

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 2 年 5 月 19 日現在

機関番号：34304

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16K05489

研究課題名(和文)量子探索アルゴリズムの加法分解スキームとその並列探索問題への応用

研究課題名(英文) Additive decomposition scheme of quantum search algorithm and its application to parallel search problem

研究代表者

外山 政文 (TOYAMA, Masafumi)

京都産業大学・総合学術研究所・科研費研究員

研究者番号：60180189

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,600,000円

研究成果の概要(和文)：以下の成果を得た。(1)グローバーの繰り返し型量子探索アルゴリズムの位相整合方式に基づき、繰り返し探索演算の加法分解形式を導出した。更に、その加法分解形式を用いて探索負荷を実質的に軽減する加法的ユニタリーゲートを構成した。これは本研究課題の主要成果である。本成果は論文としてジャーナルに発表した。

(2)(1)の成果を基に、アンサンブル処理方式という量子探索スキームを構築した。これは、位相変換演算(0回探索)と1回探索演算のランダムな集合からk回探索状態の加法分解形を組み立てるスキームである。その意味で、本方式は並列処理スキームでもある。本成果は、論文としてジャーナルに投稿予定である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

量子探索問題は、グローバーの量子探索アルゴリズムがその起源であり、今日まで様々な変形版や改良版が提案され、量子計算・情報分野の中心的問題となってきた。本研究成果は、この量子探索問題に対して、新しい数学的な発想に基づき、探索負荷の軽減を実現するアルゴリズムを構築したという学術的意義を持つ。

量子アルゴリズムは、実用的ゲートモデル量子コンピュータが実現して初めてその真価を発揮する。近年、ゲートモデル量子コンピュータ実用機の開発研究が加速している。このような状況で、ショアの素因数分解アルゴリズムとともに、量子探索アルゴリズムが潜在的に持つ社会的インパクトは大きい。

研究成果の概要(英文)：The following results were obtained:

(1) On the basis of the phase matching method of the iterative quantum search algorithm of the Grover type, we derived an additive decomposition formulation of the iterative quantum search algorithm. Further, we constructed unitary gates of additive forms that substantially reduce the search load. This achievement is the main result of this research project. We published this result in a journal.

(2) On the basis of the result (1), we constructed an ensemble processing scheme. In this scheme, an additive form of the search state for a k-iterative search is given as an ensemble of phase rotation transformations and single search processes. In this sense, this scheme can be regarded as a kind of a parallel processing scheme. This work is scheduled to be submitted to a journal.

研究分野：数理論理学、量子情報物理

キーワード：量子情報 量子アルゴリズム 量子探索

## 1. 研究開始当初の背景

研究開始当初、D-wave で象徴される「量子アニーリング方式の量子コンピュータ」の実用性が活発に議論されていた。一方、従来から研究されてきた「ゲートモデル汎用量子コンピュータ」は、IBM Cloud-Q 実験機が大きな話題になっている状況であった(最近話題になっている Google が発表した量子コンピュータは、このゲートモデル量子コンピュータ開発に一石を投じたものである)。しかし、仮にゲートモデルコンピュータが実現しても、有用な量子アルゴリズム無くしてその存在価値がない。このような状況で、本研究課題では、実用的「ゲートモデル汎用量子コンピュータ」が実現した場合、極めて利用価値の高い量子アルゴリズムの一つとして研究されてきた「グローバ-型の量子探索アルゴリズム」をベースにして、より高い探索効率の量子探索スキームの構築を研究課題として提案したものである。

## 2. 研究の目的

本研究の第一目的は、繰り返し量子探索アルゴリズムの「加法分解」形式の構築である。これは純粋に数学的な問題としても興味ある問題であるが、その究極的な目的は、その加法分解形式に基づいて、量子探索アルゴリズムの探索負荷の実質的な軽減を実現する探索スキームを構築するとともに、量子探索アルゴリズムの並列化スキームを構築することである。

量子探索問題はグローバ-による先駆的な量子探索アルゴリズム[1]がその起源である。申請者は最近、グローバ-の繰り返し型のアルゴリズムの一つの問題点であった探索成功確率の問題を完全に解決した[2-4]。即ち、グローバ-・アルゴリズムの位相整合方式の探索振幅の解析解を導出し、探索成功確率 100% が達成される完全な条件を明らかにした。一方、グローバ-・アルゴリズムの最適探索回数(探索スピード)の問題については、その最適定理[5]の壁に阻まれ、オリジナル・グローバ-・アルゴリズムの最適探索回数を本質的に超える探索スピードのアルゴリズムの実現は不可能である。そこで、本研究計画では、この問題について加法分解形式という数学的に新しいスキームを提案し、探索負荷の実質的な軽減を実現する探索アルゴリズムを開発することを目的とした。

### <引用文献>

- [1] Quantum mechanics helps in searching for a Needle in a Haystack, L.K. Grover, Phys. Rev. Lett. **79**, 325 (1997).
- [2] Quantum search with certainty based on modified Grover algorithm, F.M. Toyama, W. van Dijk and Y. Nogami, Quant. Info. Process. **12**, 1897-1914 (2013).
- [3] Multiphase matching in the Grover algorithm, F.M. Toyama, W. van Dijk, Y. Nogami, M. Tabuchi and Y. Kimura, Phys. Rev. A **77**, 042324-1-8 (2008).
- [4] Matched-multiphase Grover algorithm for a small number of marked states, F.M. Toyama, S.Kasai, W. van Dijk, Y. Nogami, Phys. Rev. A **79**, 014301-1-4 (2009).
- [5] Grover's quantum searching algorithm is optimal, C. Zalka, Phys. Rev. A **60**, 2746-2751 (1999).

## 3. 研究の方法

本研究は、前項の「研究の目的」で述べたように、量子探索問題の探索負荷の軽減問題について新しいアプローチを提案するものである。従来のグローバ-の繰り返し型探索アルゴリズムでは、探索ステップ数について「最適定理」というものがあり、探索ステップ数が本質的にグローバ-・アルゴリズムの最適探索ステップ数を超えられないことが知られている。この事情を踏まえ、本研究では以下の方法に基づき研究を行なった。:

- (1) 繰り返し探索演算の加法分解形式と言う数学的に新しい形式を導出する。
- (2) その加法分解形式に基づいて探索負荷を実質的に軽減する量子探索スキームを構築する。
- (3) 更に、加法分解形式に基づいて並列処理スキームの構築を行う。

#### 4 . 研究成果

以下の成果を得た。:

- ( 1 ) グローバーの繰り返し型量子探索アルゴリズムの位相整合方式に基づき、繰り返し探索状態の加法分解形式を導出した。これは、 $k$  回繰り返し探索状態を位相変換状態（従って 0 解探索状態）と一回探索状態の加法形（重ね合わせ状態）で表現する数学的方式である。この加法分解形式を用いると、本来の  $k$  回探索状態が探索回数  $k$ 、整合位相因子、及び標的割合を用いて表される新しく定義した位相因子による位相変換状態、及び一個のオラクル演算状態のみで表される。この成果は画期的なもので、この形式を用いると、 $k$  回探索状態の標的状态や非標的状态の振幅がオラクル演算のみから簡単に決定できる。即ち、グローバー型の繰り返し探索演算の拡散演算子を必要としない。実際、2013年に導いたグローバー型の繰り返し探索の標的状态や非標的状态の振幅の解析解が、この加法分解形式を用いると簡単に導かれることを示した。
- ( 2 ) 更に、その加法分解形式を用いて探索負荷を実質的に軽減する加法的ユニタリーゲートの構築を行った。ここで注目すべき成果は、この加法的ユニタリーゲートは繰り返し  $k$  回探索の探索演算子とは一般的に異なるが、両者は同じ  $k$  回探索状態を与えることである。この事実が、探索負荷軽減につながる量子回路の構築をもたらす。
- ( 3 ) 上記の成果を基にアンサンブル処理方式の量子探索スキームを構築した。これは、探索の成功確率が 100% という強い条件の下で、 $k$  回探索状態の加法分解形式の構成要素である位相変換演算（0 回探索）と 1 回探索演算（一回探索）の集合から加法分解形式の  $k$  回探索状態を組み立てるユニタリー変換を構築するスキームである。この意味で本方式は並列処理スキームでもある。

以上の成果 ( 1 ) ( 2 ) はジャーナルに論文として発表、( 3 ) はジャーナルに投稿予定である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 4件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 M. Amaku, F.A.B. Coutinho and F.M. Toyama	4. 巻 42
2. 論文標題 The normalization of wave functions of the continuous spectrum	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Revista Brasileira de Ensino de Fisica	6. 最初と最後の頁 e20190099: 1--8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1590/1806-9126-RBEF-2019-0099	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 F.M. Toyama and W. van Dijk	4. 巻 97
2. 論文標題 Additive composition formulation of the iterative Grover algorithm	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Canadian Journal of Physics	6. 最初と最後の頁 777-785
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1139/cjp-2018-0452	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 W. van Dijk and F.M. Toyama	4. 巻 100
2. 論文標題 Decay of a quasistable quantum system and quantum backflow	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 052101: 1--111
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevA.100.052101	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 F.M. Toyama	4. 巻 30
2. 論文標題 Weak-measurement experiments on qubits	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 素粒子論研究・電子版	6. 最初と最後の頁 78-82
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 M. Amaku, F.A.B. Coutinho and F.M. Toyama	4. 巻 85
2. 論文標題 On the definition of the time evolution operator for time-independent Hamiltonians in non-relativistic quantum mechanics	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 American Journal of Physics	6. 最初と最後の頁 692-697
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1119/1.4985723	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 該当する

[学会発表] 計3件(うち招待講演 0件/うち国際学会 2件)

1. 発表者名 F.M. Toyama and W. van Dijk
2. 発表標題 Additive decomposition of iterative quantum search operations and its significance for quantum searches
3. 学会等名 DLT2018 Satellite Workshop in Kyoto (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 F.M. Toyama
2. 発表標題 Weak-measurement experiments on Qubits of IBM Cloud Q
3. 学会等名 DLT2018 Satellite Workshop in Kyoto (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 F.M. Toyama
2. 発表標題 Weak-measurement experiments on qubits
3. 学会等名 日大理工・益川連携 素粒子物理学シンポジウム
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

京都産業大学 研究者データベースシステム  
<https://gyoseki.kyoto-su.ac.jp/ktsuhp/KgApp?kyoinId=ynebgeyeggy>  
京都産業大学 「研究者データベース」  
[http://post.kyoto-su.ac.jp/s/w020/w020a050.php?k\\_cd=K8999896005](http://post.kyoto-su.ac.jp/s/w020/w020a050.php?k_cd=K8999896005)

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----