

令和元年6月20日現在

機関番号：38005

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K05491

研究課題名(和文) 共形場ブートストラップと臨界現象

研究課題名(英文) Conformal bootstrap method and critical phenomena

研究代表者

氷上 忍 (Hikami, Shinobu)

沖縄科学技術大学院大学・数理理論物理学ユニット・教授

研究者番号：30093298

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：臨界現象は臨界指数と呼ばれる発散の度合いを表す普遍的な数で特徴される。空間二次元の場合は臨界指数が厳密に求まっている場合があるが、三次元の場合はイジング模型をはじめ臨界指数は厳密にもとまっていない。最近、共形場ブートストラップ法と呼ばれる方法により、三次元や多次元の場合の臨界指数を求める理論的手法が提案され、イジング模型では臨界指数が非常に高精度で得られた。この方法を高分子やランダム磁場があるイジング模型に適用し、臨界指数を数値的に求めた。行列式の対称性を使った小行列式による解析が有効であることが判明し、超対称性を持った場合の相転移臨界現象を調べた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

臨界指数を正確に求めることは、ゆらぎの物理現象を正しく理解することに繋がり、実験を説明できる理論を構築する上で重要なことである。得られた結果は共形場ブートストラップ法が有効であることを示し、今後の理論の重要な方向を示すものである。

研究成果の概要(英文)：Critical phenomena with critical exponents, which measure the degree of divergences, are known to be universal. In two dimensions, some are obtained exactly but in the 3 dimensional Ising case, it is not obtained exactly. Recently conformal bootstrap method is proposed, and it provides very accurate numerical values of the critical exponents for 3 dimensional Ising model. We applied this method to polymer case, and found rather good values. The determinant method also can be applied, and we investigated the supersymmetric cases by this bootstrap method.

研究分野：数理物理学

キーワード：くりこみ群 共形場理論 超対称性

様式 C-19、F-19-1、Z-19、CK-19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

(1) 共形場理論でのブートストラップ法は 1970 年代にすでに提案されていたが、近年になってコンピュータの速度が飛躍したことにより、臨界現象での臨界指数が精度よくとまるようになった。特に 3 次元イジング模型で小数点以下 6 桁まで臨界指数が計算することが出来た。

(2) ブートストラップの方法ではユニタリ条件から許される領域の境界に折れ曲り点が存在することをを使い、その折れ曲がり点の値から臨界指数を決定するものであるが、臨界現象にはユニタリでない重要な場合が存在する。無秩序系はその例で、高分子やランダム磁場下のイジング模型などが相当する。Yang-Lee の edge 特異点模型では Gliozzi により小行列式を使う方法が提案されていた。

2. 研究の目的

(1) 本研究では Gliozzi のブートストラップ法での小行列式を使う方法を高分子やランダム磁場の問題に適用し、臨界指数を求めることを行い、その方法の有効性を確認する。

(2) 無秩序系はレプリカ法で通常扱われるが、レプリカ法は超対称性と同値な密接な関係がある。超対称性がある場合にブートストラップ法に課される条件を見つけ出すことは研究の重要なポイントである。本研究ではその点を明らかにすることを目的とする。

3. 研究の方法

(1) 高分子の場合に、ブートストラップ法での折れ曲り点の考察を行い、小行列式による高分子の臨界指数の計算と比較する。

(2) 小行列式はプリュッカー公式と関係し、一連の関係式が存在する。この数学的理論の研究を行い、ブートストラップ法の構造を考察する。

4. 研究成果

(1) 高分子のブートストラップ法による折れ曲り点を精度よく求めることができた。

(2) Yang-Lee 模型での小行列式による Gliozzi の方法をプリュッカー公式を使い拡張し、臨界指数を求めることを行った。臨界指数と次元 D との関係を 6 次元以下 1 次元以上で小行列式を使い求めた。パデー近似を使うことにより精度が良い臨界指数が求まった。

(3) 高分子の場合はレプリカ法が使われるが、ブートストラップ法では 2 つの異常次元 (臨界指数) の縮退に相当し、この縮退条件より臨界指数を求めることを試みた。

(4) D 次元の枝分かれ高分子は次元縮約として、 $D-2$ 次元の Yang-Lee 模型の臨界指数と一致することが、厳密に証明されているが、ブートストラップ法によりこの次元縮約が成り立っていることを確認し、小行列式の方法が妥当であることを確かめた。

(5) 超対称性に関連して、超対称性行列の研究を行い、有意義な簡潔な相関関数の公式を得た。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 (計 6 件)

① H. Shimada and S. Hikami, Fractal dimensions of self-avoiding walks and Ising high-temperature graphs in 3D conformal bootstrap, Journal of Statistical Physics 165 (2016) 1006-1035. doi.org/10.1007/s10955-016-1658-x [査読あり].

② S. Hikami, Conformal bootstrap analysis for the Yang-Lee edge singularity, Prog. Theor. Exp. Phys. 2018, 5 (2018) 053I01. Doi.org/10.1093/ptep/pty054. [査読あり].

③ S. Hikami, Conformal bootstrap analysis for single and branched polymers, Prog. Theor. Exp. Phys. 2018, 12 (2018) 123I 01. doi.org/10.1093/ptep/pty132. [査読あり].

④ E. Brezin and S. Hikami, Random supermatrices with an external source, Journal of High Energy Physics, (2018) 2018:86. Doi.org/10.1007/JHEP 08(2018)086. [査読あり].

⑤ H. Shimada, K. Takahashi and H T. Ueda, Quantum interactions of topological solitons from electrodynamics, Phys. Rev. B97, 22424 (2018). Doi.org/10.1103/PhysRevB.97.224424.[査読あり].

⑥ H. Shimada, Conformal amplitude hierarchy and the Poincare disk, Journal of Physics:Conf. Series 965 (2018) 012036.doi:10.1088/1742-6596/965/1/012036.[査読あり].

〔学会発表〕（計 2 件）

① H. Shimada, Conformal amplitude hierarchies and the Poincare disk, The XXVth international conference on integrable systems and quantum symmetries (ISQS-25), Czech Technical University, Prague 2017.06.09.

② S. Hikami, Dimensional reduction in conformal bootstrap, Beyond mean field theory Workshop, Univ. of Rome, Sapienza, Italy, 2018.01.03.

〔図書〕（計 1 件）

① E. Brezin and S. Hikami, Random matrix theory with an external source, Springer Brief of Mathematical Physics 19, (2016), 1-138. Springer, DOI 10.1007/978-981-10-3316-2

〔産業財産権〕

○出願状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年：
国内外の別：

○取得状況（計 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究分担者

研究分担者氏名：島田 悠彦

ローマ字氏名：Shimada Hirohiko

所属研究機関名：津山工業高等専門学校

部局名：総合理工学科 海外展開促進

職名：特命助教

研究者番号（8桁）：20751192

(2)研究協力者

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。