

令和元年5月23日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K05466

研究課題名(和文) 複雑ネットワークにおけるフラクタル性発現機構の解明と自己組織化臨界性

研究課題名(英文) Origin of fractality in complex networks and self-organized criticality

研究代表者

矢久保 考介 (Yakubo, Kousuke)

北海道大学・工学研究院・教授

研究者番号：40200480

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：複雑ネットワークにおけるフラクタル性の起源の解明に向けた研究を行うことで、以下の成果が得られた。(1)ネットワークの成長と過負荷による崩壊現象との間の拮抗関係に基づくSOCダイナミクスのモデルを提唱した、(2)SOCモデルにおける時間発展の過程でフラクタル構造やスモールワールド構造、および両者のクロスオーバーが現れることを示した、(3)フラクタル複雑ネットワークにおけるハブ間長距離反発相関を定量化するため、長距離次数相関を一般的に記述する方法を提案した、(4)隣接ノード間の負次数相関だけではフラクタル性は生まれないこと、ハブ間の反発相関がフラクタル性の起源と密接に関係することを解明した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

現実の複雑ネットワークはスモールワールド性を有する構造とフラクタル性をもつ構造に大別される。この内フラクタル構造の起源は未だ明らかにされていなかったが、本研究でSOCがフラクタル構造の一つの起源であることが解明されることにより、大域的構造相関の発現がユークリッド距離の有無と無関係に統一的に理解できることが明らかとなった。また、複雑ネットワークにおける長距離次数相関という大域的構造相関が一般的に定式化されたことで、ネットワークの様々な構造的性質やネットワーク上のダイナミクスが長距離次数相関とどのように関係しているかを定量的に研究するための礎が築かれた。

研究成果の概要(英文)：Studying the origin of fractality found in many real-world complex networks, we have obtained the following results. (1) We proposed a model of fractal complex networks based on an SOC dynamics driven by the antagonistic relationship between the growth of a functional network and its cascading overload failure, (2) we have shown a fractal and small-world structures, and their structural crossover in the process of time development of the SOC model, (3) to clarify the role of a long-range repulsive correlation between hub nodes to the fractal property, long-range degree correlations in a complex network have been formulated in a quite general manner, and (4) we have elucidated that fractality cannot be realized only by nearest-neighbor degree correlations but a long-range hub repulsion is closely related to the origin of fractality.

研究分野：複雑系の物理学

キーワード：フラクタル 臨界現象 複雑ネットワーク スモールワールド 自己組織化

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

複雑な構造を有する多くの系において、スケール変換に対する不変性を意味するフラクタル性(自己相似性)は共通して見られる性質である。フラクタルな血管網が全身に酸素を効率的に供給するように、フラクタル性を有する系は極めて高い機能性を示すことが知られている。実際、工業製品の中にはフラクタル系の機能を利用したものも少なくない。従来の研究では、実空間内に存在する実体をもった複雑構造体のフラクタル性が主に議論されてきたが、2005年頃から、人間関係やWWWなどのように、要素間にユークリッド距離が定義されないトポロジカルな意味での複雑構造体、すなわち複雑ネットワークのフラクタル性が注目を集めるようになってきている。通常、フラクタル構造上の物理現象は大きな揺らぎを伴い、その状態はベキ則で記述される多様性を示す。そのため、実体をもつ通常のフラクタル系と同様、フラクタル性を示す機能性複雑ネットワークも、機能発現においてその多様性に起因した構造的優位性をもつものと考えられる。一方、フラクタル性とは数学的に背反するスモールワールド性(平均ノード間距離がノード数の対数に比例する性質)を呈するネットワークも現実世界には多数存在する。また、両者の性質がスケール変化に伴ってクロスオーバーするような複雑ネットワークも見つかっている。しかしながら研究の開始当初は、フラクタル性の発現メカニズムやスモールワールド構造へのクロスオーバー機構等の基本的問題に関する理解は全く得られていなかった。トポロジカルな構造体におけるフラクタル性の発現機構の解明は、単に基礎科学的に意義深いだけでなく、高機能ネットワークをボトムアップ的に設計するための指針を与えることにもつながり、応用上も非常に重要な問題である。

2. 研究の目的

本研究では、実体をもつ通常のフラクタル系の多くが自己組織化臨界性(self-organized criticality: SOC)を示す非平衡ダイナミクスによって形成されていることに着目することで、複雑ネットワークにおけるフラクタル性発現機構を探る。この目的のため、まず機能性ネットワークの成長と過負荷によるネットワーク崩壊現象との間の拮抗関係に基づくSOCダイナミクスのモデルを提唱する。その上で、このモデルにおける時間発展の過程でフラクタル構造やスモールワールド構造、ならびに両者の間のクロスオーバーが現れることを示す。SOCダイナミクスではネットワーク崩壊の規模はベキ分布に従うが、時としてこの分布から外れるような大規模な崩壊が起こることがある(ドラゴンキング現象)。このような現象は系のカタストロフに直結するため、事前に予測して抑制することが応用上重要となる。本SOCモデルにおけるドラゴンキング現象を調べることにより、予測と制御に関する知見を得る。また、次数(各ノードから出るエッジの本数)間の長距離相関とフラクタル性との関係解明を明らかにすることで、SOCとは異なるフラクタル複雑ネットワークの形成メカニズムの可能性を探る。過負荷故障に対するネットワークの頑強性の解析、さらには得られた結論の量子力学的応用を考えた上での複雑ネットワーク上の量子ウォークの挙動解明などにより、ネットワークの機能発現や機能の維持に対するフラクタル性の役割についても理解を深める。

3. 研究の方法

上記の目的のため、まず初年度は過負荷故障カスケード過程における自己組織化臨界性(SOC)に基づくスケールフリー・ネットワークの構造形成モデルを構築し、フラクタル性が発現するための条件を明らかにした。具体的には、負荷の時間変動を考慮した過負荷故障カスケードのモデルにおいて、各ノードの耐性を負荷の平均値に負荷揺らぎ(標準偏差)の一定数倍(m 倍)を加えて設定した。このモデルにおいて過負荷故障カスケードによるパーコレーション転移点の存在を確認した後、この臨界点に自発的に接近するようなダイナミクスを提案した。この自己組織化モデルにおいてSOCが発現することを、雪崩のサイズ分布、間欠的雪崩の時間間隔分布、および非連結成分サイズ分布を調べることにより確認した。さらに、このモデルで形成されるネットワークがスケールフリー性を有するための条件を明らかにした。

平成29年度以降は、フラクタル性と次数相関の間の関係について研究した。隣接するノード間の次数間相関を評価する方法に関しては、これまでも精力的に研究され、フラクタル性を有する現実ネットワークが負の隣接次数相関を示すことが明らかにされている。フラクタル性のような複雑ネットワークのより大域的な構造特性を理解するためには長距離の次数相関を定量化する必要があると言われていたが、本研究を遂行した当初は長距離次数相関の定式化に成功した研究例は無かった。本研究においては、多変数確率分布を用いることでネットワークにおける長距離次数相関を極めて一般的に記述する方法を提案した。この確率分布関数から次数相関の特徴を抽出するための様々な指標を定義し、これらの指標の振舞いから、SOCとは異なるネットワークのフラクタル性の発現機構の可能性を探った。

4. 研究成果

(1) SOCモデルの構築

本研究で提案するSOCモデルは、ネットワークの成長と過負荷故障によるカスケード現象の拮抗関係に基づいている。モデルを構築するため、まず与えられたネットワークにおける過負荷故障カスケードによるパーコレーション転移の性質について詳細に調べた。時間的に変動する負荷をネットワーク上の W 個のランダムウォーカーで表し、定常に達した際の各ノード i 上の

平均ウォーカー数（平均負荷） w_i と標準偏差（負荷揺らぎ） σ_i 、およびウォーカー数の分布関数 $h_i(w)$ を求めた。ノード i の耐性 q_i を $q_i = w_i + m\sigma_i$ と設定し、負荷が耐性を超えて故障する確率（過負荷故障確率） F_i を解析的に計算した。始めに初期の過負荷故障確率に従って故障したノードを削除し、過負荷故障確率を再計算する。更新された過負荷故障確率に従ってさらにノードを削除し、 F_i の再計算を行う。この作業を削除するノードが無くなるまで繰り返すことで過負荷故障カスケードをモデル化する。このカスケードによるパーコレーションの臨界点を母関数法とマスター方程式により計算した。次に、カスケード終了後に新規ノードを参入させることで、モデルを成長と崩壊を繰り返すように拡張した。このモデルの定常状態では、先に計算した過負荷故障パーコレーションの臨界点の周りで系が揺らぐことを明らかにした。

(2) SOC モデルの性質

上記モデルにおけるカスケードのサイズ分布、カスケード間の時間間隔分布、および連結成分のサイズ分布がいずれもべき分布となることを数値的に確認した。このことは、モデルのダイナミクスが SOC を示すことを物語っている。さらに、大規模なカスケードが終了した直後のネットワークに対してフラクタル解析を行ったところ、これらのネットワークがフラクタル性を有していることが判明した。また、その後ネットワークが成長する過程においてフラクタル構造からスモールワールド構造へクロスオーバーすることが解った。以上のことから、本 SOC モデルがネットワークのフラクタル性の起源を説明することが明らかとなった。

(3) 長距離次数相関の研究

ネットワークがフラクタル性を獲得するもう一つのシナリオを探るため、本研究では長距離次数相関の定式化とフラクタル性との関係を調べた。極めて一般的な長距離次数相関を記述するため、任意に選んだノード対の一方のノードの次数が k 、もう一方の次数が k' 、両ノード間のノード間最短経路長が l である同時確率 $P(k, k', l)$ と、 $P(k, k', l)$ から生成される 4 つの条件付き確率を導入した。さらに、長距離次数相関が無いネットワークに対してこれらの確率関数の関数形を解析的に求めた。求められた関数形とは異なる確率関数を有するネットワークには長距離次数相関が存在することになる。このような確率関数を用いることで、フラクタル・ネットワークに対しては高次数ノード（ハブノード）間に長距離の反発相関が見られることを明らかにした。今後はハブ間反発の傾向の強さを定量化することで、ハブ間反発がフラクタル性の起源となり得るか否かをより詳細に調べる。また本研究では、長距離次数相関とネットワークの頑強性との関係や、ハブ間反発と量子ウォークにおける自己回帰確率の関係についても調べた。

5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 8 件)

- Y. Fujiki, T. Takaguchi, K. Yakubo, General formulation of long-range degree correlations in complex networks, *Physical Review E*, 査読有、97、2018、062308:1-8、10.1103/PhysRevE.97.062308.
- L. Xiao, X. Qiu, K. Wang, Z. Bian, X. Zhan, H. Obuse, B. C. Sanders, W. Yi, P. Xue, Higher winding number in a nonunitary photonic quantum walk, *Physical Review A*, 査読有、93、2018、063847:1-10、10.1103/PhysRevA.98.063847.
- K. Mochizuki, H. Obuse, Floquet Topological phases of quantum walks and its connection to network models, *Interdisciplinary Information Sciences*, 査読有、23、2017、95-103、10.4036/iis.2017.A.12.
- Y. Fujiki, S. Mizutaka, K. Yakubo, Fractality and degree correlations in scale-free networks, *European Physical Journal B*, 査読有、90、2017、126:1-9、10.1140/epjb/e2017-80031-x.
- S. Mizutaka, K. Yakubo, Structural instability of large-scale functional networks, *Plos One*, 査読有、12、2017、e0181247:1-11、10.1371/journal.pone.0181247.
- L. Xiao, X. Zhan, Z. H. Bian, K. K. Wang, X. Zhang, X. P. Wang, J. Li, K. Mochizuki, D. Kim, N. Kawakami, W. Yi, H. Obuse, B. C. Sanders, P. Xue, Observation of topological edge states in parity-time-symmetric quantum walks, *Nature Physics*, 査読有、13、2017、1117-1123、10.1038/NPHYS4204.
- T. Endo, N. Konno, H. Obuse, E. Segawa, Sensitivity of quantum walks to a boundary of two-dimensional lattices: approaches based on the CGMV method and topological phases, *Journal of Physics A -Mathematical and Theoretical*, 査読有、50、2017、455302:1-40、10.1088/1751-8121/aa8c5e.
- K. Mochizuki, D. Kim, H. Obuse, Explicit definition of PT symmetry for nonunitary quantum walks with gain and loss, *Physical Review A*, 査読有、93、2016、062116:1-13、10.1103/PhysRevA.93.062116.

〔学会発表〕(計 67 件)

- (1) 河崎真樹男, 望月健, 川上則雄, 小布施秀明, IBM Q を用いた 3 ステップ量子ウォークの実装, 日本物理学会第 74 回年次大会, 2019 年 3 月 14 日 ~ 2019 年 3 月 14 日, 九州大学 (福岡県・福岡市).

- (2) 小布施秀明, PT 対称な非エルミート系におけるトポロジカル相と実証実験: 量子ウォークによるアプローチ, 日本物理学会第 74 回年次大会 領域 4,1,5,11 合同シンポジウム「非エルミート量子力学の新展開」(招待講演), 2019 年 3 月 14 日~2019 年 3 月 14 日, 九州大学(福岡県・福岡市).
- (3) 藤澤有祐, 矢久保考介, 川上則雄, 小布施秀明, トポロジカル相の動的制御による 1 次元エッジ状態の輸送, 日本物理学会第 74 回年次大会, 2019 年 3 月 14 日~2019 年 3 月 14 日, 九州大学(福岡県・福岡市).
- (4) 望月健, 羽田野直道, Joshua Feinberg, 小布施秀明, 乱れのある一次元非エルミート模型における統計的性質, 日本物理学会第 74 回年次大会, 2019 年 3 月 14 日~2019 年 3 月 14 日, 九州大学(福岡県・福岡市).
- (5) H. Obuse, Topological Phases on Non-Hermitian systems with PT symmetry: Quantum Walk Approach, Topological Material Science: 4th Annual Meeting (招待講演), 2019 年 1 月 22 日~2019 年 1 月 24 日, 名古屋大学(愛知県・名古屋市).
- (6) 小布施秀明, PT 対称な非エルミート系におけるトポロジカル相と実証実験: 量子ウォークによるアプローチ, 第 10 回トポロジー連携研究会「非平衡系・非エルミート系の新奇量子現象」(招待講演), 2018 年 11 月 30 日~2018 年 12 月 1 日, 京都大学基礎物理学研究所(京都府・京都市).
- (7) H. Obuse, Topological phases on PT symmetric non-unitary quantum walks, Second TMS-PKU alliance workshop in Beijing (招待講演), 2018 年 9 月 25 日~2018 年 9 月 28 日, 北京大学, Beijing (China).
- (8) Y. Fujiki, K. Yakubo, General framework to analyze long-range degree correlations in complex networks, UK Japan Engineering Education League Workshop 2018, 2018 年 9 月 13 日~2018 年 9 月 15 日, 西新プラザ(福岡県・福岡市).
- (9) 望月健, 小布施秀明, ランダムホッピング項を持つ非エルミート SSH 模型における準位統計, 日本物理学会 2018 年秋季大会, 2018 年 9 月 9 日~2018 年 9 月 12 日, 同志社大学(京都府・京田辺市).
- (10) 藤木結香, 矢久保考介, 隣接相関に付随する長距離次数相関と非付随的相関の識別, 日本物理学会 2018 年秋季大会, 2018 年 9 月 9 日~2018 年 9 月 12 日, 同志社大学(京都府・京田辺市).
- (11) 河崎真樹男, 望月健, 川上則雄, 小布施秀明, PT 対称な 3 ステップ量子ウォークにおけるトポロジカル相, 量子情報・物性の新潮流, 2018 年 7 月 31 日~2018 年 8 月 3 日, 東京大学・物性研究所(千葉県・柏市).
- (12) 小布施秀明, トポロジカル相と対称性を活用した量子状態制御: 量子ウォークによるアプローチ, 量子情報・物性の新潮流, 2018 年 7 月 31 日~2018 年 8 月 3 日, 東京大学・物性研究所(千葉県・柏市).
- (13) 藤澤有祐, 矢久保考介, 川上則雄, 小布施秀明, 動的変化するトポロジカル相を用いたエッジ状態輸送, 量子情報・物性の新潮流, 2018 年 7 月 31 日~2018 年 8 月 3 日, 東京大学・物性研究所(千葉県・柏市).
- (14) 望月健, 川上則雄, 小布施秀明, 非線形 1 次元量子ウォークにおけるエッジ状態の安定性, 量子情報・物性の新潮流, 2018 年 7 月 31 日~2018 年 8 月 3 日, 東京大学・物性研究所(千葉県・柏市).
- (15) Y. Fujiki, T. Takaguchi, K. Yakubo, A general framework for analyzing long-range degree correlations in complex networks, NetSci 2018, 2018 年 6 月 11 日~2018 年 6 月 15 日, New Cap Event Center, Paris (France).
- (16) Y. Fujiki, K. Yakubo, Degree correlations between distant nodes in complex networks, NetSci 2018, 2018 年 6 月 11 日~2018 年 6 月 15 日, New Cap Event Center, Paris (France).
- (17) H. Obuse, Edge states in PT symmetric quantum walks with higher topological numbers, Non-Hermitian Physics - PHHQP XVIII, 2018 年 6 月 4 日~2018 年 6 月 13 日, International Center for Theoretical Sciences, Bangalore (India).
- (18) K. Mochizuki, N. Kawakami, H. Obuse, PT symmetry and stability of edge states in nonlinear quantum walks, Non-Hermitian Physics - PHHQP XVIII, 2018 年 6 月 4 日~2018 年 6 月 13 日, Ramanujan Lecture Hall, ICTS Bangalore (India).
- (19) K. Yakubo, General description of long-range degree correlations in complex networks, The 6th International Workshop on Physics of Social Complexity (PoSCo) (招待講演), 2018 年 6 月 1 日~2018 年 6 月 2 日, Asia Pacific Center for Theoretical Physics, Pohang (Korea).
- (20) H. Obuse, Topological phases on quantum walks, Workshop: Mathematical approach for topological physics (I) (招待講演), 2018 年 4 月 6 日~2018 年 4 月 6 日, 名古屋大学(愛知県・名古屋市).
- (21) 河崎真樹男, 望月健, 川上則雄, 小布施秀明, PT 対称な 3 ステップ量子ウォークにおけるトポロジカル相, 日本物理学会 第 73 回年次大会, 2018 年 3 月 22 日~2018 年 3 月 25 日, 東京理科大学(千葉県・野田市).

- (22) 藤澤有祐, 矢久保考介, 川上則雄, 小布施秀明, トポロジカル相を利用したエッジ状態の動的制御: 等速運動する 1 次元エッジ状態に対するスペクトル解析と三準位モデルとの比較, 日本物理学会 第 73 回年次大会, 2018 年 3 月 22 日 ~ 2018 年 3 月 25 日, 東京理科大学 (千葉県・野田市).
- (23) 藤木結香, 矢久保考介, 長距離次数相関を表す指標, 日本物理学会 第 73 回年次大会, 2018 年 3 月 22 日 ~ 2018 年 3 月 25 日, 東京理科大学 (千葉県・野田市).
- (24) H. Obuse, Floquet Topological Phases in PT Symmetric Quantum Walks with Gain and Loss, The 1st Asia-Pacific Workshop on Trapped Quantum Systems (APTQS 2017) (招待講演), 2017 年 12 月 8 日 ~ 2017 年 12 月 10 日, International Academic Exchange Center of Sun Yat-sen University, Zhuhai Campus, Guangdong (China).
- (25) H. Obuse, Controlling Quantum Optical Dynamics by Topological Phases and Parity-Time Symmetry, International Workshop on NanoScience and NanoOptics 2017, 2017 年 11 月 1 日 ~ 2017 年 11 月 3 日, 北海道大学 (北海道・札幌市).
- (26) 清水洋祐, 小布施秀明, 2 次元量子ウォークを用いた量子探索問題における不規則性の寄与, 日本物理学会 2017 年秋季大会, 2017 年 9 月 12 日 ~ 2017 年 9 月 15 日, 岩手大学 (岩手県・盛岡市).
- (27) 藤澤有祐, 矢久保考介, 川上則雄, 小布施秀明, トポロジカル相の接合境界が動的に変化する 1 次元格子モデルにおけるエッジ状態, 日本物理学会 2017 年秋季大会, 2017 年 9 月 12 日 ~ 2017 年 9 月 15 日, 岩手大学 (岩手県・盛岡市).
- (28) 水高将吾, 矢久保考介, 自己組織化臨界性に基づくネットワーク形成とその普遍クラス, 日本物理学会 2017 年秋季大会, 2017 年 9 月 12 日 ~ 2017 年 9 月 15 日, 岩手大学 (岩手県・盛岡市).
- (29) 山根佳大, 水高将吾, 矢久保考介, 自己組織化臨界動力学によるネットワークのスケールフリー性: マスター方程式からのアプローチ, 日本物理学会 2017 年秋季大会, 2017 年 9 月 12 日 ~ 2017 年 9 月 15 日, 岩手大学 (岩手県・盛岡市).
- (30) 藤木結香, 矢久保考介, 長距離次数相関の一般的定式化: 無次数相関グラフにおける確率関数の解析, 日本物理学会 2017 年秋季大会, 2017 年 9 月 12 日 ~ 2017 年 9 月 15 日, 岩手大学 (岩手県・盛岡市).
- (31) 望月健, 川上則雄, 小布施秀明, 非線形 1 次元量子ウォークにおけるエッジ状態の安定性と PT 対称性, 日本物理学会 2017 年秋季大会, 2017 年 9 月 12 日 ~ 2017 年 9 月 15 日, 岩手大学 (岩手県・盛岡市).
- (32) 鎌倉有希, 矢久保考介, 隣接ノード伝播型過負荷故障カスケードに対するネットワークの頑強性, 日本物理学会 2017 年秋季大会, 2017 年 9 月 12 日 ~ 2017 年 9 月 15 日, 岩手大学 (岩手県・盛岡市).
- (33) K. Yakubo, Long-Range Degree Correlations in Complex Networks, The 2nd Workshop on Self-Organization and Robustness of Evolving Many-Body Systems (招待講演), 2017 年 9 月 8 日 ~ 2017 年 9 月 9 日, 北海道大学 (北海道・札幌市).
- (34) 小布施秀明, PT 対称性を有する非ユニタリ - 量子ウォーク, 5th Yokohama workshop on quantum walks, 2017 年 9 月 2 日 ~ 2017 年 9 月 2 日, 神奈川大学 (神奈川県・横浜市).
- (35) H. Obuse, K. Mochizuki, D. Kim, N. Kawakami, Floquet Topological Phases in PT Symmetric Passive Hadamard Quantum Walks, META 2017, 2017 年 7 月 25 日 ~ 2017 年 7 月 28 日, Songdo Convensia, Incheon (Korea).
- (36) K. Mochizuki, H. Obuse, PT symmetry and pseudo-unitarity of nonunitary quantum walks, META 2017, 2017 年 7 月 25 日 ~ 2017 年 7 月 28 日, Songdo Convensia, Incheon (Korea).
- (37) H. Obuse, Topological phases of quantum walks, Mini Workshop: Mathematical Aspects of Topological Phases of Matter and Quantum Computing (招待講演), 2017 年 7 月 24 日 ~ 2017 年 7 月 25 日, 東北大学 (宮城県・仙台市).
- (38) Y. Fujiki, S. Mizutaka, K. Yakubo, Disassortative degree mixing and fractality of scale-free networks, International Conference on Statistical Physics, 2017 年 7 月 10 日 ~ 2017 年 7 月 14 日, Corfu Holiday Palace Hotel, Corfu (Greece).
- (39) K. Yakubo, A. Watanabe, S. Mizutaka, Fractality of complex networks emerging from self-organized critical dynamics, International Conference on Statistical Physics, 2017 年 7 月 10 日 ~ 2017 年 7 月 14 日, Corfu Holiday Palace Hotel, Corfu (Greece).
- (40) H. Obuse, K. Mochizuki, D. Kim, N. Kawakami, Floquet Topological Phases in PT Symmetric Quantum Walks with Gain and Loss, CLEO/Europe-EQEC 2017, 2017 年 6 月 25 日 ~ 2017 年 6 月 29 日, ICM Centre of the New Munich Trade Fair Centre, Munich (Germany).
- (41) H. Obuse, Floquet topological phases in PT symmetric non-unitary quantum walks: theory and experiment, PHHQ17: Non-Hermitian Hamiltonians in Physics: Theory and Experiment, 2017 年 5 月 15 日 ~ 2017 年 5 月 19 日, Physikzentrum Bad Honnef, Bad Honnef (Germany).
- (42) H. Obuse, K. Mochizuki, D. Kim, N. Kawakami, L. Xiao, X. Zhan, Z.H. Bian, K.K. Wang,

- X. Zhang, X.P. Wang, J. Li, W. Yi, B. Sanders, P. Xue , Observation of edge states of Floquet topological phases in PT symmetric quantum walks , International Conference on Topological Materials Science 2017 (TopoMat2017) , 2017 年 5 月 9 日 ~ 2017 年 5 月 13 日 , 東京工業大学 (東京都) .
- (43) H. Obuse , Observation of edge states of Floquet topological phases in PT symmetric quantum walks , International Conference on Topological Materials Science 2017 (TopoMat2017) , 2017 年 5 月 9 日 ~ 2017 年 5 月 13 日 , 東京工業大学 (東京都) .
- (44) 矢久保考介, 福士和也, クラスター化されたネットワークの頑強性, 日本物理学会 第 72 回年次大会, 2017 年 3 月 17 日 ~ 2017 年 3 月 20 日, 大阪大学 (大阪府・大阪市) .
- (45) 水高将吾, 矢久保考介, 自己組織化臨界性に基づくネットワーク形成の単純モデルの提案, 日本物理学会 第 72 回年次大会, 2017 年 3 月 17 日 ~ 2017 年 3 月 20 日, 大阪大学 (大阪府・大阪市) .
- (46) 小布施秀明, 望月健, 金多景, 川上則雄, A.L. Xiao, B.X. Zhan, Z.H. Bian, K.K. Wang, X. Zhang, X.P. Wang, J.Li, W. Yi, P. Xue , 散逸を伴う PT 対称な量子ウォークにおけるフロケットポロジカル相の理論とエッジ状態の実験による観測, 日本物理学会 第 72 回年次大会, 2017 年 3 月 17 日 ~ 2017 年 3 月 20 日, 大阪大学 (大阪府・大阪市) .
- (47) 小布施秀明, 量子ウォークにおけるトポロジカル相, 日本物理学会第 72 回年次大会 領域 11.1 合同シンポジウム「量子ウォークの深化とその周辺」(招待講演), 2017 年 3 月 17 日 ~ 2017 年 3 月 20 日, 大阪大学 (大阪府・大阪市) .
- (48) K. Mochizuki, D. Kim, N. Kawakami, H. Obuse , Topological phases in PT symmetric nonunitary quantum walks , International School on Topological Science and Topological Matters ,2017 年 2 月 13 日 ~ 2017 年 2 月 18 日 , 京都大学(京都府・京都市) .
- (49) 小布施秀明, 量子ウォークにおけるトポロジカル相, 及びアンダーソン転移との接点, 数理解析研究所(RIMS)研究会「臨界関数不等式に関わる諸問題が持つ不変構造の探求」(招待講演), 2017 年 2 月 13 日 ~ 2017 年 2 月 16 日, 京都大学 (京都府・京都市) .
- (50) K. Mochizuki, D. Kim, N. Kawakami, H. Obuse , Effects of disorder in PT symmetric non-unitary quantum walks , Topological Material Science 2nd Annual Meeting , 2016 年 12 月 16 日 ~ 2016 年 12 月 18 日, 東北大学 (宮城県・仙台市) .
- (51) H. Obuse, K. Mochizuki, D. Kim, N. Kawakami , Floquet Topological Phases Driven by PT Symmetric Non-unitary Time Evolution (招待講演), Topological Material Science 2nd Annual Meeting , 2016 年 12 月 16 日 ~ 2016 年 12 月 18 日, 東北大学 (宮城県・仙台市) .
- (52) E. Segawa, H. Obuse , Sensitivity of a quantum walk to boundary , Workshop of Quantum Simulation and Quantum Walks 2016(招待講演), 2016 年 11 月 17 日 ~ 2016 年 11 月 21 日 , Czech Technical University in Prague, Prague (Czech) .
- (53) H. Obuse , PT symmetric non-unitary quantum walks , Workshop of Quantum Simulation and Quantum Walks 2016 , 2016 年 11 月 17 日 ~ 2016 年 11 月 21 日 , Czech Technical University in Prague, Prague (Czech) .
- (54) K. Yakubo , Non-linear Scaling in Cities , International Workshop on Interdisciplinary Applications of Nonlinear Science (招待講演), 2016 年 11 月 2 日 ~ 2016 年 11 月 7 日 , 鹿児島大学 (鹿児島県・鹿児島市) .
- (55) 小布施秀明, 量子ウォークにおけるトポロジカル相: 物性物理的観点から, 量子系の数理と物質制御への展開 II: 量子ウォークを架け橋に (招待講演), 2016 年 10 月 20 日 ~ 2016 年 10 月 22 日, 横浜国立大学 (神奈川県・横浜市) .
- (56) H. Obuse , Quantum dynamics associated with topological phases in synthetic quantum systems , Okinawa school in physics : Coherent Quantum Dynamics (招待講演), 2016 年 9 月 27 日 ~ 2016 年 10 月 6 日, 沖縄科学技術大学院大学 (沖縄県・沖縄市) .
- (57) 小布施秀明, 瀬川悦生, 量子ウォークの縁に対する感受性, 日本数学会 2016 年度秋季総合分科会, 2016 年 9 月 15 日 ~ 2016 年 9 月 18 日, 関西大学 (大阪府・大阪市) .
- (その他 10 件)

6 . 研究組織

(1)研究分担者

研究分担者氏名 : 小布施 秀明

ローマ字氏名 : (OBUSE, hideaki)

所属研究機関名 : 北海道大学

部局名 : 工学研究院

職名 : 助教

研究者番号 (8 桁) : 50415121