

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 6 月 20 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2016～2023

課題番号：16K05472

研究課題名（和文）長距離相互作用系のダイナミクスと臨界現象および応用

研究課題名（英文）Dynamics and critical phenomena in long-range interacting systems and applications

研究代表者

山口 義幸（Yamaguchi, Yoshiyuki Y.）

京都大学・情報学研究科・助教

研究者番号：40314257

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,700,000円

研究成果の概要（和文）：多数の粒子から構成される系を研究する理論として、統計力学は重要な地位を担ってきた。しかしながら、重力やクーロン力など力が遠くまで及ぶ系は、統計力学の主要な仮定を破るため、統計力学的観点からは異常な現象を示すことがある。本研究では、これら異常性とその普遍性に関する成果を得た上で、それらの知見を同期現象などに応用する研究を行なった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

自然界には4つの力があり、そのうちの二つである重力とクーロン力は力が遠くまで及ぶ。これらの力については、天体物理学やプラズマ物理学などで個別に長く研究されて来たが、その力学特性と普遍性に関する研究は最近30年程で発展してきた新しい分野である。その重要性に反し、日本においては研究者数も多くなく、本研究で得られた成果は当該分野における日本の貢献を世界に示すために重要な役割を果たしている。

研究成果の概要（英文）：Statistical mechanics plays an important role to study a system consisting of many particles. However, a system having gravity or Coulomb force, which reach to a long distance, breaks a basic assumption of statistical mechanics, and expresses anomalous phenomena from the view point of statistical mechanics. This research project has obtained results on such anomalous phenomena and their universality. Furthermore, obtained results are applied to synchronization phenomenon, for instance.

研究分野：大自由度力学系

キーワード：長距離相互作用 分岐 臨界指数 Vlasov方程式 結合振動子系 力学的安定性

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

(1) 多数の粒子から構成されるハミルトン系を解析する理論として、統計力学が重要な位置を占めている。統計力学では、部分分割した系のエネルギーの和は、元の系のエネルギーと一致するという相加性が成立することを基本的な仮定としている。しかしながら、重力や電磁気力、あるいは流体における渦間の相互作用は長距離に至るため、相加性の仮定を破る。このため、熱平衡状態への非緩和や、異常な臨界指数といった、統計力学的見地からは異常な現象が見られることが知られるようになった。

(2) 長距離相互作用系研究は、天体物理やプラズマなど個々の分野で長く研究されてきた。一方で、長距離相互作用系のダイナミクスを支配する Vlasov 方程式を解析すると、上記の異常性は普遍的に存在する。さらに、Vlasov 方程式のダイナミクスに従うと、一般には非熱平衡状態である定常状態に行き着くため、定常状態における分岐を調べる必要がある。つまり、ダイナミクスを通して得られる定常状態における、普遍的な異常性を分野横断的かつ体系的に研究する必要性が生じていた。

2. 研究の目的

(1) 多数の粒子からなる系における顕著な現象の一つとして、熱平衡状態における相転移が挙げられる。ダイナミクスの見地からは、これは分岐現象として解釈できる。しかしながら、Vlasov 方程式の定常状態が熱平衡状態に比べて莫大にあることに由来し、非熱平衡状態における分岐現象は相転移現象に比べて豊かな様相を示す。例えば、熱平衡状態においては連続な二次相転移しか起こさない系であっても、非熱平衡状態である定常状態では連続分岐も不連続分岐も起こしうる。相転移や分岐の特徴として、系の詳細には依存しない普遍性があるため、本研究では Vlasov 方程式における普遍クラスの解明を目的の一つとする。

(2) 長距離相互作用ハミルトン系のダイナミクスは Vlasov 方程式で記述できる。二次元 Euler 流体系や、散逸系である結合振動子系のダイナミクスを記述する方程式も、数学的には Vlasov 方程式と似た構造を持つため、Vlasov 系の研究で得られた知見をこれらの系に応用することが可能である。例えば、Vlasov 方程式において構築した線形応答理論を応用することにより、結合振動子系における線形応答理論や、それを用いた推定理論へと発展させることが見込める。このような応用研究は、本研究のもう一つの目的である。

3. 研究の方法

(1) 研究の方法は大きく分けて二つである。つまり、ダイナミクスを記述する方程式の理論的研究と、理論研究を検証あるいは数値実験による発見を目指す数値シミュレーションである。

(2) Vlasov 方程式の理論研究においては、まず線形理論を用いる。考えている状態のまわりで方程式を線形化することにより、その状態の安定性を理論的に予見することができる。次に、非線形領域の解析へと進む。非線形領域を扱う理論としては、主に不安定多様体への射影による縮約と、非平衡状態に対する自己無矛盾方程式を用いる。射影による縮約としては中心多様体縮約がよく知られているが、Vlasov 系は連続スペクトルを持つため、中心多様体の次元が無

限、つまり縮約した系が無次元であるという困難が発生する。このため 1990 年代に提案された不安定多様体への縮約を用いる。臨界点近傍では不安定多様体の次元は 2 次元や 4 次元といった低次元になるため、不安定多様体へ縮約した低次元系を用いて分岐の連続性など非線形情報を要する解析が可能となる。一方の自己無矛盾方程式の方法は、Vlasov 方程式が持つダイナミクスの特徴を有効活用した理論である。Vlasov 系では現在の状態が自己無矛盾的に自身の時間発展を決定するという構造を持つ。そこで長時間経過後に行き着く先を仮に定め、その状態によって時間発展した結果、仮に定めた状態に行きつけば矛盾が生じず仮決めした状態が正しかったとわかる。この方程式は非線形情報をも含むため、こちらでも分岐解析が可能である。二つの理論を用いる理由は、これらが相補的に使えるからである。不安定多様体縮約理論は分岐点および分岐前には適用できず、自己無矛盾方程式の方法は長時間経過後に行き着く先が定常状態でなければ適用できないが、これらの困難はそれぞれ別の方法で克服可能である。Vlasov 方程式に対する理論研究の成果は、2 次元 Euler 流体系や、結合振動子系へと応用される。例えば Vlasov 方程式における線形応答理論は結合振動子系へと応用できる。

(3) 数値シミュレーションは、理論的な予言あるいは直感的な予想を検証するために用いる。研究目的によって、N 体シミュレーションを行うのか、Vlasov 方程式などの分布関数方程式のシミュレーションを行うのかを選択する。ここで分布関数方程式である Vlasov 方程式は、N を無限とした極限に対応する。選択の基準としては、例えば N 体系における有限サイズ揺らぎを調べたいのであれば、N 体シミュレーションを行う。一方、Vlasov 方程式に立脚した理論は N が無限の極限に対応するため、理論検証のためには主に分布関数方程式のシミュレーションを行う。いずれの方法にしても、分岐パラメータなどを変化させた体系的な計算を行う。

4. 研究成果

(1) Vlasov 方程式のダイナミクスと分岐

① 本研究実施以前に線形応答理論により、異常な臨界指数が得られることがわかっていた。一方、熱平衡状態での成立が知られる応答揺動関係が非熱平衡状態でも成立することを仮定すると、応答に異常性がある場合には N 体揺らぎにも異常性が現れることが予想される。この予想を検証するため、N 体シミュレーションを行なった。その結果、Vlasov 系においても応答揺動関係が成り立つ場合があること、また臨界点においては統計力学が予想するものとは異なる異常な揺らぎが発生していることを明らかにした。揺らぎに関してはさらに、自然界でよく観測される $1/f$ 揺らぎの原因の一つとして長距離相互作用性があるという仮説を立て、これを体系的な数値シミュレーションによって検証した。

② 自然ハミルトン系と言われる系では、運動エネルギーが運動量の二乗となっている。この二乗が先の線形応答の異常臨界指数にも現れる。よって運動エネルギーが運動量の二乗でなければ、線形応答の臨界指数はさらに別の値になると予想される。そのような状況を実現可能な系として非等方的なスピン系を考え、理論及び数値シミュレーションによってこの予想が正しいことを示した。このスピン系は、オーダー相と非オーダー相によって相転移/分岐が特徴づけられるが、これらに加えてネマティック相と呼ばれる第 3 の相が存在する系についても研究を行ない、それぞれの相間での分岐に対する応答臨界指数を理論的に予想し、数値的に検証した。

③ Vlasov 系における分岐を記述する標準形についての研究を行なった。一つには、空間的に非一様な分布が不安定性を獲得した場合における分岐についての研究である。従来は主に空間的に一様な場合が研究されており、標準形の力学系としての次元は無限次元であることが知られていた。一方、空間的に非一様な場合には3次元力学系として表せること、その第3の次元にはVlasov系が持つ保存量が現れることを示した。またもう一つには、不連続分岐についての研究である。熱平衡状態では連続的な相転移しか起こさない系であっても、非熱平衡状態では連続分岐に加えて不連続分岐も起こることが知られていた。本研究によって、不連続分岐が起こる条件の一つを明らかにし、かつ不連続分岐は余次元2の分岐として理解できること、また余次元2の分岐点近傍では連続的に分岐した後不連続なジャンプが引き続くことを明らかにした。ジャンプを伴わない連続分岐は、余次元2の分岐点から遠く離れた点で起こる分岐であると理解できる。

(2) 分子モデルにおける力学的安定性

分子を単純化して、2次元上を動く玉とそれらを鎖状に繋ぐバネでモデル化し研究を行なった。分子の形状は2本の連続するバネがなす角度によって規定できる。形状変化に関わる力が働いていない場合、直感的には摂動によって分子の形状が変化していくことが予想される。しかしながら、高振動数を持つバネ運動が励起されている場合にはこの予想は正しくない。例えば3つの玉で構成される系の場合にはバネの本数は2本であるが、これら2本のバネが同時に伸縮する場合には直線形状からの変化が阻害され、互い違いに伸縮する場合には促進される。高速振動によって力学的な安定性が得られるという点では倒立振り子の支点を上下に高速振動させ安定化させるKapitza振子と現象は似ているが、系が自律系であり振動は外力ではないこと、バネの運動様式によって安定性が異なること、が大きく異なる。また3体の結果をN体に拡張した研究についても成果を得ており、3体系の結果を素直に拡張すると力学的安定性が判定できることがわかった。

(3) 結合振動子系における同期転移、線形応答理論、および推定理論

① 同期とはリズムを持った個々の素子がタイミングを合わせて振動する現象であり、結合振動子系は同期現象を記述するモデル系である。これまで、非同期から同期が起こる分岐現象、すなわち同期転移が研究されて来たが、それらの多くは個々の素子が持つ振動数の分布(自然振動数分布)は対称的であると仮定している。しかしながら、自然界には非対称な場合もあり、本研究では非対称的な場合におこる同期転移の調査および分類を行なった。

② 結合振動子系の相互作用はネットワークとして表せる。完全グラフとなる場合には、同期転移の普遍クラスが自然振動数分布や結合を表す関数によって異なることが知られていた。一方、スモールワールドネットワークは枝数が完全グラフとは大きく異なるにも関わらず、ある条件のもとでの先行研究では完全グラフと同一クラスの同期転移を起こすことが報告されていた。そこでスモールワールドネットワークで体系的に数値シミュレーションを行なって同期転移を調べた結果、完全グラフの場合とは異なり、自然振動数分布や結合関数の詳細に関わらず一つの普遍クラスとなることを見出した。

③ Vlasov 系において開発した線形応答理論を結合振動子系に応用し、外力に対するマクロ変数の応答を記述する理論を構築した。これは与えられた系から応答を予言するという意味で順問題と言える。一方逆問題として、観測した応答から系を推定する問題が考えられる。本研究では逆問題を解くことによって推定理論を構築し、数値シミュレーションにより推定が正しく行えることを示した。従来、観測結果から系を推定する問題は研究されて来たが、その多くは個々の振動子の時系列が得られるという仮定に立脚している。系を構成する振動子の数が多くない場合には有効であるが、ニューロンや心臓など多数の振動子からなる系では個々の時系列の観測は困難となる。本研究で提案した方法の利点は、必要なのは個々の時系列ではなくマクロ変数の長時間後の応答であること、応答を観測するために印加する外力は微弱なため系に極力ダメージを与えないこと、などが挙げられる。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計14件（うち査読付論文 14件 / うち国際共著 4件 / うちオープンアクセス 14件）

1. 著者名 Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI, Tatsuo YANAGITA, Tetsuro KONISHI, and Mikito TODA	4. 巻 105
2. 論文標題 Dynamically induced conformation depending on excited normal modes of fast oscillation	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.105.064201	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Julien BARRE', David ME'TIVIER, and Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI	4. 巻 102
2. 論文標題 Towards a classification of bifurcations in Vlasov equations	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.102.052208	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Ryosuke YONEDA, Kenji HARADA, and Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI	4. 巻 102
2. 論文標題 Critical exponents in coupled phase-oscillator models on small-world networks	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.102.062212	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI, Yamaguchi, Debraj DAS, and Shamik GUPTA	4. 巻 100
2. 論文標題 Critical exponents in mean-field classical spin systems	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.100.032131	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Yu TERADA and Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI	4. 巻 53
2. 論文標題 Linear response theory for coupled phase oscillators with general coupling functions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/ab5eaf	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ryosuke YONEDA and Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI	4. 巻 2020
2. 論文標題 Classification of bifurcation diagrams in coupled phase-oscillator models with asymmetric natural frequency distributions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1742-5468/ab6f5f	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI and Yusuke DOI	4. 巻 97
2. 論文標題 Low-frequency discrete breathers in long-range systems without on-site potential	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.97.062218	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI and Kunihiko KANEKO	4. 巻 98
2. 論文標題 Collective $1/f$ fluctuation by pseudo-Casimir-invariants	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.98.020201	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI and Daiki SAWAI	4. 巻 95
2. 論文標題 Nondivergent and negative susceptibilities around critical points of a long-range Hamiltonian system with two order parameters	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.95.052148	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI	4. 巻 94
2. 論文標題 Strange scaling and relaxation of finite-size fluctuation in thermal equilibrium	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.94.012133	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yu TERADA, Keigo ITO, Toshio AOYAGI and Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI	4. 巻 2017
2. 論文標題 Nonstandard transitions in the Kuramoto model: a role of asymmetry in natural frequency distributions	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1742-5468/aa53f6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI and Julien BARRE'	4. 巻 107
2. 論文標題 Discontinuous codimension-two bifurcation in a Vlasov equation	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.107.054203	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI	4. 巻 107
2. 論文標題 Mode selectivity of dynamically induced conformation in many-body chainlike bead-spring models	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.107.064212	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI and Yu TERADA	4. 巻 109
2. 論文標題 Reconstruction of phase dynamics from macroscopic observations based on linear and nonlinear response theories	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.109.024217	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

[学会発表] 計16件 (うち招待講演 5件 / うち国際学会 4件)

1. 発表者名 山口義幸
2. 発表標題 多体鎖状バネ玉系における形状の力学的安定性
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 山口義幸, Julien Barre
2. 発表標題 Vlasov系における余次元2の不連続分岐
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 山口義幸, J. Barre, and D. Metivier
2. 発表標題 Vlasov方程式における分岐の標準形
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 山口義幸
2. 発表標題 Vlasov方程式における分岐の標準形
3. 学会等名 駒場物性セミナー（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 山口義幸
2. 発表標題 バネ玉系における速いバネ振動モードに依存する形状の安定性
3. 学会等名 ダイナミカルシステムとその周辺（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 山口義幸、柳田達雄、小西哲郎、戸田幹人
2. 発表標題 速い振動モードによる形状選択：バネ玉系の場合
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 山口義幸, D. Das, and S. Gupta
2. 発表標題 平均場古典異方スピン系における非平均場の臨界指数
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 山口義幸
2. 発表標題 大自由度力学系における特異性と普遍性
3. 学会等名 「複雑系数理：物理・化学・生物・情報とカオス」シンポジウム（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Y. Y. Yamaguchi
2. 発表標題 Collective $1/f$ fluctuation by pseudo-Casimir-invariants
3. 学会等名 Colloquium in Department of Physics (Ramakrishna Mission Vivekananda Educational and Research Institute, India) (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Y. Y. Yamaguchi
2. 発表標題 集団運動の $1/f$ 揺らぎと擬似カシミール保存量
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 山口義幸, 土井祐介
2. 発表標題 長距離相互作用系における離散ブリーザー
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Y. Yamaguchi and K. Kaneko
2. 発表標題 Collective $1/f$ fluctuation by pseudo-Casimir-invariants
3. 学会等名 10th Dynamics Days Asia Pacific (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 山口義幸
2. 発表標題 三相を持つハミルトン力学系の臨界点における感受率の非発散と非正值性
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI
2. 発表標題 Relaxation of finite-size fluctuation in thermal equilibrium
3. 学会等名 Conference on Long-Range-Interacting Many Body Systems: from Atomic to Astrophysical Scales (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI
2. 発表標題 Relaxation of finite-size fluctuation in thermal equilibrium
3. 学会等名 Interdisciplinary Applications of Nonlinear Science (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Yoshiyuki Y. YAMAGUCHI
2. 発表標題 Relaxation of finite-size fluctuation in thermal equilibrium
3. 学会等名 9th Dynamics Days Asia Pacific (DDAP9) (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Home Page of Yoshiyuki YAMAGUCHI http://yang.amp.i.kyoto-u.ac.jp/~yyama/

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
フランス	Universite d'Orleans			
米国	ロスアラモス国立研究所			
インド	RKMVERI			
米国	University of California San Diego			