

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 3 年 6 月 7 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2020

課題番号：16K05321

研究課題名(和文) 相対論的非平衡統計力学に基づく量子重力理論の構築の研究

研究課題名(英文) Formulation of quantum gravity theory based on relativistic nonequilibrium statistical mechanics

研究代表者

福間 将文 (Fukuma, Masafumi)

京都大学・理学研究科・准教授

研究者番号：10252529

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：量子重力理論の新しい定式化として、量子力学の起源をランダムネスに置き、「ランダムネスから時空の幾何が発現する機構」を構築した。具体的には、マルコフ確率過程における遷移の難しさを定量的に表す量として「配位間の距離」という概念を初めて導入し、様々な確率過程からどのような時空が得られるのかを調べた。とくに行列模型の確率過程については、固有値を時空の座標とみなしながら、結合定数を付加的力学変数とする焼き戻しを行うと、拡大された配位空間に、3次相転移点をホライズンとする漸近的反ド・ジッター・ブラックホールの幾何が発現することを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

量子重力理論の構築は素粒子論の最大の問題の一つである。超弦理論はその最有力候補であるが、摂動的にしか定式化がなく、また、弦以外の自由度を基本的力学変数にすべきとの考えも出てきている。一方で、重力は熱的性質を持つことが知られており、背後に何らかの基本的自由度による統計力学的構造があることを期待させる。本研究では、超弦理論とは全く異なるアプローチとして、量子力学の起源をランダムネスに置き、確率過程から時空の幾何が直接出てくる機構を具体例とともに構築した。このように、量子力学と重力を直接関係させるアプローチが可能であることを示した本研究の成果には大きな意味があると考えている。

研究成果の概要(英文)：As a new formulation of quantum gravity theory, we have taken the viewpoint that the origin of quantum mechanics is in randomness, and constructed a mechanism in which the geometry of spacetime emerges from randomness. Specifically, we introduced the concept of "distance between configurations" for the first time as a quantity that measures the difficulty of transition in Markov stochastic processes, and investigated the emergent geometry from various stochastic processes. In particular, as for the stochastic process of a matrix model, when the eigenvalue is regarded as the coordinates of spacetime and the tempering is implemented by using the coupling constant as an additional dynamical variable, we showed that the extended configuration space has the geometry of asymptotically anti-de Sitter black hole with the horizon at the third-order phase transition point.

研究分野：素粒子論

キーワード：非平衡統計力学 量子重力 確率過程 行列模型 ブラックホール 符号問題 Lefschetz(レフシェツ) シンプル 焼き戻し法

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

重力を量子力学的に記述することは、物理学における最大の未解決問題の一つである。実際、重力場の短波長の量子揺らぎを整合性を保って制御することはきわめて難しく、現在では重力を局所場理論の枠内で量子化することは不可能であると考えられている。

超弦理論は、1次元に広がった弦を基本的力学変数とする理論であるが、米谷氏らによって指摘されたように、スペクトラムの中に自然にグラビトンを含むため、量子重力理論の最有力候補として活発に研究されてきた。しかしながら、いまだに摂動的な定式化しかなく、非摂動的真空の構造は分からないままである。また、弦以外の自由度を基本的力学変数にすべきとの考えも出てきている。

一方で、超弦理論の進展とは別に、重力には熱的性質があることが議論されてきた。例えば、一般相対論の定常ブラックホールは、それ自身が平衡熱力学における熱浴の役割を担い、ブラックホールの面積をブラックホール自身のエントロピーと同定することにより、熱力学の法則(第0法則～第3法則)に似た法則がそのまま成立することが示された。エントロピーは統計力学では状態数の対数として与えられるため、もし超弦理論が量子重力の正しい基礎理論であるならばブラックホールのエントロピーも弦の配位の状態数から導かれるべきであるが、今のところ、このことは特殊な場合にしか成功していない。

2. 研究の目的

本研究は、超弦理論の枠組みを一度外れ、量子重力の新しい原理を探すべく、量子力学と重力が自然に融合した枠組みを構築することを目的とする。

3. 研究の方法

量子力学の起源をランダムネスに置き、確率過程の配位空間に自然な距離を導入することで、量子力学と重力が初めから融合した形の定式化を行う。具体的には、議論をマルコフ確率過程に限定し、2つの配位間の遷移の難しさを定量化するものとして「配位間の距離」を導入する。そして、配位空間と時空の同一視が可能ないくつかの典型的な確率過程を選び、その幾何学が自然なものになっているか調べることで、この枠組みが量子重力の枠組みの候補となりうるかを判定する。

4. 研究成果

【モンテカルロ法における配位間の距離と量子重力】

与えられた分布関数(作用やポテンシャルで決まる)に対する期待値を数値的に評価する際、マルコフ連鎖モンテカルロ法では、目的の分布関数に緩和するような確率過程を考える。ところが配位間に高いポテンシャル障壁が存在する場合には、異なるモード間の遷移確率はほとんど0となり、平衡分布に到達するまでに長い時間がかかってしまう。我々は配位間の遷移の難しさを定量的に表す「配位間の距離」を定義することに初めて成功し、いくつかの系について距離を具体的に計算した[福間-松本-梅田 2017, 2018]。

その結果、

大域平衡における確率分布が Gauss 型の場合には、配位空間はゼロ曲率の平坦な Euclid 空間となること、

多峰的(マルチモーダル)な分布については、結合定数も力学変数とみなして焼き戻し(テンパリング)を行うと、拡大された配位空間には漸近的に負定曲率の双曲空間(Euclidean

反ド・ジッター空間)の幾何学が現れること、

などが分かった。

【行列模型の確率過程からのブラックホールの発現】

配位空間自身が実際の時空とみなせるような統計系(例えば行列模型など)を考えれば、時空の幾何学がランダムネスから現れたと考えることができる。我々は、多峰的な分布を持つ行列模型のマルコフ確率過程を考え、固有値を時空の座標とみなしながら結合定数による焼き戻しを行うと、Gross-Witten-Wadia 型の3次相転移点をホライズンとする Euclidean 漸近的な反ド・ジッター・ブラックホールの構造が現れることを示した [福間-松本 2020] (図1参照)。

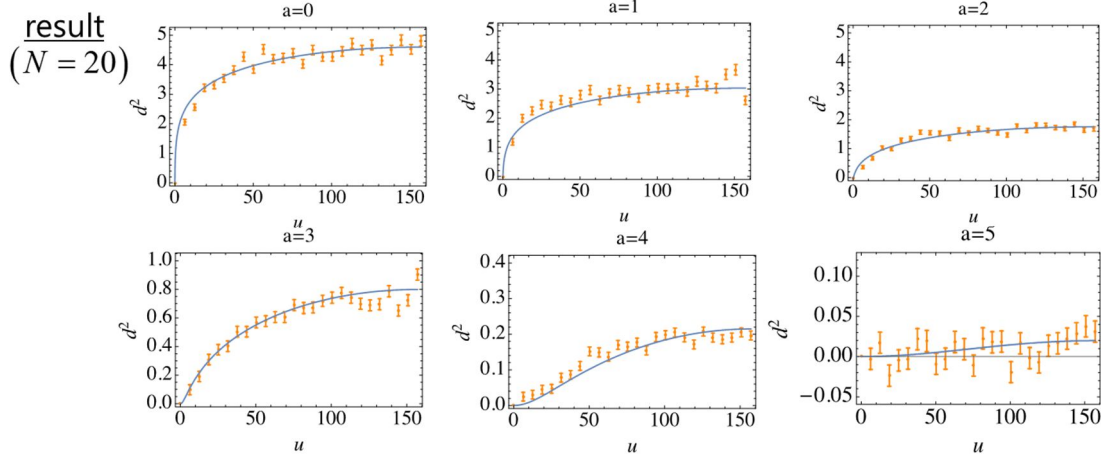


図 1: モンテカルロ計算で計算される距離とブラックホール解から決まる測地距離との一致。
[M. Fukuma and N. Matsumoto, PoS376(2020)180 より]

今後は、正定曲率空間やローレンツ計量の時空が確率過程から現れる機構を開発したい。もしこれが可能になれば、「時間の起源」を説明しながら、ランダムネスからインフレーションが始まる新しい宇宙論を構築することが可能になるはずである。

【triangle-hinge 模型の符号問題と焼き戻し Lefschetz シンプル法の開発】

超弦理論の一形態である M 理論では、基本的力学自由度を弦とはせず、空間 2 次元に広がった「膜」であるとする。我々はこの立場を推し進め、膜のランダム体積を「三角形と蝶番(ヒンジ)のランダムな組み合わせ」として表現する全く新しい方法を提案した[福間-杉下-梅田 2015]。さらに、連続極限を取れるような相転移点があるかを数値的に確認しようとしたが、複素作用であるために深刻な符号問題が生じることが分かった。

一般に、複素作用を持つ系のモンテカルロ計算は、自由度が大きい場合、激しい振動積分のために正確な数値結果を得ることが難しくなる。この困難は「符号問題」と呼ばれている。この問題に対し、私と梅田直弥氏は 2017 年に、符号問題の新しい解決法として、従来のレフシェッツ・シンプル法に並列焼き戻し法(別名: レプリカ交換法)を取り入れた「**焼き戻し Lefschetz シンプル法**」(tempered Lefschetz thimble method: TLT 法)を考案し、簡単だが非自明ないくつかの例に対してこのアルゴリズムが正しく機能することを示した[福間-梅田 2017]。我々はさらに、この手法を

強相関電子系の典型例であるハバード模型

有限密度 QCD の toy 模型であるカイラル行列模型

に適用し、まだ小さなサイズではあるが、いずれの場合でも TLT 法が正しい値を与えることを示した[福間-松本-梅田 2018, 2019, 2020]。実際 TLT 法は、符号問題のある系で数値計算結果が厳密解と直接比較できるときに、すべて正しい結果を与えている唯一のアルゴリズムである。世界体積 TLT 法の開発など、アルゴリズム自体の改良も順調に進んでいる(図 2 参照)。

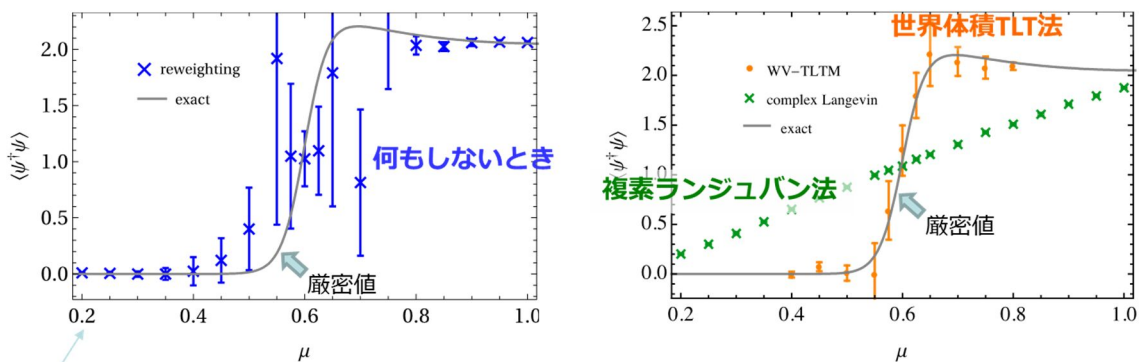


図 2: カイラル行列模型の数値計算結果。TLT 法のみが厳密値と良い一致を示す。
[M. Fukuma and N. Matsumoto, PTEP2021(2021)023B08 より]

なお、TLT 法の数値計算ではアルゴリズム内のパラメーターをチューニングする必要があるが、我々の配位間の距離を用いると、チューニングが幾何学的方法で極めて簡単に行える[福間-松本-梅田 2018, 2019]。このように、我々の「配位間の距離」は実用的価値も持っていることが分かり、定義として自然なものとなっている可能性が高いことが分かる。

【グラディエント・フローとくりこみ群】

場の量子論の有用な手法である「グラディエント・フロー」は、場の配位を(与えられた)作用の古典解へと向かわせるものであるが、この操作が場の粗視化を伴うため、くりこみ群との関連が指摘されていた。しかしながら、粗視化された場の配位が向かうべき先は、元の紫外側の(裸の)作用の古典解ではなく、赤外側の(くりこまれた)作用の古典解である。そこで我々は、「フローに沿ってエネルギーが下がるとき、場の配位はそのスケールでの有効作用の古典解に近づく」と仮定して有効作用のフロー方程式を求め、それがくりこみ群方程式と解釈できることを議論した[阿部-福間_2018]。とくに、 $d = 4$ -次元のスカラー場について局所ポテンシャル近似を行うと、Gauss 固定点と Wilson-Fisher 固定点の2つが現れ、その周りで線形化されたくりこみ群の固有値が 展開の leading で確かに一致していることを示した。

なお、このくりこみ群方程式は、Fokker-Planck 方程式の形に書き直すこともできる。このことは、一見古典的な発展方程式であるグラディエント・フローが確率過程の結果ともみなせることを示唆している。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計11件（うち査読付論文 10件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 10件）

1. 著者名 Masafumi Fukuma, Nobuyuki Matsumoto	4. 巻 2021
2. 論文標題 Worldvolume approach to the tempered Lefschetz thimble method	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 023B08 1-33
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptab010	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Masafumi Fukuma, Nobuyuki Matsumoto	4. 巻 376
2. 論文標題 Emergent quantum geometry from stochastic random matrices	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 PoS	6. 最初と最後の頁 180 1-9
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.22323/1.376.0180	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Masafumi Fukuma, Nobuyuki Matsumoto, Naoya Umeda	4. 巻 363
2. 論文標題 Distance between configurations in MCMC simulations and the geometrical optimization of the tempering algorithms	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 PoS	6. 最初と最後の頁 168 1-6
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.22323/1.363.0168	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Masafumi Fukuma, Nobuyuki Matsumoto, Naoya Umeda	4. 巻 363
2. 論文標題 Tempered Lefschetz thimble method and its application to the Hubbard model away from half filling	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 PoS	6. 最初と最後の頁 090 1-6
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.22323/1.363.0090	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Masafumi Fukuma, Nobuyuki Matsumoto, Naoya Umeda	4. 巻 100
2. 論文標題 Applying the tempered Lefschetz thimble method to the Hubbard model away from half filling	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 114510 1-12
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.100.114510	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masafumi Fukuma, Nobuyuki Matsumoto, Naoya Umeda	4. 巻 1811
2. 論文標題 Emergence of AdS geometry in the simulated tempering algorithm	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 060 1-19
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP11(2018)060	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yoshihiko Abe, Masafumi Fukuma	4. 巻 2018
2. 論文標題 Gradient flow and the renormalization group	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 083B02 1-9
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/pty081	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Masafumi Fukuma, Nobuyuki Matsumoto and Naoya Umeda	4. 巻 1712
2. 論文標題 Distance between configurations in Markov chain Monte Carlo simulations	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 001 1-17
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP12(2017)001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Masafumi Fukuma and Naoya Umeda	4. 巻 2017
2. 論文標題 Parallel tempering algorithm for integration over Lefschetz thimbles	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 073B01 1-11
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptx081	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Masafumi Fukuma, Hikaru Kawai, Katsuta Sakai and Junji Yamamoto	4. 巻 2016
2. 論文標題 Massive higher spin fields in curved spacetime and necessity of non-minimal couplings	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 073B02 1-16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptw080	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Masafumi Fukuma, Sotaro Sugishita and Naoya Umeda	4. 巻 2016
2. 論文標題 Triangle-hinge models for unoriented membranes	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 073B01 1-24
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptw069	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計29件 (うち招待講演 11件 / うち国際学会 9件)

1. 発表者名 Masafumi Fukuma
2. 発表標題 Sign problem and the tempered Lefschetz thimble method
3. 学会等名 KEK Theory Workshop 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masafumi Fukuma
2. 発表標題 Emergent quantum geometry from stochastic random matrices
3. 学会等名 Corfu 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masafumi Fukuma
2. 発表標題 Tempered Lefschetz thimble method and its application to the Hubbard model away from half-filling
3. 学会等名 Lattice 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masafumi Fukuma
2. 発表標題 Tempered Lefschetz thimble method and its application to strongly correlated electron systems
3. 学会等名 Frontiers in Lattice QCD 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 福間 将文
2. 発表標題 Sign problem in Monte Carlo simulations and the tempered Lefschetz thimble method
3. 学会等名 シミュレーションによる宇宙の基本法則と進化の解明に向けて (QUCS 2019)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 福間 将文
2. 発表標題 Emergent quantum geometry from stochastic random matrices
3. 学会等名 離散研究会2019 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 福間 将文
2. 発表標題 Sign problem in Monte Carlo simulations and the tempered Lefschetz thimble method
3. 学会等名 熱場の量子論とその応用 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 福間 将文, 松本 信行, 梅田直弥
2. 発表標題 tempered Lefschetz thimble法のカイラル行列模型への適用
3. 学会等名 日本物理学会第75回年次大会・名古屋大学(東山キャンパス)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 松本 信行, 福間 将文, 梅田直弥
2. 発表標題 強相関電子系における符号問題へのtempered Lefschetz thimble法の適用
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会(物性)・岐阜大学
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 松本 信行, 福間 将文, 梅田直弥
2. 発表標題 tempered Lefschetz thimble法におけるテンバリングパラメーターの幾何学的最適化
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会(素核宇)・山形大学(小白川キャンパス)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 松本 信行, 福間 将文
2. 発表標題 行列模型の確率過程における量子時空の発現について
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会(素核宇)・山形大学(小白川キャンパス)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masafumi Fukuma
2. 発表標題 Distance between configurations in MCMC simulations and the emergence of AdS geometry in the simulated tempering algorithm
3. 学会等名 "Matrix Models for Noncommutative Geometry and String Theory"・ウィーン大学、オーストリア(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masafumi Fukuma
2. 発表標題 Gradient flow and the renormalization group
3. 学会等名 "Discrete Approaches to the Dynamics of Fields and Space-Time" 2018・東北大学片平キャンパス(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masafumi Fukuma
2. 発表標題 Emergence of geometry in stochastic systems
3. 学会等名 "Non-Perturbative Methods in Field Theory and String Theory"・京都大学（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masafumi Fukuma
2. 発表標題 Random volumes from matrices
3. 学会等名 "Physics and Mathematics of Discrete Geometries"・名古屋大学（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松本信行, 梅田直弥, 福間将文
2. 発表標題 Applying the generalized Lefschetz thimble method with parallel tempering algorithm to the sign problem in the Hubbard model away from half filling
3. 学会等名 日本物理学会2018年秋季大会・同志社大学
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 阿部慶彦, 福間将文
2. 発表標題 日本物理学会2018年秋季大会・同志社大学
3. 学会等名 確率過程に基づく新しいくりこみ群方程式の定式化について
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松本信行, 梅田直弥, 福間将文
2. 発表標題 Applying the generalized Lefschetz thimble method with parallel tempering algorithm to the sign problem in the Hubbard model
3. 学会等名 日本物理学会2018年秋季大会・信州大学
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 阿部慶彦, 福間将文
2. 発表標題 確率過程に基づく新しいくりこみ群方程式の定式化とその応用について
3. 学会等名 日本物理学会2018年秋季大会・信州大学
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松本信行, 福間将文, 梅田直弥
2. 発表標題 Resolving the sign problem in the Hubbard model with the tempered, generalized Lefschetz thimble method
3. 学会等名 日本物理学会第74回年次大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 松本信行, 福間将文
2. 発表標題 行列模型による幾何の発現の新しい機構について
3. 学会等名 日本物理学会第74回年次大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masafumi Fukuma
2. 発表標題 Distance between configurations in MCMC simulations
3. 学会等名 "Discrete Approaches to the Dynamics of Fields and Space-Time" 2017, APCTP (Korea) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 梅田直弥, 福間将文
2. 発表標題 generalized Lefschetz thimble法を用いたtriangle-hinge模型の相構造の解析
3. 学会等名 日本物理学会第73回年次大会・東京理科大学・2018年3月22日(木)～2018年3月25日(日)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松本信行, 福間将文, 梅田直弥
2. 発表標題 連続的な対称性を持つ系に対するLefschetz thimble法と複素作用の行列模型の相構造について
3. 学会等名 日本物理学会第73回年次大会・東京理科大学・2018年3月22日(木)～2018年3月25日(日)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 梅田直弥, 福間将文
2. 発表標題 generalized Lefschetz thimble法を用いたtriangle-hinge模型の相構造の解析
3. 学会等名 日本物理学会2017年秋季大会・宇都宮大学・2017年9月12日(火)～2017年9月15日(金)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 松本信行, 福間将文, 梅田直弥
2. 発表標題 定常非平衡な時空における局所温度の定義について
3. 学会等名 日本物理学会2017年秋季大会・宇都宮大学・2017年9月12日(火)～2017年9月15日(金)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 梅田 直弥、福間 将文
2. 発表標題 Parallel tempering algorithm for the integration over Lefschetz thimbles
3. 学会等名 日本物理学会第72回年次大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 梅田 直弥、杉下 宗太郎、福間 将文
2. 発表標題 Monte Carlo simulation of triangle-hinge models for membrane dynamics
3. 学会等名 日本物理学会2016年秋季大会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 福間 将文
2. 発表標題 Critical behaviors of triangle-hinge models
3. 学会等名 「離散的手法による場と時空のダイナミクス」研究会2016(招待講演)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 "Discrete Approaches to the Dynamics of Fields and Space-Time" 2017	開催年 2017年～2017年
---	--------------------

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------