

令和元年6月21日現在

機関番号：50103

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K05333

研究課題名(和文) 事象の地平のダイナミクスに基づくブラックホール熱力学の研究

研究課題名(英文) Investigations of the thermodynamic properties of black holes based on the dynamics near the event horizons

研究代表者

梅津 裕志 (UMETSU, HIROSHI)

釧路工業高等専門学校・創造工学科・教授

研究者番号：90393420

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：ブラックホールの事象の地平の変形の自由度について研究を行なった。ホーキング輻射に対するこれらの自由度の効果を解析し、ブラックホールの熱力学的性質や重力の量子効果についての知見を得ることを目指した。量子論的時空は離散的性質や非可換性を持つことが期待される。本研究ではケーラー多様体を変形量子化の方法によって非可換化し、局所的なフォック表現とそれらの張り合わせを行なった。更に、このフォック表示を応用して、非可換空間上のゲージ理論を構成した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ミクロなスケールにおいて重力は量子論的な性質を持つと思われる。ブラックホールにはその性質が顕著に現れると期待される。本研究では、ブラックホールの持つ自由度を明らかにすることを目指した。また、ミクロなスケールで現れる空間の離散的性質を反映した場の理論について調べた。

研究成果の概要(英文)：The degrees of freedom of deformations near the event horizons of black holes were studied. We aimed to derive the thermodynamic properties of black holes and to obtain information of quantum properties of gravity by investigating effects of the degrees of freedom of deformations on Hawking radiations. It is expected that quantum space-times have a sort of discreteness and noncommutativity. In this study, we made noncommutative Kahler manifolds by using deformation quantization and derived local Fock representations on the manifolds and transition function between the Fock representations. Further, we investigated gauge theories on noncommutative Kahler manifolds by applying Fock representations.

研究分野：素粒子理論

キーワード：ブラックホール 量子重力 非可換空間

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

重力の量子論を構成する上で、ブラックホールの性質を解明することは重要な役割を果たす。ブラックホールは熱力学と類似の法則を満たし、特に事象の地平の面積に比例したエントロピーを持つと期待されている。量子重力理論において、このエントロピーに寄与する自由度の起源を明らかにする必要があった。特にホーキング輻射はブラックホールの熱力学的性質の中で最も重要なものの一つである。ブラックホールの事象の地平近傍での物質場の有効理論と高階スピカレントの量子異常を用いてホーキング輻射をユニバーサルに説明する方法が提唱されていた。

3次元重力の場合はチャーンサイモンゲージ理論による記述が可能のために、宇宙項が存在する場合について詳細に研究されている。負の宇宙項を持つ場合には、ブラックホール解やその変形の自由度についての研究がなされている。正の宇宙項を持つ場合、ブラックホール解は存在しないが、計量の変形の自由度についての研究がなされている。また、宇宙項がある場合には、3次元重力と2次元共形系場理論との関係が議論されている。

また、量子論的な時空は離散的な性質や非可換性を持つと期待される。非可換空間の構成法には変形量子化や行列正則化などの方法がある。非可換時空上の場の理論は通常の理論とは異なる特異な性質を持つことが知られていた。これらの性質を詳細に調べるためには、具体的に解析することが可能な非可換空間上の場の理論に対する多数のモデルを構成する必要があった。変形量子化による非可換化の一般的な方法が知られていたが、実際に場の理論に応用し、具体的な計算が可能なものは少ししか知られていなかった。我々は以前の研究で、カラベゴフによって提案されたケーラー多様体の変形量子化の方法を用いて、複素射影空間などの場合に非可換積の具体形を与え、非可換空間上の場の理論を作った。場の理論の作用の構成においては物理的に意味のある運動項を与えることが重要であった。十分に大きな等長変換の下での不変性を持つケーラー多様体の場合には、運動項の作り方が知られていた。また、物理的な解析を行なうためには、非可換パラメータの形式的べき級数を扱うのでは困難をとまなう。従って、代数的表現を作ることによって有限な数値を持つ量として計算を行なうことができる。変形量子化の方法で構成した非可換空間上の場の理論で、このような表現を構成する方法を開発する必要があった。

2. 研究の目的

本研究課題では事象の地平近傍と無限遠方での場の振る舞いと計量の変形の自由度から、ブラックホールの持つ自由度を明らかにすることを目的とした。また、この変形の自由度がホーキング輻射に与える影響を調べ、ブラックホール熱力学に対する知見を得る。

離散的な性質を持つ時空として、ケーラー多様体の変形量子化を行い、それによって得られた非可換時空上でゲージ場の理論を具体的に与える。物理量の計算を行なうための枠組みとして、フォック表現を構成し、変形パラメータの形式的べき級数ではなく、数値的な解析を行なうための手法の開発を目指した。

3. 研究の方法

本研究は解析的な計算を中心とし、一部複雑な計算においては数式処理ソフトも活用して行なった。また、研究を遂行する上で他の研究者との議論や情報交換は重要な役割を果たした。変形量子化による非可換空間の構成及び非可換空間上のゲージ場の理論の研究においては、以前からの共同研究者であり変形量子化の専門家である佐古彰史氏（東京理科大学）との共同研究が重要であった。

4. 研究成果

(1) 漸近的に平坦な時空の場合に、無限遠方での境界条件を変えない計量の変形の自由度と、それらの変形に対応した対称性（BMS 対称性）が存在することが知られていた。これを、ブラックホールを含む時空に適用し、事象の地平近傍の計量の変形を考慮することにより、ブラックホール・エントロピーなどの熱力学的性質を導出する研究がなされてきた。

本研究では、ブラックホールの事象の地平近傍における計量の変形の自由度について考察し、その時空上の物質場の高階スピカレントの量子異常を用いてホーキング輻射に対する影響を評価した。この手法において、事象の地平近傍における計量の特異性と、無限遠方における観測者とブラックホールに落下していく観測者の間の座標変換に基づいて、高階スピカレントが決定される。本研究においては、無限遠方での変形に対応した計量を考え、無限遠方における観測者とブラックホールに落下していく観測者の間の座標変換として、変形される前のブラックホールに対して用いられる変換と類似したものに限定して解析を行なった。その結果、事象の地平近傍での高階スピカレントの振る舞いには計量の変形の効果が現れないために、ホーキング輻射は影響を受けないことが明らかになった。しかし、この解析においては座標変換の自由度に対する不定性が残っているために、明確な結論を得るには至らなかった。

(2) 3次元の漸近的に平坦な時空における時空の変形の自由度について研究を行なった。3次元の場合は重力理論がチャーンサイモンゲージ理論によって記述できるという利点がある。

我々は以前の研究で宇宙項を持つ3次元重力理論の場合に、チャーンサイモンゲージ理論を用いて時空の変形の自由度とその量子化について研究を行なった。

本研究においては、その手法を漸近的に平坦な時空に適用した。3次元重力の場合、力学的な自由度は存在しないので、無限遠方での境界条件が本質的な役割を果たす。作用が変分可能であることなどの要請から境界条件を決定し、時空の変形の自由度について調べた。その結果、連続的な変形に対応した自由度とそれらに作用する対称性について解析することができた。宇宙項を持つ理論の場合はこれらの自由度の量子化と2次元共形場の理論との対応について議論できたが、本研究では量子化を行なうところまでは進められなかった。

(3) 重力の量子論においては、ある種の時空の非可換性が現れると期待される。時空の非可換性を導入する一つの方法が変形量子化である。我々はカラベゴフによって提唱されたケーラー多様体の変形量子化の方法を用いた。この手法において、複素座標とケーラーポテンシャルの微分が非可換積の下で生成消滅演算子の代数を満たす。消滅演算子で消える状態として真空を定義し、それに生成演算子を作用させることによってフォック表現を構成し、それを非可換時空上のゲージ理論の構成に応用した。フォック表現は局所的な座標近傍ごとに構成し、座標近傍同士が重なった領域で張り合わせるることによって、大域的なフォック表示を定義できる。異なる座標近傍における基底ベクトルと演算子の表現の間に、具体的な対応関係を記述することができた。ここで与えたフォック表示は一般のケーラー多様体に対して適用できるものである。その特徴の一つとして、複素座標としての複素共役と、フォック表示の演算子としてのエルミート共役が一致しないことがある。複素射影空間の場合には、大域的に定義されたフォック表示を具体的に構成することができた。我々は非可換な積をもつ座標の関数とフォック表示における演算子との間の対応を具体的に与えた。

更に、ゲージ対称性を持つ作用を構成するためには、ゲージ不変性を尊重する座標近傍の張り合わせと、全空間にわたる積分(トレース)の定義を行なわなければならないのだが、この点に関して困難な問題が残っている。通常、大域的な積分を定義するためには、1の分割を用いて局所的な積分を張り合わせることを行なう。しかし本研究において、非可換時空の場合には、大域的なゲージ不変性を持たせることと1の分割を導入して大域的な積分を導入することの間には不整合が生じる可能性があることが分かった。これまでにゲージ理論が研究されてきた非可換空間は、本質的に一つの座標系だけで記述できていたために、この問題の重要性は認識されていなかったが、より一般的な非可換空間上のゲージ理論を研究するためには、解消しなければならない困難である。この問題を解決する方法を検討中である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 3 件)

Akifumi Sako, [Hiroshi Umetsu](#), Twisted Fock representations of noncommutative Kähler manifolds, 査読有, Journal of Mathematical Physics 57, 093501 (2016)
DOI: 10.1063/1.4961930

Akifumi Sako, [Hiroshi Umetsu](#), Deformation Quantization of Kähler Manifolds and Their Twisted Fock Representation, 査読有, Proceedings, 18th International Conference on Geometry, Integrability and Quantization, 2017, 225-240
DOI: 10.7546/giq-18-2017-225-240

Akifumi Sako, [Hiroshi Umetsu](#), Fock Representations and Deformation Quantization of Kähler Manifolds, 査読有, Advances in Applied Clifford Algebras, 27 (2017) no.3, 2769-2794
DOI: 10.1007/s00006-016-0753-z

〔学会発表〕(計 件)

〔図書〕(計 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年：
国内外の別：

取得状況（計 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：
ローマ字氏名：
所属研究機関名：
部局名：
職名：
研究者番号（8桁）：

(2) 研究協力者

研究協力者氏名： 佐古彰史
ローマ字氏名： SAKO Akifumi

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。