

令和元年6月7日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2016～2018

課題番号：16K05469

研究課題名（和文）強相関量子多体系の相の分類と場の理論における量子異常

研究課題名（英文）Classification of Phases in Strongly Correlated Quantum Many-Body Systems and Quantum Anomaly in Field Theory

研究代表者

押川 正毅（OSHIKAWA, Masaki）

東京大学・物性研究所・教授

研究者番号：50262043

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,600,000円

研究成果の概要（和文）：基底状態から無限小のエネルギーで状態を変化させられるギャップレスな状態は、量子相転移点のみでならず、安定な量子臨界相として出現することがある。本研究では、ギャップレスな量子臨界状態を特徴づける性質として、2つの新しい概念を導入した。1つは低エネルギー極限を記述する場の理論を持つ、スピンの「回転」とスピンの位置の並行移動に関する対称性を共にゲージ化（局所化）する際の障害を表す量子異常である。もう1つは、電気分極のゆらぎの強さを表す分極振幅が、系のサイズとともにどのようにスケールするかを表す新たな指数である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ギャップレスな量子臨界状態の理論的・数値的解析はギャップのある相に比較して難しく、未開拓の部分かなり大きい。本研究で、場の理論において重要な概念である量子異常、また物理的に自然かつ重要な概念である電気分極に基づいて、ギャップレスな量子臨界状態の新たな視点からの分類を行ったことは、ギャップレスな量子臨界状態の包括的な理解に向けた一歩である。実際、本研究を受けて、ギャップレスな量子臨界状態の分類の理論がさまざまな観点から盛んになっており、このような世界的な研究の潮流を作り出す一つの契機を与えた先導的な研究成果であると考えている。

研究成果の概要（英文）：Gapless states, in which the ground state can be modified by an infinitesimal energy, appear not only at quantum phase transition, but also as stable quantum critical phases. In this project, we introduced two novel characterizations of gapless quantum critical states. One is a quantum anomaly, which represents an obstruction against gauging (localizing) both the spin rotation symmetry and translation of spin locations simultaneously. The second is a new exponent characterizing the scaling of the polarization amplitude, which represents the magnitude of the fluctuations of the electric polarization, when the system size is increased.

研究分野：物性理論・統計力学

キーワード：量子多体系 量子異常 量子臨界状態 電気分極 有限サイズスケーリング

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

絶対零度における量子相の分類に大きな発展があり、トポロジカル秩序相や、対称性によって保護されたトポロジカル相の概念が確立し、多くの興味深い実例が見いだされていた。しかし、相関の強い量子系の相の分類には未開拓の点が多い。一方、物性物理と、場の理論における量子異常の関連は、以前から量子ホール状態の端状態などについて知られていたが、トポロジカル相の分類についての応用については開拓が始まったところであった。特に、S. Ryu らによって、共形場理論のオービフォルド構成に伴う量子異常に基づく、対称性によって保護されたトポロジカル相 (SPT 相) の分類が提案されていた。SPT 相の端状態は、対称性を保持する限り端への摂動だけでは解消することができない。これは、端状態を記述する場の理論の量子異常として解釈することができる。逆に、場の理論の持つ量子異常によって SPT 相の分類を行うことができる。しかし、この段階では既知の SPT 相の分類を再現しているに過ぎなかったとも言える。場の理論における量子異常を応用、あるいは量子異常をヒントにした新たな展開が望まれていた。

一方、SPT 相などのトポロジカル相の分類は、ギャップのある相にほぼ限定して議論されていた。ギャップレスな量子臨界状態は、ギャップのある相の間の量子相転移点として出現することが多いが、物性物理学においては安定な量子臨界状態の例も多く知られている。このような状態の安定性を解明し、さらに「相」として分類することが求められていた。

2. 研究の目的

場の理論における量子異常の概念に基づいて、量子相の分類について新たな枠組みを構築することが目的であった。

3. 研究の方法

格子上の量子多体系について強力な制約を与える Lieb-Schultz-Mattis (LSM) 定理とその一般化においては、粒子数保存に対応する大域的な $U(1)$ 対称性と、格子の並進対称性が重要な役割を果たす。一方、大域的な $U(1)$ 対称性を持つ 1 次元量子多体系の有効理論である Tomonaga-Luttinger 流体 (TLL) は、共形場理論としては無限個のプライマリー場を含み構造が複雑である。そこで、大域的対称性として、より高い対称性である $SU(N)$ 対称性を考えた。 $SU(N)$ 対称性を持つ 1 次元「反強磁性」スピン鎖の有効理論は、 $SU(N)$ Wess-Zumino-Witten 理論であり、これは $SU(N)$ Kac-Moody 代数に関して有限個のプライマリー場で記述できその面では $U(1)$ のみの場合よりも単純である。さらに、格子の並進対称性は $SU(N)$ 場に対する ZN 内部対称性として表現される。

本研究の元になった論文 1 では、 $N=2$ ($SU(2)$ 対称性) の場合について、並進対称性に対応する $Z2$ 対称性をゲージ化してオービフォルドを構成する際の量子異常が、LSM 定理の場の理論版に相当することを指摘した。この大域的量子異常は Gepner と Witten が 1986 年の論文で明らかにしたものであるが、この物性物理・量子統計力学における意義をはじめて指摘したものである。さらに、この量子異常によって、 $SU(2)$ 対称性と共形普遍性を持ち量子臨界的な (ギャップレスな) 1 次元量子相が 2 つに分類できることを示した。

上記の議論を一般の $SU(N)$ 対称性に拡張しようとする、オービフォルド構成による同じ方法ではうまく行かない。そこで、より根源的な方法として、並進対称性に対応する ZN 対称性と、 $SU(N)$ 対称性を同時にゲージ化することに伴う 't Hooft 量子異常を考えた。このとき、両者の対称性がからむ混合 't Hooft 量子異常が自然に LSM 定理に対応することがわかった。また、この議論の $N=2$ の場合が上記の $SU(2)$ に対する解析を再現する。

このような $SU(N)$ スピン鎖に関する考察から、ギャップレスな量子臨界相に関して、いままで認知されて来なかった特徴づけや分類ができることがわかった。そこで、物理的に重要な $U(1)$ 対称性のみが存在する場合について、このような視点から再検討を行った。量子異常の代表例であるカイラル量子異常は、 $U(1)$ ゲージ場 (電場) に対する系の応答を示していると言える。絶縁体における電場応答は電気分極によって決まると考えられる。逆に、電場応答によって電気分極を定式化することができる。このような議論は以前から多くの文献で用いられていたが、電場をあらわすゲージ場の不定性に伴う混乱が残っていた。そこで、絶縁体における電気分極の定義について、ゲージ場に対する応答として系統的な解析を行った。

ギャップレスな電気伝導体においては、電気分極のゆらぎが発散するため電気分極が定義できないことは以前から認識されていた。しかし本研究では、上の議論も踏まえ、電気分極のゆらぎの有限サイズスケールリングを行い、ギャップレス相の新たな特徴づけを試みた。

4. 研究成果

オービフォルド量子異常に基づいて、 $SU(2)$ 対称性と格子並進対称性の存在下で $SU(2)$ 量子反強磁性鎖にあらわれる量子臨界相を 2 種類に分類できることを提唱した論文 (論文 1) を出版した。この論文は本研究開始前に arXiv で公開、および雑誌投稿を行っていたが、本研究中にレフェリーコメントに対応した改訂を行い、Phys. Rev. Lett. 誌に出版した。また、この論文の内容に関する国際会議招待講演や集中講義などを行って成果の周知を行った。ギャップレ

すなわち量子臨界相のトポロジカルな分類は現在盛んになりつつある研究分野であるが、本論文はこの流れを作りだすにも貢献したものと考えている。このような状況を表す傍証として、論文 1 は素粒子理論と物性理論の両分野にわたって、既に 25 件引用されている (Google Scholar により、出版前のプレプリントに対する引用を含む)。

SU(N)対称性を持つ量子反強磁性鎖についての考察から、上記のオービフォールド構成に基づく議論は、より根源的には混合 't Hooft 量子異常を反映していることを指摘し、SU(N)量子反強磁性鎖のギャップレス量子相の分類を行った。特に、SU(N)対称性が低エネルギー極限でSU(N')対称性(N<N')に拡大される場合、出現するギャップレス量子臨界相に課せられる制約を導いた (Y. Yao, C.-T. Hsieh, and M. Oshikawa, arXiv:1805.06885 未出版)。

U(1)対称性を持つ量子多体系のゲージ場に対する応答をまず絶縁体について系統的に解析し、電気分極の定義を整理した。特に、実空間におけるゲージの取り方に対応して無数に異なる電気分極の定義が可能であることを示し、それらの物理的意味を明らかにした (論文 6)。

また、2次元の量子多体系に電気分極の議論を適用し、ゲージ不変性と組み合わせることで、Laughlin のゲージ不変性によるホール伝導度量子化の議論を、端状態を持たないトーラスに拡張した。この議論は、周期格子では LSM 定理の議論と組み合わせることができ、周期格子上の量子多体系について、充填因子と量子化されたホール伝導度の間の一般的な関係式を導いた。特に、プラケットあたりの磁束が π で、サイトあたりの粒子数が半奇数の場合、既存の LSM 定理では磁気単位胞あたりの粒子数が整数なので何の制約も導けないが、今回の結果を用いると時間反転対称性を守る限り単一の基底状態がギャップを持つことができないことが導かれる。これは、「 π フラックス」系におけるディラック的なギャップレス状態の非摂動的な安定性を示唆している。(Y.-M. Lu, Y. Ran, and M. Oshikawa, arXiv:1705.09298 未出版)

さらに、電気分極が定義できないギャップレス量子臨界相において、分極のゆらぎの強さをあらず「分極振幅」が系のサイズにベキ的に依存することを S=1/2 XXZ 鎖とそれに関連するモデルに対して、数値的・解析的研究によって示した。このベキは、有効理論である TLL の普遍的な性質を決定する Luttinger パラメータに依存するが、同じ Luttinger パラメータであっても後方散乱の有無によってベキが異なる。これは、分極振幅の有限サイズスケールリングが Luttinger パラメータにとどまらない系の特性を特徴づけることを示唆している (論文 7)。なお、このようなベキ的なふるまいについては場の理論的な説明が最近 Furuya と Nakamura によって与えられた (S. C. Furuya and M. Nakamura, Phys. Rev. B 99, 144426 (2019)) が、これを含め分極振幅の有限サイズスケールリングは今後のギャップレス量子臨界相の一般的な理解の手掛かりになるものと考えられる。

上記に加えて、派生的な成果として、量子多体系の基底状態を特定の基底で展開したときの Shannon-Rényi エントロピーの普遍的な有限サイズスケールリング (論文 2)、カゴメ格子での S=1/2 反強磁性体の基底状態の密度行列くりこみ群による解析の再検討によるディラックスピン液体状態の示唆 (論文 3)、量子多体系のエネルギースペクトルからのハミルトニアン逆推定 (論文 4)、量子統計性が多粒子系の基底エネルギーに与える影響の詳細な解析 (論文 5)、TLL の接合部付近での相関関数のクロスオーバーの解析 (論文 8) などがある。

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 8 件) 全て査読有り

1. C.-Y. Lo, Y. Fukusumi, M. Oshikawa, Y.-J. Kao, and P. Chen, “Crossover of correlation functions near a quantum impurity in a Tomonaga-Luttinger liquid”, Phys. Rev. B 99, 121103 (2019).
2. R. Kobayashi, Y. O. Nakagawa, Y. Fukusumi, and M. Oshikawa, “Scaling of the polarization amplitude in quantum many-body systems in one dimension”, Phys. Rev. B 97, 165133 (2018)
3. H. Watanabe and M. Oshikawa, “Inequivalent Berry Phases for the Bulk Polarization”, Phys. Rev. X 8, 021065 (2018).
4. W. Nie, H. Katsura, and M. Oshikawa, “Particle statistics, frustration, and ground-state energy”, Phys. Rev. B 97, 125153 (2018).
5. H. Fujita, Y. O. Nakagawa, S. Sugiura, and M. Oshikawa, “Construction of Hamiltonians by supervised learning of energy and entanglement spectra”, Phys. Rev. B 97, 075114.(2018).
6. Y.-C. He, M. P. Zaletel, M. Oshikawa, and F. Pollmann, “Signatures of Dirac Cones in a DMRG Study of the Kagome Heisenberg Model”, Phys. Rev. X 7, 031020 (2017)
7. G. Misguich, V. Pasquier, and M. Oshikawa, “Finite-size scaling of the Shannon-Rényi entropy in two-dimensional systems with spontaneously broken continuous symmetry”, Phys. Rev. B 95, 195161 (2017)
8. S. C. Furuya and M. Oshikawa, “Symmetry Protection of Critical Phases and a Global Anomaly in 1+1 Dimensions”, Phys. Rev. Lett. 118, 021601 (2017).

[学会発表](計 22 件)

・ 本研究に関連する、国際会議招待または基調講演のみ。

1. “Polarization in Quantum Many-Body Systems”, M. Oshikawa, Invited Lectures at Entanglement in Strongly Correlated Systems, Centro de Ciencias de Benasque, Spain, February 24 – March 9, 2019.
2. “Anomaly and Symmetry-Protected Topological Phases”, M. Oshikawa, Invited Talk at WPC Theoretical Symposium 2018, Wolfgang-Pauli Centre, DESY Hamburg, Germany, November 7-9, 2018.
3. “Polarization in Insulators and Conductors”, M. Oshikawa, Invited Talk at *Trends in Theory of Correlated Materials 2018*, University of Geneva, Switzerland, Oct 8-10, 2018.
4. “Polarization in Many-Body Systems”, M. Oshikawa, Invited Talk at *Topological phases in condensed matter and cold atom systems*, IESC Cargese, France, Oct 1-13, 2018.
5. “Anomaly and Symmetry-Protected Critical Phases”, M. Oshikawa, Invited Talk at “*Perspectives in Topological Phases: From Condensed Matter to High-Energy Physics*”, International Center for Interdisciplinary Science and Education, Quy Nhon, Vietnam, July 15-21, 2018.
6. “Symmetry and Topology in Gapless Critical Phases”, M. Oshikawa, Invited Talk at “Symmetry and Topology in Condensed Matter Physics”, University of Tokyo, Japan, June 19-21, 2018.
7. “Polarization in Quantum Many-Body Systems”, M. Oshikawa, Invited Talk at “Topological phases of matter: from the quantum Hall effect to spin liquids”, IPHT CEA Saclay, June 11, 2018.
8. “Gauge Invariance and Stability of π -flux Critical Phases”, M. Oshikawa, Invited Talk at 673rd Wilhelm und Else Heraeus-Seminar “Trends in Quantum Magnetism”, Physikzentrum Bad Honnef, Germany, June 4-8, 2018.
9. “Polarization in Quantum Many-Body Systems”, M. Oshikawa, Invited Talk at “Quantum Paths” Programme, Erwin-Schrödinger Institute, Vienna, Austria, May 3, 2018.
10. “Symmetry-protected critical phases and global anomaly”, M. Oshikawa, Invited Lectures at *Croucher Advanced Institute “Topology in Condensed Matter and High-Energy Physics*”, Chinese University of Hong Kong, January 3-5, 2018.
11. “Ground state of the $S=1/2$ Kagome antiferromagnet”, M. Oshikawa, Invited Talk at *Junjiro Kanamori Memorial International Symposium — New Horizon of Magnetism —*, University of Tokyo, Japan, September 27-29, 2017.
12. “Polarization, Gauge Invariance, and Filling-Enforced Constraints”, M. Oshikawa, Invited Talk at *Workshop on Electron-Electron Interactions in Topological Materials*, Yale-NUS College, Singapore, June 28, 2017.
13. “From Haldane gap to filling-enforced constraints in quantum many-particle systems”, M. Oshikawa, Plenary Talk at *The 3rd Conference on Condensed Matter Physics*, Shanghai, China, June 24-27, 2017.
14. “Polarization, Gauge Invariance, and Quantum Hall Effect on Lattice”, M. Oshikawa, Invited Talk at *NORDITA Conference “Frontiers of topological quantum matter”*, Stockholm University, Sweden, May 1-5, 2017.
15. “Polarization, Gauge Invariance, and Quantum Hall Effect on Lattice”, M. Oshikawa, Invited Talk at *Cocycling in Flanders*, University of Ghent, Belgium, March 29 - April 2, 2017.
16. “Quantum Many-Body Problem: Where Do We Stand Now?”, M. Oshikawa, Invited Talk at *Chiral Matter from quarks to Dirac semimetals*, RIKEN, Wako, Japan, December 8, 2016.
17. “Signatures of Dirac Cones in Kagome Heisenberg Antiferromagnet”, M. Oshikawa, Invited Talk at *MPI-UBC-UTokyo Workshop on Quantum Materials*, University of Tokyo, Japan, December 5-6, 2016.
18. “Symmetry Protection of Critical Phases and Global Anomaly in 1+1 Dimensions”, M. Oshikawa, Invited Talk at *The 627th WE-Heraeus Seminar “Low dimensional quantum systems: models and materials”*, Physikzentrum Bad Honnef, Germany, October 31 - November 4, 2016.
19. “Polarization, Gauge Invariance, and Quantum Hall Effect on Lattice”, M. Oshikawa, Invited Talk at *KITP Conference “Topological Quantum Matter”*, Kavli Institute for

- Theoretical Physics, UC Santa Barbara, USA, October 17-21, 2016.
20. “Polarization and Gauge Invariance”, M. Oshikawa, Invited Talk at *BIRS Workshop “Geometrical Degrees of Freedom in Topological Phases”*, Banff International Research Station, Canada, August 23, 2016.
 21. “Renyi-Shannon Entropy and Boundary Field Theory”, M. Oshikawa, Invited Talk at *YKIS2016 “Quantum Matter, Spacetime and Information”*, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, June 13-17, 2016.
 22. “Polarization and Large Gauge Invariance”, M. Oshikawa, Invited Talk at *Trends in Theory of Correlated Materials 2016*, Paul-Scherrer Institut, Villigen, Switzerland, May 22-25, 2016.

〔図書〕(計 0 件) 該当なし

〔産業財産権〕 該当なし

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

研究室ホームページ : <https://oshikawa.issp.u-tokyo.ac.jp/index-j.html>

6 . 研究組織

(1)研究分担者 該当なし

(2)研究協力者

研究協力者氏名 : 古谷 峻介

ローマ字氏名 : FURUYA, Shunsuke

研究協力者ローマ字氏名 : YAO, Yuan

研究協力者ローマ字氏名 : HSIEH, Chang-Tse

研究協力者氏名 : 小林 良平

ローマ字氏名 : KOBAYASHI, Ryohei

研究協力者氏名 : 福住 吉喜

ローマ字氏名 : FUKUSUMI, Yoshiki

研究協力者氏名 : 中川 裕也

ローマ字氏名 : NAKAGAWA, Yuya O.

研究協力者氏名 : 渡辺 悠樹

ローマ字氏名 : WATANABE, Haruki

研究協力者氏名 : 藤田 浩之

ローマ字氏名 : FUJITA, Hiroyuki

研究協力者氏名 : 杉浦 祥

ローマ字氏名 : SUGIURA, Sho

研究協力者ローマ字氏名 : LU, Yuan-Ming

研究協力者ローマ字氏名 : RAN, Ying

研究協力者ローマ字氏名 : MISGUICH, Gregoire

研究協力者ローマ字氏名 : PASQUIER, Vincent

研究協力者ローマ字氏名 : LO, Chung-Yu

研究協力者ローマ字氏名 : KAO, Ying-Jer

研究協力者ローマ字氏名 : CHEN, Pochung

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。