

令和 4 年 6 月 1 日現在

機関番号：32665

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2016～2021

課題番号：16K05257

研究課題名（和文）情報科学におけるエントロピー及び不等式に関する基礎研究

研究課題名（英文）Fundamental studies on entropies and inequalities in information science

研究代表者

古市 茂 (FURUICHI, Shigeru)

日本大学・文理学部・教授

研究者番号：50299327

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,000,000円

研究成果の概要（和文）：エントロピーやダイバージェンスをはじめとする情報科学における情報量に関する精密な上界・下界の見積を自指すことで道具としての新たな精密な不等式が必要となった。そこで、それらをスカラー・行列（作用素）・汎関数・セクター行列など必要に応じた様々な数学的設定において、新規の定理を発見し証明することに成功した。またそれらを応用することで、エントロピーやダイバージェンスに関する新たな数学的な不等式を導出することにも貢献した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近年は無線や大容量の光ファイバーを利用した通信が欠かせない情報化社会となっている。その理論的な基礎学問分野として通信理論・情報理論がある。そこではエントロピーやダイバージェンス（相対エントロピー）は重要な役割を演じている。特に、通信理論においてダイバージェンスの特別な場合である相互情報量の最大値は通信路の信頼性を測る誤り確率の上界の指数に表れるため、数学的にダイバージェンスやエントロピーの上界や下界を研究することは重要視されている。本研究課題においては、研究代表者が得意かつこれまでに培った不等式の知見によって、情報科学の基礎をなすこれらの情報量の数学的性質の最新の研究成果を与えるものである。

研究成果の概要（英文）：It is necessary to study new and precise mathematical inequalities as tools to obtain the precise upper and lower bounds of information quantities such as entropy and divergence in information science. Therefore we tried to find new results and proved them successfully in various setting such as scalar case, matrix (operator) case, functional case or sector matrix case. Applying the obtained inequalities, we contributed to derive new mathematical inequalities related to entropy and divergence.

研究分野：エントロピー論

キーワード：エントロピー ダイバージェンス 作用素論 行列解析 不等式 凸解析

### 1. 研究開始当初の背景

情報科学において Shannon エントロピーやダイバージェンスは基本的な情報量として有用であることは周知の事実である。特に、Shannon エントロピーは情報源符号化において圧縮限界を与えている。また、同時確率分布と直積分布に対するダイバージェンスは相互情報量と呼ばれる。これを事前確率で最大化したものが通信路容量と呼ばれ、通信路符号化の限界値を与えている。これらの事実は 1948 年に Shannon によって明らかにされたものである。それから 50 年弱の年月を経て、量子力学を基礎とした量子情報理論が盛んに研究され、同様の結果が成立することが 1990 年代中頃に Schumacher や Holevo らによって示された。量子情報理論においては可換な確率分布や確率測度ではなく非可換な密度作用素によってエントロピーやダイバージェンスが定義されるので、非可換性ゆえの数学的な困難や面白さが加わる。さらに、1980 年代終盤から Shannon エントロピーを一経数拡張したエントロピーの研究が統計力学を中心にされてきた。(正確には、1960 年代に同種のエントロピーが数学に近い分野で研究されてきた。)このエントロピーは発表者の名前にちなんで Tsallis エントロピーと呼ばれており、近年では統計物理、量子論の分野だけでなく、数理情報科学の様々な分野において研究されている。また、ダイバージェンスに関しても、機械学習や統計学などその他の基礎数学や応用数学の分野で研究が盛んになっている。

一方、不等式の研究は数学的興味だけでなく、工学の発展を目指した研究や通信理論や符号圧縮などの情報科学における分野において既存の研究結果を改善するのに非常にパワフルな道具として利用されてきている。上記に述べたように量子情報科学における問題については作用素が研究対象になることから作用素平均や作用素単調関数、作用素凸、作用素不等式、ノルム不等式、トレース不等式など作用素論全般の知識や技術を動員して問題解決に当たる必要がある。ここで、エントロピーやダイバージェンスの定義式の形式から明らかなようにそれらは自己情報量などの期待値(平均)と見做することができる。そのため、非可換な場合においては、作用素平均の研究と関連性があり数学者だけでなく、情報科学を専門とする研究者らにも注目されており、国際会議などにおいても特別セッションがたびたび組まれるほど近年ではホットなトピックの一つとなっている。

### 2. 研究の目的

上記の研究背景において、情報科学におけるエントロピーおよび不等式に関連する研究の必要性について述べてきた。さらにエントロピーおよび不等式が非可換代数上で議論される場合に作用素論との関連性についても述べてきた。研究代表者は特に、エントロピー・不等式・作用素論の 3 つのキーワードを軸に、これらのキーワードのうち、2 つないし 3 つが互いに交じり合った研究に従事してきた。以上のことを踏まえて、本研究課題における具体的な研究目的については以下のように簡潔にまとめられる。

- ・情報科学における既存の結果を改善するためにエントロピーやダイバージェンスに不等式を用いてより精密な結果を目指す基礎研究
- ・情報科学において、古典系(可換代数上)で成立している事柄を量子系(非可換代数上)での成立の如何を議論するためにエントロピーやダイバージェンスに作用素論を用いた基礎研究
- ・上記の研究の際に当然、派生するであろう、スカラー不等式を作用素不等式、トレース不等式、ノルム不等式への拡張

### 3. 研究の方法

本研究課題に関して研究代表者がこれまでに得られた知見および関連する分野の研究者との電子メールでのやり取り、国内外の学会への参加により得られる新規の知見およびそこに参加することで得られる研究協力者によって本研究課題を遂行した。情報科学におけるエントロピーなどの情報量に関する研究については研究代表者が熟知しているので、そこに至る部分についてのみ協力を得た。これまでに知り合っている共同研究者とその専門性から、(1)積分不等式に強みのある N. Minculete 氏、(2)凸解析について強みのある M. Raissouli 氏、(3)不等式全般でこれまでに共著となった V. Kaleibary 氏、 $\zeta$ . Mitroi 氏、H. R. Moradi 氏、M. Sababeh 氏、K. Yanagi 氏などがおり、様々な方法で研究に協力して頂き本研究課題を推し進めた。一方で共著がない研究者でもこれまでの経験から、世界的に著名な方々に、協力を得た。具体的には、S. S. Dragomir 氏や H. Kosaki 氏である。

さて、本研究課題は単独での採択であるので主に私個人で進めていくわけであるがその方法について述べておく。全ての研究課題について同じ手法というわけにはならないが、主にこの手法を進めた。最新の成果を論文や arXiv および Research-Gate などを利用して読むことで、さらなる改善が可能か考察する、あるいはエントロピーやダイバージェンスに应用可能かについて調べる。本研究課題に適合しそうでかつ有用な成果となりするような話題を見つければ、まずは該当する論文およびその文献を精読し、研究代表者に出来ることを探す。それが見つかれば、何か新しい発見がないか詳細に考察する。新しい定理や未知の不等式が成立しそうであれば反例

がないか計算機ソフトウェア Mathematica でチェックする．反例がないであろうという結論に至れば証明に取り掛かる．その際に，単純ではあるが計算ミスを起こしそうな部分は Mathematica でもチェックしながら進めていく．特にグラフを描きながら全体像を把握しながら進めることが肝要であり，それなりのスペックの計算機が必要となった．そこまでしても証明できないものもあったが，うまく証明できたものについては，新規の結果なのかについて Web 検索でチェックしたり知り合いの研究者に尋ねてみたりする．新規の結果であろうと分かった時点でタイミングが良ければ学会発表を行い，その後 arXiv への upload および専門分野の国際ジャーナルへの投稿という手順となる．

#### 4．研究成果

最初に，研究課題におけるエントロピーおよび不等式に関連する研究結果を述べる．研究代表者が 1990 年代後半から 10 年弱に渡って，特に携わっていた量子情報理論における符号化定理に関する専門書(和書)を 2021 年に出版することができた．本書では物理学のエントロピー(熱力学的エントロピー・統計力学的エントロピー)から始め，情報理論の基本的な定理・符号化・誤り訂正などを復習しながら，古典情報理論における通信路符号化定理を，信頼性関数による証明，典型的系列を用いた証明を経て，典型的部分空間を利用して量子情報通信路符号化定理の証明までを記載した．およそ 20 年来やってきたことを 1 冊にまとめることができたのもじくりと腰を据えてこの 5 年(プラス 1 年延長)の研究課題に取り組めたからである．また，この 1 年前の 2020 年には H.R.Moradi 氏との共著であるが本研究課題中の 5 年間で得られた不等式に関する成果を 1 冊の洋書「Mathematical inequalities and applications」にまとめることができたことは大きな成果と言える．

そのほか本研究課題中に査読付き論文 42 篇，学会発表を 16 回行っているが詳細は各年度の実績報告書で述べているのでここでは重複を避けるために全てを記載しないが簡潔に重要な点のみを述べておく．

- ・Tsallis relative operator entropy に関して，中国人研究者が発表した論文をさらに精密に見積もった結果を出版した．この論文に関連して，3 つのパラメータへの一般化された，上界・下界の導出を行った．ルーマニアの国際会議で hypoentropy および hypodivergence に関する成果をルーマニアおよびドイツの共同研究者と発表した．

- ・研究目的の 1 つ目である Symmetric divergence measures に関連した結果としては，2 つの確率分布の差の絶対値の総和の上界に関して従来の結果よりもタイトな上界の導出に成功した．これは，Tsallis エントロピーに付随するパラメータを伴った一般化であり，そのパラメータが 1 よりも大きい時に従来の結果よりもタイトな結果を示すことが出来た．

- ・Hermite-Hadamard の不等式を用いて Tsallis 相対作用素エントロピーのより精密な見積りを行った．また，非常に意義のある結果として，Tsallis 相対作用素エントロピーと Furuta のパラメトリック相対作用素エントロピーの積分公式による関係式を発見した．

- ・Majorization や Karamata タイプの不等式に関する研究を進めて行き，相対作用素エントロピーの上界・下界の改善を行った．また，Fannes の不等式の改善について論じた．

- ・S.Dutta 氏とともに，2 つのパラメータ拡張されたエントロピーについて数学的な性質を考察した．この結果は物理系のジャーナルに掲載された．また S.Dutta 氏とはこの他に，一般化された log-sum 不等式についても結果を得て，現在投稿中である．

- ・N.Minculete 氏との共著論文では Young の不等式の改善とその相対エントロピーへの応用を行った．また，算術平均と幾何平均の差を精密に見積もりエントロピー不等式への応用を行った．

以上，複数名の外国人の研究者から多くの共同研究を持ち掛けられ，多くの成果が得られたと思う．その意味では，研究目的を達成していると考えている．一方で，当初考えていた，ダイバジェンスからの符号化の問題については，期待していた成果が出なかった．コロナ禍であったから出張する時間を研究時間にあてることで，取り組むだけの時間は確保可能であったが能力が及ばずに良い成果は得られなかった点は反省点である．

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計42件（うち査読付論文 42件 / うち国際共著 37件 / うちオープンアクセス 19件）

1. 著者名 M. Raissouli and S. Furuichi	4. 巻 46
2. 論文標題 Some inequalities involving Heron and Heinz means of two convex functionals	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Analysis Mathematica	6. 最初と最後の頁 345-365
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10476-020-0026-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 M.Sababheh, H.R.Moradi and S.Furuichi	4. 巻 43
2. 論文標題 Integrals refining convex inequalities	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society	6. 最初と最後の頁 2817-2833
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40840-019-00839-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 H.R.Moradi and S.Furuichi	4. 巻 14
2. 論文標題 Improvement and generalization of some Jensen-Mercer-type inequalities	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Inequalities	6. 最初と最後の頁 377-383
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/jmi-2020-14-24	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 M. Sababheh, H. R. Moradi and S.Furuichi	4. 巻 14
2. 論文標題 Reversing Bellman operator inequality	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Inequalities	6. 最初と最後の頁 577-584
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/jmi-2020-14-36	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 S.Furuichi and H. R. Moradi	4. 巻 46
2. 論文標題 New Kantorovich type inequalities for negative parameters	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Analysis Mathematica	6. 最初と最後の頁 747-760
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10476-020-0055-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 H.R.Moradi and S.Furuichi	4. 巻 68
2. 論文標題 A complementary inequality to the information monotonicity for Tsallis relative operator entropy	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Linear and Multilinear Algebra	6. 最初と最後の頁 1557-1567
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03081087.2018.1549532	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 S.Furuichi and N. Minculete	4. 巻 14
2. 論文標題 Refined inequalities on the weighted logarithmic mean	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Inequalities	6. 最初と最後の頁 1347-1357
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/jmi-2020-14-87	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 M.Raissouli and S.Furuichi	4. 巻 18
2. 論文標題 The logarithmic mean of two convex functionals	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Open Mathematics	6. 最初と最後の頁 1667-1684
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/math-2020-0095	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 D.Dutta, S.Furuichi and P. Guha	4. 巻 33
2. 論文標題 A two-parameter entropy and its fundamental properties	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Reviews in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 1-23
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0129055X2130003X	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Hamid Reza Moradi, Shigeru Furuichi, Flavia-Corina Mitroi-Symeonidis, Razieh Naseri	4. 巻 113
2. 論文標題 An extension of Jensen 's operator inequality and its application to Young inequality	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales. Serie A. Matematicas	6. 最初と最後の頁 605 ~ 614
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13398-018-0499-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shigeru Furuichi, Hamid Reza Moradi and Mohammad Sababheh	4. 巻 67
2. 論文標題 New sharp inequalities for operator means	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Linear and Multilinear Algebra	6. 最初と最後の頁 1567 ~ 1578
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03081087.2018.1461189	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shigeru Furuichi, Hamid Reza Moradi and Akram Zardadi	4. 巻 84
2. 論文標題 Some new Karamata type inequalities and their applications to some entropies	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Reports on Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 201 ~ 214
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shigeru Furuichi and Nicsor Minculete	4. 巻 532
2. 論文標題 Inequalities related to some types of entropies and divergences	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physica A: Statistical Mechanics and its Applications	6. 最初と最後の頁 121907 ~ 121907
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.physa.2019.121907	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Mohammad Sababbeh, Hamid Reza Moradi and Shigeru Furuichi	4. 巻 -
2. 論文標題 Integrals refining convex inequalities	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40840-019-00839-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shigeru Furuichi	4. 巻 10
2. 論文標題 Note on constants appearing in refined Young inequalities	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Inequalities and Special Functions	6. 最初と最後の頁 1 ~ 10
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Mohammad Sababbeh, Hamid Reza Moradi and Shigeru Furuichi	4. 巻 22
2. 論文標題 Operator inequalities via geometric convexity	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematical Inequalities & Applications	6. 最初と最後の頁 1215 ~ 1231
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/mia-2019-22-83	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Flavia Corina Mitroi-Symeonidis, Ion Anghel and Shigeru Furuichi	4. 巻 62
2. 論文標題 Encoding for the calculation of the permutation hypoentropy	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Acta Technica Napocensis - Series: Applied mathematics, mechanics, and engineering	6. 最初と最後の頁 607 ~ 616
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Shigeru Furuichi and Hamid Reza Moradi	4. 巻 114
2. 論文標題 Some remarks on Tsallis relative operator entropy	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales. Serie A. Matematicas	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13398-020-00803-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Osama Moaaz, Shigeru Furuichi and Ali Muhib	4. 巻 8
2. 論文標題 New Comparison Theorems for the Nth Order Neutral Differential Equations with Delay Inequalities	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematics	6. 最初と最後の頁 454 ~ 454
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/math8030454	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Shigeru Furuichi and Hamid Reza Moradi	4. 巻 16
2. 論文標題 On further refinements for Young inequalities	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Open Mathematics	6. 最初と最後の頁 1478 ~ 1482
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/math-2018-0115	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Shigeru Furuichi and Hamid Reza Moradi	4. 巻 48
2. 論文標題 Some refinements of classical inequalities	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Rocky Mountain Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 2289 ~ 2309
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1216/RMJ-2018-48-7-2289	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hamid Reza Moradi and Shigeru Furuichi	4. 巻 -
2. 論文標題 A complementary inequality to the information monotonicity for Tsallis relative operator entropy	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Linear and Multilinear Algebra	6. 最初と最後の頁 1 ~ 11
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03081087.2018.1549532	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Micic Hot Jadranka, Hamid Reza Moradi and Shigeru Furuichi	4. 巻 12
2. 論文標題 Choi-Davis-Jensen's inequality without convexity	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Inequalities	6. 最初と最後の頁 1075 ~ 1085
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/jmi-2018-12-82	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Mohammad Sababheh, Hamid Reza Moradi, Shigeru Furuichi	4. 巻 2018
2. 論文標題 Exponential inequalities for positive linear mappings	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Function Spaces	6. 最初と最後の頁 1 ~ 7
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1155/2018/5467413	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Shigeru Furuichi and Nicusor Minculete	4. 巻 43
2. 論文標題 Inequalities for relative operator entropies and operator means	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Acta Mathematica Vietnamica	6. 最初と最後の頁 607 ~ 618
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40306-018-0250-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Mustapha Raissouli and Shigeru Furuichi	4. 巻 2018
2. 論文標題 Functional version for Furuta parametric relative operator entropy	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Inequalities and Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1186/s13660-018-1804-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Mohammad Bagher Ghaemi, Venus Kaleibary and Shigeru Furuichi	4. 巻 12
2. 論文標題 On reverses of the Golden-Thompson type inequalities	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Inequalities	6. 最初と最後の頁 315 ~ 323
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/jmi-2018-12-23	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Venus Kaleibary and Shigeru Furuichi	4. 巻 356
2. 論文標題 Reverses of operator Aczel inequality	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Comptes Rendus Mathematique	6. 最初と最後の頁 475 ~ 481
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.crma.2018.04.005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shigeru Furuichi, Hamid Reza Moradi and Mohammad Sababheh	4. 巻 -
2. 論文標題 New sharp inequalities for operator means	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Linear and Multilinear Algebra	6. 最初と最後の頁 1~12
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03081087.2018.1461189	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Micic Hot Jadranka, Hamid Reza Moradi and Shigeru Furuichi	4. 巻 2018
2. 論文標題 Some complementary inequalities to Jensen's operator inequality	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Inequalities and Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1186/s13660-018-1616-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Hamid Reza Moradi, Shigeru Furuichi and Zahra Heydarbeygi	4. 巻 7
2. 論文標題 New refinement of the operator Kantorovich inequality	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematics	6. 最初と最後の頁 139 ~ 139
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/math7020139	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Shigeru Furuichi, Knjiro Yanagi and Ken Kuriyama	4. 巻 1853
2. 論文標題 On bounds for symmetric divergence measures	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 AIP Conference Proceedings	6. 最初と最後の頁 1-7
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/1.4985367	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shigeru Furuichi	4. 巻 2017
2. 論文標題 Alternative proofs of the generalized reverse Young inequalities	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Advances in Inequalities and Applications	6. 最初と最後の頁 1-6
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mustapha Raïssouli, Mohammad Sal Moslehian and Shigeru Furuichi	4. 巻 355
2. 論文標題 Relative entropy and Tsallis entropy of two accretive operators	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Comptes Rendus Mathematique	6. 最初と最後の頁 687-693
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.crma.2017.05.005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Mohammad Bagher Ghaemi, Nahid Gharakhanlu and Shigeru Furuichi	4. 巻 11
2. 論文標題 On the reverse Young and Heinz inequalities	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Inequalities	6. 最初と最後の頁 641-652
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/jmi-2017-11-50	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shigeru Furuichi	4. 巻 2017
2. 論文標題 A counter example for refined reverse Young inequality with Specht's ratio	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Advances in Inequalities and Applications	6. 最初と最後の頁 1-2
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nicusor Minculete, Aurelia Florea and Shigeru Furuichi	4. 巻 8
2. 論文標題 Bounds and estimates on convex inequalities	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Inequalities and Special Functions	6. 最初と最後の頁 1-9
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hamid Reza Moradi, Shigeru Furuichi and Nicusor Minculete	4. 巻 20
2. 論文標題 Estimates for Tsallis relative operator entropy	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Mathematical Inequalities and Applications	6. 最初と最後の頁 1079-1088
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/mia-2017-20-69	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shigeru Furuichi	4. 巻 -
2. 論文標題 Further improvements of Young inequality	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, F&iacute;sicas y Naturales. Serie A. Matem&aaacute;ticas	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13398-017-0469-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 S.Furuichi, K.Yanagi and K.Kuriyama	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 On bounds for symmetric divergence measures	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Physics (Conference Series).	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M.B.Ghaemi, N.Gharakhanlu and S.Furuichi	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 On the reverse Young and Heinz inequalities	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Inequalities	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 S.Furuichi, M.B.Ghaemi and N.Gharakhanlu	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 Generalized reverse Young and Heinz inequalities	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40840-017-0483-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計16件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 11件)

1. 発表者名 Shigeru Furuichi and hamid Reza Moradi
2. 発表標題 Generalization and improvements of numerical radius inequalities
3. 学会等名 The Fifteenth Workshop on Numerical Ranges and Numerical Radii (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shigeru Furuichi and Mustapha Raissouli
2. 発表標題 Inequalities for operator means and operator entropies of convex functional
3. 学会等名 IWOTA2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shigeru Furuichi and Mustapha Raissouli
2. 発表標題 Inequalities on Heinz and Heron functional means
3. 学会等名 NACA- ICOTA2019 ( 国際学会 )
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shigeru Furuichi and Venus Kaleibary
2. 発表標題 作用素Aczel不等式の逆不等式について
3. 学会等名 日本数学会2019年度秋季総合分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shigeru Furuichi and Hamid Reza Moradi
2. 発表標題 On p-majorizations and inequalities for entropies
3. 学会等名 The 42nd Symposium on information theory and it ' s applications
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shigeru Furuichi, Flavia-Corina Mitroi-Symeonidis, Eleutherius Symeonidis
2. 発表標題 Mathematical properties of the hypoentropy and maximum hypoentropy principle
3. 学会等名 Entropy 2018 ( 国際学会 )
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shigeru Furuichi
2. 発表標題 Refinements and reverses for some classical inequalities
3. 学会等名 Mathematical Inequalities and Applications 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shigeru Furuichi
2. 発表標題 On some results for classical inequalities
3. 学会等名 Ninth International Conference on Information (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 古市 茂
2. 発表標題 Karamata型の不等式とそのエントロピーへの応用
3. 学会等名 日本応用数理学会環瀬戸内応用数理研究部会第22回シンポジウム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 古市 茂, Venus Kaleibary
2. 発表標題 Golden-Thompson型の逆不等式について
3. 学会等名 日本数学会2019年度年会函数解析学分会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shigeru Furuichi
2. 発表標題 Refinements of Young inequality and its reverse
3. 学会等名 Eighth International Conference on Information (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shigeru Furuichi
2. 発表標題 On estimates for Tsallis relative operator entropy
3. 学会等名 6th International Conference on Matrix Analysis and Applications(ICMAA 2017) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shigeru Furuichi
2. 発表標題 Some operator inequalities related to means and entropies
3. 学会等名 6th International Eurasian Conference on Mathematical Science and Applications (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 古市 茂
2. 発表標題 平均とエントロピーに関する不等式の最近の結果
3. 学会等名 2017年度 JMM ワークショップ応用函数解析
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 S.Furuichi, K. Yanagi and K. Kuriyama
2. 発表標題 Remarks on bounds for symmetric divergence measures
3. 学会等名 MaxEnt2016 (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 S.Furuichi
2. 発表標題 On some inequalities for symmetric divergence measures
3. 学会等名 Workshop "Quantum information theory and related topics 2016" (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計2件

1. 著者名 古市 茂	4. 発行年 2021年
2. 出版社 日本評論社	5. 総ページ数 304
3. 書名 情報理論	

1. 著者名 Shigeru Furuichi and Hamid Reza Moradi	4. 発行年 2020年
2. 出版社 De Gruyter	5. 総ページ数 259
3. 書名 Advances in Mathematical Inequalities	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------