合はプール関数の複雑さの観点からも興味深い.Knuth-Moore (1975) から Saks-Wigderson (1986) に至る先行研究の中でゲーム論的な均衡値のふるまいと,均衡点の特徴付けが研究されてきた.これらを発展させ,Liu-Tanaka (2009) は均衡点の特徴付けを行い,命題1:「真理値割り当ての確率分布dが独立分布の中で均衡点になるならば,dは独立同分布である」という主張をしたが,証明は与えなかった.
- (2) 後に我々は Suzuk-Niida (2015) (Annals of Pure and Applied Logic) において完全二分木の場合にこの主張に証明を与え,この話題の突破口を作った.Suzuk-Niida (2015) の背景にある着想は,Kumabe-Suzuki (2015) (Information and Computation) にある.Kumabe-Suzuki (2015) で我々は,ブール関数の複雑さに関する別の問題を解決するため,資本対リスクの比を用いて資源限定マルチンゲールを考察した.その着想を応用して,Suzuki-Niida (2015) では部分木の計算コスト期待値と部分木が値 0 をもつ確率の比に着目して条件付き極値問題の解法を与えたのである.

#### 2.研究の目的

- (1) AND OR木上に与えられた確率分布に対して最適なアルゴリズムを求める数理的手法を進展させる.
- (2) 深さ優先アルゴリズムのみを扱うという仮定を外しても Suzuki-Niida (2015) の主定理が成り立つかどうかを解決する.

#### 3.研究の方法

- (1) 研究の目的(1), (2)を解決するため,資本対リスク比の着想をAND-OR木に応用する方法をさらに発展させる.
- (2) 鈴木, 隈部に首都大学東京の水澤勇気氏(博士後期課程)を加えたメンバーで毎月1回程度研究打ち合わせを行う.また,東北大学の研究グループおよびシンガポールの研究グループと研究交流をするため,東北大学およびシンガポール国立大学を訪問する.

## 4. 研究成果

- (1) 2017 年に研究の目的(1),(2)を解決した.すなわち,深さ優先アルゴリズムのみを扱うという仮定を外しても,均衡点を与えるアルゴリズムとしては深さ優先アルゴリズムを選ぶことができ,かつ,真理値割り当ての確率分布 dが独立分布の中で均衡点になるならば,dは独立同分布である.シンガポール国立大学での国際研究集会(2017)および東京大学での学会(2018)で研究発表を行った.また,査読付きジャーナルにおいて論文を出版した(2018).
- (2) 深さ優先探索についての研究は,当初予期しない方向への発展もあった.その一つが,浅い木(高さ 2 )に特有の現象について首都大学東京の大学院生と行なった共同研究である.「独立分布に対して,最適なアルゴリズムとして深さ優先なものが存在するか」という問題群の,最後に残された場合に決着をつけた.すなわち,独立分布 d が均衡点であるかないかに関わらず,浅い木においては,d に対して最適となるアルゴリズムとして,深さ優先なものが必ず存在することを証明した.とくに Peng et al. (2017) のアルゴリズム DIRd がその条件をみたすことを示した.2018 年にプレプリント(arXiv:1804.06601[cs.DS])をオープンアクセスで公開し,ジャーナルに投稿した.また,明治大学での国際研究集会(2018)および岡山大学での学会(2018)で研究発表を行った.
- (3) 当初予期しない方向への発展のもう一つは,AND-OR木と葉の間の通信中断がある状況での計算コスト期待値の研究である。通常の場合と異なり,通信については深さ優先の戦略が必ずしも最適でない場合の具体例を,リーマンゼータ関数を用いて与えた。香港での査読付き国際研究集会で講演し(2018),論文速報版をオープンアクセスで公開した。東京工業大学での学会でも発表し(2019),拡張した論文は単行本に掲載された(2019)。
- (4) 首都大学東京の大学院生とともに,ジェネリック次数の分解について別証明を与えた.水澤氏が首都大学東京での学会で発表し(2017),さらに京都大学数理解析研究所の研究集会で発表した(2017).論文はオープンアクセスで公開された(2018).
- (5) 水澤勇気氏ら還元を実連続関数で特徴付ける研究を行い,仙台での国際ワークショップで発表した(2018).明治大学の宮部賢志氏とともに内容を発展させ,中華人民共和国での国際研究集会で講演を行い(2019),東京大学(2019)および金沢大学(2019)で学会発表を行った.2019年にプレプリント(arXiv:1903.08625[math.LO])をオープンアクセスで公開した.

(6) 研究成果を社会に還元するため,チュートリアル講演(2017,2019)を行った.また,イギリスでの査読付き国際ワークショップで論理学教育に関する講演を行い(2018),論文をオープンアクセスで公開した.

## 5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件(うち査読付論文 5件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 5件)

<b>[ 雑誌論文 ] 計7件(うち査読付論文 5件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 5件)</b>	
1.著者名	4.巻
Yuki Mizusawa, Toshio Suzuki, Koichiro Ban	2083
2.論文標題	5 . 発行年
An alternative proof of 1-generic splittings	2018年
3.雑誌名 数理解析研究所講究録	6 . 最初と最後の頁 8-25
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
なし	無
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著
1 . 著者名 Toshio Suzuki	4. 巻
2.論文標題	5 . 発行年
Communication interruption between a game tree and its leaves	2020年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Transactions on Engineering Technologies	182-193
掲載論文のDOI(デジタルオプジェクト識別子)	査読の有無
https://doi.org/10.1007/978-981-32-9808-8	有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著
1 . 著者名	4.巻
Toshio Suzuki	2116
2.論文標題	5 . 発行年
Visualization of set inclusion with gloves	2018年
3.雑誌名 CEUR Workshop Proceedings	6.最初と最後の頁 68-75
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし	   査読の有無   有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著
	- W
1 . 著者名 Suzuki Toshio	4.巻 139
2.論文標題	5 . 発行年
Non-depth-first search against independent distributions on an AND?OR tree	2018年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Information Processing Letters	13-17
掲載論文のDOI(デジタルオプジェクト識別子)	査読の有無
10.1016/j.ipl.2018.06.013	有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著

1.著者名	4 . 巻
Toshio Suzuki	1
2.論文標題	5 . 発行年
An AND-OR-tree connected to leaves via communication channels	2018年
3.雑誌名 Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of The International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2018, IMECS 2018, 14-16 March, 2018, Hong Kong	6.最初と最後の頁 185-189
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
なし	有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著
1 . 著者名	4.巻
隈部正博	2050
2.論文標題	5 . 発行年
Gnericな集合のチューリング次数について	2017年
3.雑誌名 数理解析研究所講究録	6 . 最初と最後の頁 168-181
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無無無
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著
1.著者名	<b>4</b> .巻
Toshio Suzuki	25
2.論文標題	5 . 発行年
Kazuyuki Tanaka's work on AND-OR trees and subsequent developments	2017年
3.雑誌名 Annals of the Japan Association for Philosophy of Science	6.最初と最後の頁 79-88
掲載論文のDOI(デジタルオプジェクト識別子)	査読の有無
10.4288/jafpos.25.0_79	有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著

## 〔学会発表〕 計16件(うち招待講演 0件/うち国際学会 6件)

# 1.発表者名

Toshio Suzuki

# 2 . 発表標題

Visualization of set inclusion with gloves

# 3 . 学会等名

International Workshop on Set Visualization and Reasoning (SetVR 2018) co-located with 10th International Conference on the Theory and Application of Diagrams (Diagrams 2018) (国際学会)

4 . 発表年 2018年

1.発表者名 Tochio Suzuki, Mika Shigamizu, Koki Usami
Toshio Suzuki, Mika Shigemizu, Koki Usami
2.発表標題
2 . 光衣標題   Independent distributions on a multi-branching AND-OR tree of height 2
Computability Theory and Foundations of Mathematics 2018 (CTFM 2018, Meiji University, Surugadai campus)(国際学会)
4.発表年 2018年
20104
1.発表者名
鈴木登志雄・重水美香・宇佐美紘貴
2 . 発表標題
高さが2の多分岐AND-0R木上の独立分布
3.学会等名
日本数学会秋季総合分科会(岡山大学)
4.発表年
2018年
1.発表者名
Toshio Suzuki
Solovay reduction and continuity
3.学会等名
Sendai Logic School 2018 (SLS 2018)(国際学会)
│
4 · 光农中   2018年
1.発表者名
<u> </u>
2 改字 播展
2.発表標題 ゲーム木と葉の間の通信中断
3.字云寺石     日本数学会2019年度年会(東京工業大学)
4.発表年
2019年

1 . 発表者名 Toshio Suzuki, Masahiro Kumabe, Kenshi Mlyabe, Yuki Mizusawa
2 . 発表標題 Characterization of quasi Solovay reduction via sequences
3 . 学会等名 CTFM 2019: The 9th International Conference on Computability Theory and Foundations of Mathematics(国際学会)
4.発表年 2019年
1.発表者名 鈴木登志雄
2 . 発表標題 HF上のデルタ1関係
3 . 学会等名 数学基礎論サマースクール2017(明治大学 駿河台キャンパス)
4 . 発表年 2017年
1.発表者名  隈部正博
2 . 発表標題 ジェネリック次数
3 . 学会等名 数学基礎論サマースクール2017(明治大学 駿河台キャンパス)
4 . 発表年 2017年
1 . 発表者名 Toshio Suzuki
2 . 発表標題 Non-depth-first search of an AND-OR tree
3 . 学会等名 Workshop on Computability Theory and the Foundations of Mathematics (National University of Singapore)(国際学会)
4 . 発表年 2017年

1.発表者名
水澤勇気・鈴木登志雄
2 . 発表標題
An Alternative Proof of 1-Generic Splittings
·
3 . 学会等名
RIMS共同研究(公開型)「証明論と証明活動」
4 . 発表年
2017年
2017
1 . 発表者名
Toshio Suzuki
つ 改主価値
2 . 発表標題
An AND-OR-tree connected to leaves via communication channels
The state of the s
3.学会等名
The International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2018 (IMECS 2018, Hong Kong)(国際学会)
4 . 発表年
2018年
1.発表者名
鈴木登志雄
2 . 発表標題
Non-depth-first search of an AND-OR tree
5 - 5 <b>0</b> - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 -
3 . 学会等名
日本数学会2018年度年会(東京大学)
$H \cap M \cap M = A \cap A \cap M \cap M \cap A \cap A \cap A \cap A \cap A \cap A \cap$
4 . 発表年
2018年
2010年
1 改主之存
1 . 発表者名
1 . 発表者名 水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄 2.発表標題
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄 2.発表標題
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄 2.発表標題
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄  2 . 発表標題 2-c.e. 次数の 1-generic 分解
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄  2 . 発表標題 2-c.e. 次数の 1-generic 分解  3 . 学会等名
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄  2 . 発表標題 2-c.e. 次数の 1-generic 分解
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄  2 . 発表標題 2-c.e. 次数の 1-generic 分解  3 . 学会等名 日本数学会 2 0 1 7 年度年会
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄  2 . 発表標題 2-c.e. 次数の 1-generic 分解  3 . 学会等名 日本数学会 2 0 1 7 年度年会  4 . 発表年
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄  2 . 発表標題 2-c.e. 次数の 1-generic 分解  3 . 学会等名 日本数学会 2 0 1 7 年度年会
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄  2 . 発表標題 2-c.e. 次数の 1-generic 分解  3 . 学会等名 日本数学会 2 0 1 7 年度年会  4 . 発表年
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄  2 . 発表標題 2-c.e. 次数の 1-generic 分解  3 . 学会等名 日本数学会 2 0 1 7 年度年会  4 . 発表年
水澤勇気・伴滉一郎・鈴木登志雄  2 . 発表標題 2-c.e. 次数の 1-generic 分解  3 . 学会等名 日本数学会 2 0 1 7 年度年会  4 . 発表年

1.発表者名 鈴木登志雄
2 . 発表標題 チュートリアル AND - OR木の探索コスト
3.学会等名 日本応用数理学会2019年度年会
4 . 発表年 2019年
1 . 発表者名 鈴木登志雄・隈部正博・宮部賢志・水澤勇気
2.発表標題 ソロベイ還元と連続性
3 . 学会等名 日本応用数理学会2019年度年会
4 . 発表年 2019年
1 . 発表者名 鈴木登志雄・隈部正博・宮部賢志・水澤勇気
2.発表標題 ソロベイ還元と連続性
3.学会等名 日本数学会2019年度秋季総合分科会
4 . 発表年 2019年
〔図書〕 計0件
〔産業財産権〕
〔その他〕 国際研究集会の組織委員
CTFM 2019: The 9th International Conference on Computability Theory and Foundations of Mathematics (Wuhan University of Technology, China) 2019年 3月21日から27日.
講演会の主催 正会員主催オーガナイズドセッション「応用論理学」,日本応用数理学会2019年度年会,東京大学,2019年9月3日.
講演会の主催 数学基礎論サマースクール2017(明治大学 駿河台キャンパス) 2017年8月5日から7日 .
ホームページなど researchmap 鈴木登志雄(日本語版) https://researchmap.jp/toshio-suzuki-logic/?lang=ja
researchmap Toshio Suzuki (English version) https://researchmap.jp/toshio-suzuki-logic/?lang=en
鈴木登志雄(logic) http://toshio-suzuki-logic.jp/index-j.html

#### 6 . 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考		
	隈部 正博	放送大学・教養学部・教授			
研究分担者	(KUMABE Masahiro)				
	(70255173)	(32508)			
	水澤 勇気	首都大学東京・理工学研究科・博士後期課程			
研究協力者	(MIZUSAWA Yuki)	(22604)			
		(22007)			