

令和 元年 6 月 13 日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K05476

研究課題名(和文)ヘリシティ概念の深化に拠って立つ成層・電磁流体回転流の3次元安定性

研究課題名(英文)Three-dimensional stability of rotating flows of stratified and electrically conducting fluid on the ground of deepening the concept of the helicity

研究代表者

福本 康秀 (Fukamoto, Yasuhide)

九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・教授

研究者番号：30192727

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：鉛直方向に密度が変化する回転流の安定性は地球環境問題に、電磁流体の回転流は星の形成に、燃焼火炎面の安定性はクリーンエネルギー源の開発に直結する。回転楕円体内の回転流は対称こまの運動と等価であるが、傾いた楕円体に閉じ込められた回転成層流は、回転軸の向きが対称軸からずれた対称こまの運動と等価であることを示し、定常解である眠りこまの安定性を調べた。また、磁気回転不安定性の新しい長波モードを見つけた。

燃焼火炎面の安定性に対する弱い圧縮性の効果を調べた。ごく薄い反応領域での圧縮性の効果によって火炎面の進行速度が遅くなり、その結果、ダリウス・ランダウ不安定性が抑制される可能性があることを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

密度が変化する流体の回転流や電磁流体の回転流、そして、燃焼は極めて複雑な流体現象で、スーパーコンピュータでも、直接計算することは困難極まる。速度や密度の急激な変化によって特徴づけられる層状領域の形状の安定性を解析するための、特異摂動法やハミルトン力学系などの数理的な手法を編み出して、これまで見落とされてきた新しい不安定性、あるいはレイリー・テイラー不安定性やダリウス・ランダウ不安定性が抑制される可能性を見出した。これらのトポロジ的な側面を明らかにし、一見異なる現象を数理的な観点から統一的に捉えることを可能にした。

研究成果の概要(英文)：Stability of the rotating flow whose density varies in the vertical direction has a link with the global environmental problems, the stability of the rotating flow of the magnetic fluid with formation of stars, and the stability of the combustion flame with the development of clean energy sources. The rotational flow in the spheroid is equivalent to the motion of the symmetrical top, but the rotational stratified flow confined in the inclined ellipsoid is equivalent to the motion of the symmetrical top with the top axis misaligned from the symmetry axis. We discovered a new long wave mode of the magneto-rotational instability.

We have also investigated the effect of weak compressibility on stability of a flame front. The compressibility acts, in the very thin reaction zone, to reduce the traveling speed of a flame front, which brings in possibility for suppressing the Darrieus-Landau instability.

研究分野：流体力学

キーワード：回転成層流 レイリー・テイラー不安定性 眠りこま 磁気回転不安定性 予混合火炎 ダリウス・ランダウ不安定性 圧縮性 トポロジカル流体力学

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

ヘリシティは場のトポロジーを特徴付ける幾何学的物理量であり、電磁場、流体、プラズマ、量子場などの様々な系において、「渦」の構造や運動を決定づける。60年代に誕生し、80年代から成長したトポロジカル流体力学は、中性バロトロピー流体の枠を超える新局面を迎えている。回転・密度成層流、電磁流体(MHD)では慣性波、内部波、Alfvén波など種々の波が立つ。これら波の非線形相互作用が生み出す平均流の計算がボトルネックとなっている。

代表者らは、中性バロトロピー流体において、オイラ-的記述の限界に由来する弱非線形安定性理論の誤りを指摘し、ラグランジュ変数を用いて限界を乗り越える方法を構築したこの実績により、2013年3月11-14日、福岡でIUTAM Symposiumを開催し、国内を上回る67名の有力研究者が海外から集結した。H24、25年度には、申請者を代表として日本学術振興会・日英二国間交流事業「物理や生命科学におけるトポロジカル渦度ダイナミクス」を実施し、H24年後期のニュートン研究所プログラムと合体して、トポロジカル流体力学を前進させた。MHDではローレンツ力が働くために循環とヘリシティはもはや保存しない。密度成層流も然りである。

2. 研究の目的

本研究はトポロジカル流体力学の回転成層流や電磁流体への拡張を目指した。降着円盤の中心にガスや塵を集めて星を形成しつつ角運動量の外部への輸送を促進するために必要な乱流の起源として、磁気回転不安定性(Magnetorotational instability: MRI)が有力である。円盤に垂直な外部磁場では、臨界レイノルズ数が高すぎて室内実験で検証できず、方位磁場をかけたらせん磁気不安定性(HMRI)や方位磁気不安定性(AMRI)が注目され、ドレスデン(独)で実験が行われている。代表者らはラグランジュ記述によるWKB法によって理想MHDの新しいAMRIモードを発見した。実験は液体金属を用いるので、散逸効果を取り込む必要がある。

大気・海洋の流れは密度成層流で、バロクリニック項による渦生成がある。最近、バロクリニック効果とジャイロ効果との数学的アナロジーを発見した。これを足がかりに回転流の安定性理論を開発する。また、2次元渦管やらせん渦管の運動を計算するラグランジュ記述の枠組みを進化させる。

3. 研究の方法

(1) トポロジカル電磁流体力学の構築とMRIへの応用

トポロジカル不変量 ローレンツ力によりヘリシティは保存しないが、粒子ラベル付け替え対称性に対するネータの定理によって「トポロジカル不変量はクロス・ヘリシティしかない」ことが示せる。ネータの第2定理によって、より本質をなすKelvinの循環定理のMHD版を見つける。

MHD波動のハミルトン力学構造 中性流体の場合、トポロジカル保存量を保つ等循環(isovortical)摂動に制限することによって、定常解が運動エネルギーの極値状態と特徴づけられ、波のエネルギーや波の相互作用によって誘起される平均流などが計算できた。ローレンツ力はこの枠組を壊すので、等循環摂動を等磁気循環(isomagneto-vortical)摂動なるものに拡張する必要がある。摂動をこのクラスに制限することによって、3次元MHD波動のエネルギーやその相互作用が生む平均流を計算する枠組みを構築する。

3次元磁気回転不安定性 ドレスデンでの室内実験をにらんで、MRIのWKB理論に粘性や磁気拡散効果を加える。ラグランジュ変数によるHain-Lüst方程式を非理想MHDに拡張することによって行う。また、理想MHDにおいては、一様磁場・一様渦度の場合、大域的モード解析によって固有値・固有関数が書き下せる。Kreinのハミルトンのスペクトル構造を追求する。

(2) トポロジカル流体力学の密度成層流への拡張と回転流の安定性

トポロジカル不変量 バロクリニック効果もヘリシティ保存を壊す。バロクリニック効果とジャイロ効果の数学的アナロジーの起源を究明し、「トポロジカル不変量がクロス・ヘリシティしかない」事情を解き明かす。そして、等循環攪乱の密度成層流版を構成する。

回転成層流の3次元安定性条件 最近、トポロジカル不変量を最大活用するエネルギー・カシミール法を考案した。この枠組みで、回転流の安定性に対する成層効果を調べる。

楕円体容器内の回転流の安定性 対称コマとのアナロジーがあるが、重心が対称軸から外れることを許す。「軽い流体が下から重い流体を支える」ことができ、その機構を究明する。

(3) ラグランジュ流体力学による渦運動

相互作用する渦管の2次元運動 2次元渦領域の相互作用の理論は理想流体かつ一様渦度に限られる。粘性流体中の有限太さの渦の運動速度に対する一般公式を導出し、渦対や多角形配位に適用する。

らせん渦管の運動 常らせん形の渦管は、軸方向の並進運動と軸まわりの回転運動を行う。この運動速度は盲点で首尾一貫した理論がない。代表者は軸対称渦輪に対して世界で最も精緻な運動速度を導いた。Biot-Savartの法則についても高精度かつ高効率な独自の評価法をもつ。これらを組み合わせて、有限太さのらせん渦管の運動速度導出に挑戦する。風力発電への応用を視野に、とを組み合わせて複数らせん渦の運動と安定性の計算を行う。

4. 研究成果

(1) トポロジカル電磁流体力学の構築とMRIへの応用

密度成層流体の運動においてはバロクリニック効果の、電磁流体 (MHD) においてはローレンツ力の作用のおかげで、渦度はもはや凍結場ではない。渦線のトポロジーという観点だけからは、トポロジカル不変量を同定することはできない。オイラー・ポアンカレ形式を拡張することによって、変分原理の枠組みで、粒子ラベル付け替え対称性に対応するネータ電荷としてのトポロジカル不変量はすべてクロスヘリシティ表現をとることを示した。

オイラー・ポアンカレ形式を、成層流や電磁流体力学(MHD)に対して整備し、トポロジカル不変量であるクロス・ヘリシティを粒子ラベル付け替え不変性に対するネータ電荷として統一的に説明した。さらに、ハミルトン形式を南部括弧によって表現すると、クロス・ヘリシティの汎関数微分がリー・ポアソン構造を与えることが明示的に示せた。これらについて、イタリア数理物理学会の夏の学校で連続講義を行った(2017年9月)。

の結果を踏まえて、カシミール不変量すべてを保つ摂動である等磁気循環摂動をラグランジュ変数によって書き下し、MHDの波のエネルギーを与える一般公式の新たな表式に到達し、負エネルギーの意味を明らかにしつつある。さらに、ラグランジュ変数による攪乱の方程式から導かれる Hain-Lust 方程式に弱い粘性と磁気拡散を組み入れて、非理想 MHS の 3 次元方位磁気回転不安定性の WKB 解析を行って、軸方向波長の長い攪乱に対する新しい不安定モードを見つけた。

(2) トポロジカル流体力学の密度成層流への拡張と回転流の安定性

(1) に含まれる。

垂直立てた回転楕円体の下半分に閉じ込められ、対称軸周りに回転運動を行う二層流体のレイリー・テイラー不安定性を計算した。回転角速度が十分大きいとき、軸対称モードは抑制される。こまとの類似によって、軽い流体が重い流体を支えることができ、扁平さが増大するにつれ臨界回転速度が減少することを説明できた。

ブシネスク近似のもとでは、回転楕円体内を満たす非圧縮成層流体の速度が座標について線形である回転流は、対称こまを支配する常微分方程式系によってモデル化でき、コリオリ力がジャイロスコープ効果を生み出す。眠りこまとの類推によって、軽い流体が重い流体をその上に支えることができることを示唆する。本研究では、傾いた楕円体に閉じ込められた回転成層流は、回転軸の向きが対称軸からずれた対称こまの運動と等価であることを示した。定常解である眠りこまの安定性を調べると、扁長に比べて扁平こまがより安定である。これに対して、トポロジ 的概念である負のエネルギーの面から考察を加えた。軸の向きのずれはカオスの挙動をもたらす。

(2') 平面状予混合火炎面の安定性に対する圧縮性の効果

燃焼理論において、任意の波長に対して火炎面が線形不安定であるというダリウス・ランダウ不安定(DLI)は実験と矛盾する。DLIに対する圧縮性の効果を計調べた。領域をスケールの異なる反応層、予混合層、外部の流体力学的領域の3層に分け、接合漸近展開法を用いてナビエ・ストークス、熱伝導、反応物質拡散方程式を連立した方程式系を解き、流体力学領域における火炎面の攪乱速度の跳びを導いた。火炎面のゆらぎの分散関係を計算し、プラントル数と熱放射が十分大きければ、圧縮性の効果によってDLIの攪乱の成長が抑制されることを示した。

(3) ラグランジュ流体力学による渦運動

粘性流体中の反対符号の渦対の運動速度に対する渦核の有限太さの効果を、ナビエ・ストークス方程式に接合漸近展開法を適用することによって導いた。運動速度に対する補正項を、渦が楕円形に変形することによって生成される四重極の強さのみで書き下せるまでに簡略化することに成功した。

アトマイズを起こす高レイノルズ数乱流ジェットの流れモデルを、平板ガイド上で整流を受けた液脈流がエッジから跳び出す薄い平面層状のジェットに拡張した。液相と気相が十分に混合した動的平衡状態にあるとして、二流体全体に質量保存則と運動量保存則を適用し、平均密度、平均速度、平均圧力等を平板エッジからの距離の関数として導いた。層状のジェットが2方向に広がるとして、2つの広がり角度のみが恣意的パラメータである。ジェットの圧力が実験データと定量的によく合う。

5. 主な発表論文等

{雑誌論文}(計9件)

[1] Y. Fukumoto and X. Zhao, Well-posedness and large time behavior of solutions for the electron inertial Hall-MHD system, *Adv. Diff. Eqs.* 24, pp. 31-68 (2019)

[2] D. V. Ilyin, Y. Fukumoto, W. A. Goddard III and S. I. Abarzhi, *Analysis of Dynamics*,

stability and flow fields' structure of an accelerated hydrodynamic discontinuity with interfacial mass flux by a general matrix method, Phys. Plasmas **25**, 112105 (19pp) (2018)
<https://doi.org/10.1063/1.5008648>

[3] S. Lugomer and Y. Fukumoto, *Supercomplex network of bistable coiled vortex filaments and ribbons in laser-matter Interaction*, J. Modern Appl. Phys. **2**, pp. 1-9 (2018)

[4] W. L. Sweatman, G. Weir, A. Gulley, D. Clarke, Y. Fukumoto, J. F. Harper and S. Van Hove, *Initialising finisher gaps in a hot strip mill*, ANZIAM J. **58**, M301-M327 (2018)
<https://doi.org/10.21914/anziamj.v58i0.12433>

[5] U. Habibah, H. Nakagawa and Y. Fukumoto, *Finite-thickness effect on speed of a counter-rotating viscous vortex pair*, Fluid Dyn. Res. **50**, 031401 (27 pages) (2018)
<https://doi.org/10.1088/1873-7005/aaa5c8>

[6] H. Hazarika, T. Hara and Y. Fukumoto, *Resilient and sustainable geotechnical solution: Lessons learned from the 2011 Great east Japan disaster*, Springer Trans. Civil Environ. Eng. (Eds. G.L. Sivakumar Babu, Sireesh Saride and B. Munwar Basha) pp. 125-151 (2017)
DOI: /10.1007/978-981-10-1930-2

[7] F. Franco Medrano, Y. Fukumoto, C. M. Velte and A. Hodžić, *Mass entrainment rate of an ideal momentum turbulent round jet*, J. Phys. Soc. Japan **86**, 034401 (10 pages) (2017)
<https://doi.org/10.7566/JPSJ.86.034401>

[8] Y. Fukumoto, V. L. Okulov and D. H. Wood, *The contribution of Kawada to the analytical solution for the velocity induced by a helical vortex filament and modern applications of helical vortices*, in *Mathematical Analysis of Continuum Mechanics and Industrial Applications*, Proceedings of the International Conference CoMFoS15, Springer Series Mathematics for Industry, pp. 167-174 (2016)
DOI: 10.1007/978-981-10-2633-1_12

[9] M. I. Tribelsky and Y. Fukumoto, *Laser heating of dielectric particles for medical and biological applications*, Biomed. Optics Express **7**, 263677 (8 pages) (2016)
DOI:10.1364/BOE.7.002781

〔学会発表〕(計 22 件)

[1] 福本康秀, *Effect of side walls on the Kelvin-Helmholtz instability of a shallow-water flow*, IMI 短期共同研究「ドレスト光子に関する基礎的数理研究」, 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所, 福岡, 3.18 (2019)

[2] Y. Fukumoto, *Compressibility effect on volumetric heat loss and its influence on the Darrieus-Landau instability of a planar front of premixed flame*, 71th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics, Georgia World Congress Center, Atlanta, GA, USA, 11.19 (2018)

[3] Y. Fukumoto, *Generation of vorticity and its influence on the stability of a premixed flame front of a compressible flow*, 15h International Conference on Flow Dynamics (ICFD2018), 仙台国際センター, 仙台, 11.9 (2018)

[4] Y. Fukumoto, *Asymptotic expansions for motion of a curved vortex filament tube will elliptically deformed core*, 4th International Retreat on Vortical Flow and Aerodynamics (IRVA4), Kutateladze Institute of Thermophysics, Novosibirsk, Russia, 10.2 (2018)

[5] Y. Fukumoto, *Mechanical Analogue of a rotating flow of a stratified fluid confined in a spheroid*, International Workshop "Marine measurements in Hydrophysics and Geophysics", POI Cape Schultz Marine Experimental Station, Vladivostok, Russia, 8.13 (2018)

[6] Y. Fukumoto, *Frictional effect on Kelvin-Helmholtz problem of a shallow-water flow*, International Conference "Flux and Structure in Fluids", V. I. Il'ychev Pacific Oceanological Institute, Vladivostok, Russia, 8.10 (2018)

[7] Y. Fukumoto, *Friction induced instability of surface of velocity discontinuity of a shallow-water flow*, 5th International Conference on Mathematical Theory of Turbulence

via *Harmonic Analysis and Computational Fluid Dynamics*, Venture Business Laboratory, 名古屋大学, 名古屋, 3.12 (2018)

[8] 福本康秀, *Friction induced instability of a shallow-water flow and over-reflection of waves*, IMI 短期共同研究「ドレスト光子の関連技術推進の為の基礎的数理解析研究」, 九州大学マクス・フォア・インダストリ研究所, 福岡, 3.8 (2018)

[9] 福本康秀, *浅水流の速度不連続面安定性に対する底抵抗効果*, 第 20 回日本流体力学会 中国・九州支部講演会, 大分市コンパルホール, 大分, 11.26 (2017)

[10] Y. Fukumoto, *Gyroscopic analogy of a rotating stratified flow confined in a tilted spheroid and its implication to stability of a heavy symmetrical top*, 70th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics, Colorado Convention Center, Denver, USA, 11.21 (2017)

[11] Y. Fukumoto, *Frictional effect on linear stability of interface of tangential velocity discontinuity in shallow water*, 8th International School for Young Scientists "WAVES AND VORTICES IN COMPLEX MEDIA", Moscow in Institute for Problems in Mechanics, Moscow, Russia, 11.8 (2017)

[12] Y. Fukumoto, *Gyroscopic analogy of Coriolis force for stabilizing a rotating stratified flow confined in a spheroid*, 14h International Conference on Flow Dynamics (ICFD2017) OS14: Vortex Motion: Stability, Nonlinear Dynamics, and Turbulence, 仙台国際センター, 11.1 (2017)

[13] Y. Fukumoto, *Introduction to topological fluid dynamics and magnetohydrodynamics*, ISTITUTO NAZIONALE DI ALTA MATEMATICA (INdAM), GRUPPO NAZIONALE PER LA FISICA MATEMATICA (GNFM), Hotel Bonadis, Ravello, Italy, 9.4-9.9 (2017)

[14] Y. Fukumoto, *Gyroscopic analogies of rotating flows of a strongly stratified fluid confined in a spheroid*, International Conference Vortices and coherent structures: from ocean to microfluids, V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute, Vladivostok, Russia, 8.28 (2017)

[15] Y. Fukumoto, *Gyroscopic analogy of Coriolis effect for stabilizing a rotating stratified flow confined in a spheroid*, Turbulent Mixing and Beyond Workshop Sixth International Conference -Tenth Anniversary, The Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics (ICTP), Trieste, Italy, 8.17 (2017)

[16] Y. Fukumoto, *Gyroscopic analogy of a rotating stratified flow confined in a spheroid and its implication to stability*, Tohoku Forum for Creativity Thematic Program 2017 Nonlinear PDE for Future Applications Evolution Eq. and Mathematical Fluid Dynamics , 東北大学片平キャンパス, 仙台, 7.12 (2017)

[17] Y. Fukumoto, *Gyroscopic analogy of Coriolis force on a rotating stratified flow confined in a spheroid*, IUTAM symposium "Dynamics and Topology of Vorticity and Vortices", Carry-le-Rouet, Marseilles, France, 6.14 (2017)

[18] Y. Fukumoto, *Short-wavelength analysis of magnetorotational instability of resistive MHD flow*, RIMS Workshop 09: Applied Mathematics, 京都大学数理解析研究所, 11.15 (2016)

[19] Y. Fukumoto, *Motion of a vortex pair at high and low Reynolds numbers*, 24th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM 2016), Palais des congres, Montreal, Canada, 8.26 (2016)

[20] Y. Fukumoto, *Lagrangian approach to spectra and energy of Kelvin waves on a vortex core*, RIMS International Project Research 2016 Fluid Dynamics of Near-Wall Turbulence, International Workshop on Theoretical Aspects of Near-Wall Turbulence Studies, 関西セミナーハウス, 京都, 6.29 (2016)

[21] Y. Fukumoto, *Kawada's contribution to induced velocity by helical vortices with its application to propeller theory*, EUROMECH Colloquium 581 "Dynamics of Concentrated Vortices", Kutateladze Institute of Thermophysics, SB RAS,Novosibirsk, Russia, 5.30 (2016)

[22] Y. Fukumoto, *Are all the topological invariants of vorticity representable as cross-helicities?*, IUTAM symposium “Helicity, Structures and Singularity in Fluid and Plasma Dynamics”, Palazzo Franchetti, Venice, Italy, 4.11 (2016)

〔図書〕(計 1件)

[1] 福本康秀, *南部の流体力学を読み解く～素粒子物理学者の眼から見た流体力学～*, 数理科学 54, pp.7-13 (サイエンス社, 2016年4月号)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年：
国内外の別：

取得状況(計 0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

<http://hyoka.ofc.kyushu-u.ac.jp/search/details/K000449/index.html>

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号(8桁)：

(2) 研究協力者

研究協力者氏名：OKULOV Valery L., TRIBELSKY Michael I., ABARZHI Snezhana I., ZOU Rong, FRANCO-MEDRANO Fermin, HABIBAH Ummu, HAZARIKA Hemanta, 宮地祐樹, 和田啓吾, ZHAO Xiaopeng

ローマ字氏名：V. I. Okulov, M. I. Tribelsky, S. I. Abarzhi, R. Zou, F Franco-Medrano, U. Habibah, H. Hazarika, Yuki Miyachi, Keigo Wada, X. Zhao

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。