

令和 2 年 6 月 29 日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16K05627

研究課題名(和文) 拡張MHDモデルを用いた磁気ヘリシティ入射によるプラズマ電流駆動の理論構築

研究課題名(英文) Construction of extended MHD theory for plasma current driven by magnetic helicity injection

研究代表者

廣田 真 (Hirota, Makoto)

東北大学・流体科学研究所・准教授

研究者番号：40432900

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,000,000円

研究成果の概要(和文)：電磁流体力学(MHD)に二流体効果を追加したモデルである拡張MHD方程式を解く数値計算コードを開発した。特に、プラズマ中に磁気ヘリシティを入射する実験をシミュレーションすることを目的とし、導体壁に電圧を印加するための適切な境界条件を明らかにした。これによって、磁気ヘリシティ入射から複雑な乱流過程を経て自発的に発生する電流を評価することができるようになり、MHD理論に基づいた予測との定量的比較や二流体効果の影響の解析を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

核融合発電炉の実現に向けて、国際プロジェクトITERが進行中であるが、そこで採用されているトカマク方式では放電時間に制限があり、そのままではパルス運転になることが懸念されている。磁気ヘリシティ入射によってプラズマ中に自発的に発生する電流を理論的に予測・制御し、効率的な条件を見つければ、新たな電流駆動方式として将来的な応用が期待される。

研究成果の概要(英文)：A numerical simulation code is developed for solving the extended magnetohydrodynamic (MHD) equations, which includes two-fluid effects. In particular, for the purpose of simulating the experiments of magnetic helicity injection into plasmas, the appropriate boundary condition is formulated to impose voltages on the conductive wall. This simulation code can estimate self-organized current that is eventually generated through complicated turbulent process followed by magnetic helicity injection. A comparison is made with the MHD theoretical prediction and the two-fluid effects on relaxation are investigated.

研究分野：電磁流体力学

キーワード：二流体プラズマ 数値シミュレーション 自己組織化

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

核融合発電炉の実現に向けて、磁場によるプラズマ閉じ込め装置の研究開発が国際的プロジェクト ITER で進められている。そこで採用されているトカマク方式では、電磁誘導によってトロイダル電流を駆動することから放電時間に制限があり、そのままでは発電が可能になったとしてもパルス運転になることが懸念されている。そこで、非誘導電流をプラズマ中に定常的に流す一つの方法として、外部からの磁気ヘリシティ入射によって電流を駆動する基礎実験が行われており、例えばワシントン大学の HIT-SI 装置などが注目されている。しかし、この電流は乱流緩和による自己組織化の結果生じるため、理論的に予測や制御することは難しい。特に二流体効果によって磁気ヘリシティの保存則が正準ヘリシティの保存則へと変わった場合に、緩和現象がどのような影響を受けるのか明らかではない。実際に高温プラズマにおいては電気抵抗よりも二流体効果が微視的スケールで支配的な役割を担い、例えばホール効果や電子慣性効果によって、磁気リコネクションが加速することなどが知られている。

近年、二流体効果を含むように拡張された電磁流体力学(拡張 MHD)の定式化や基礎的性質が注目を集めており、理解が急速に進んでいる。ただし、その応用や直接数値シミュレーションを行った研究はまだ少なく、境界条件の適切な与え方についても未だ議論の余地がある。

### 2. 研究の目的

本研究では、拡張 MHD モデル(電子慣性とホール効果を考慮した電磁流体力学モデル)において交流ループ電圧を課した適切な境界条件を定式化し、それを解く数値シミュレーションコードを開発する。これを用いて磁気ヘリシティ入射や乱流緩和過程のシミュレーションを行い、従来のテイラー緩和理論等では予測できなかった自己組織化電流の大きさや磁気ヘリシティ入射効率について明らかにすることを目的とする。

### 3. 研究の方法

本研究では理論と数値計算の双方から厳密な解析を行い易い円柱プラズマ配位を考え、磁気ヘリシティ入射と緩和過程の詳細な理解を獲得する。具体的には、上下端を周期境界条件でつないだ円柱領域(図1)を考え、半径  $r = a$  における壁の境界条件として  $\theta$  方向と  $z$  方向に交流ループ電圧を印加する。この単純な配位において構造格子を用いた高精度・高解像度の数値計算コードを開発し、理論予測との比較を行う。

電圧を境界壁に印加する方法としては、磁場の発展方程式の代わりにベクトルポテンシャルの発展方程式を解き、それに対して適切な境界条件とゲージ条件を課す。数値スキームとしては、 $r$  方向には四次精度コンパクト差分法、 $\theta, z$  方向にはスペクトル法を用い、時間発展にはフラクショナルステップ法を応用した。この方針に従い、まずは抵抗性 MHD モデルの数値計算コードを開発し、後にそれを拡張することで、拡張 MHD モデル[1]の三次元シミュレーションを行う。

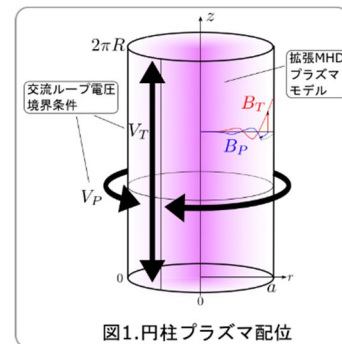


図1.円柱プラズマ配位

### 4. 研究成果

#### (1) 磁気ヘリシティバランスに基づく自己組織化定常電流の予測

最初に本研究は抵抗性 MHD 方程式を解く直接数値計算コードを開発し、MHD 緩和シミュレーションを行った。その際、プラズマの圧縮性の扱いが厳密な解析の障害となることがわかった。圧縮性プラズマの方程式を実際に解くと、特に交流ループ電圧を印加した場合、導体壁の近傍で振動する電磁場がプラズマを内向きに輸送する電磁力を生み出し、周辺部のプラズマ密度をゼロにする(真空になる)。これは電磁流体力学的には正しいプラズマの挙動なのだが、真空領域ではアルヴェン速度が無限大になるため、そもそも MHD 近似が破綻するだけでなく、数値計算も不安定となって異常終了する。従来の数値解析では、ゼロ 近似を用いることでこの問題を回避しているが、この近似を用いるとエネルギー保存則を満たさない力学系となるので、厳密な理論構築には適さない。本研究では真空領域の扱いを避けるため、非圧縮プラズマを仮定して問題を解くことにした。これによって物理的に意味のある問題設定となり、速い磁気音波を解かなくてすむために数値計算コストも下げられる。

この問題設定のもとで、交流ループ電圧による定常電流駆動のシミュレーションを行った。よく知られたテイラーの緩和理論によれば、 $z$  方向のガイド磁場  $B_{z0}$  の大きさが重要であり、これが比較的大きいと逆転磁場ピンチ(RFP)配位、小さいとスフェロマックに相当する配位へ緩和する。これらはいずれも磁気ヘリシティが一定のもとで、磁気エネルギーが最小値となる状態として特徴づけられる。本研究では緩和状態に至るまでの過程(MHD 不安定性や磁気リコネクション)ではヘリシティが散逸しないという仮定のもとで、磁気ヘリシティの収支を理論的に考え、与えられた磁気ヘリシティ入射率によって維持することのできる最大の磁気ヘリシティと定常電流を見積もった(図2、図3)。赤線がこの理論予測であり、緑線がシミュレーションで測定された値である(青線はゼロ 近似の結果)。実際には緩和の過程でも磁気ヘリシティは散逸するので、理論予測よりも何割か低い値になる傾向はあるものの、妥当な大きさの電流が駆動されているといえる。ただし、 $B_{z0}$  が 1 より大きくなると乱流緩和のそもそもの引き金となる MHD 不安定性が

抑制されるため、理論予測よりも磁気ヘリシティや定常電流は非常に小さくなる。このシミュレーション結果はランキスト数が $10^4$ 程度のものであり、電気抵抗がさらに小さければ散逸効果が弱まり、理論予測にもっと近づくとと思われる。

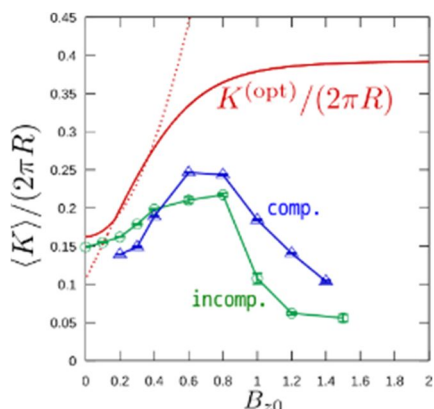


図2. (時間平均)磁気ヘリシティ

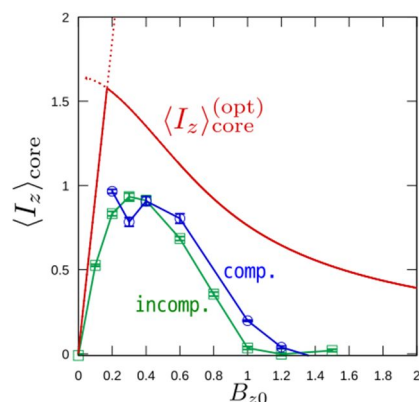


図3. 自己組織化した定常電流

### (2) 拡張MHD方程式の境界条件の定式化と数値的実装

ホール効果と電子慣性効果を共に含んだ拡張MHD方程式は、エネルギーを保存するハミルトン系であることをKimura & Morrison[1]が示した。また、一般化されたヘリシティがカシミール不変量であることも示されている[2]。しかし、境界条件については無限領域や周期境界条件が暗黙に仮定され、これまでに詳細な議論はなされていなかった。特に電子慣性効果を含む場合の適切な境界条件は自明でなく、本研究では数学的な定式化と数値計算へ実装する方法を考察した。

散逸を無視した拡張MHD方程式のエネルギー保存則[1]によれば、境界壁において、

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \mathbf{n} \times \mathbf{E} = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0$$

を満たさなければ、エネルギーは保存しない ( $\mathbf{v}$ : 流れ場、 $\mathbf{E}$ : 電場、 $\mathbf{J}$ : 電流密度、 $\mathbf{n}$ : 境界壁

の外向き法線ベクトル)。ここで、 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0$ はホール効果または電子慣性効果のいずれかを含む場合に必要である。これは電子慣性効果がないHall MHD方程式ならば自動的に満たされる自然境界条件であることが示されている[3]。しかし、電子慣性効果がある場合には、「電子が壁を通り抜けない条件」として $\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0$ を明示的に課さなければならない。これを数学的に適切に課す方法は自明でないことに本研究は気付いた。

電場をポテンシャル表示  $\mathbf{E} = -\partial \mathbf{A} / \partial t - \nabla \phi$ した時、拡張MHD方程式におけるオーム則は $\mathbf{A}^* = \mathbf{A} + d_e^2 \mathbf{J} / \rho$ の発展方程式とみなせる ( $\rho$ : 密度、 $d_e$ : 電子慣性長)。一方、静電ポテンシャル $\phi$ はゲージの選び方に任意性があることもあって、通常はあまり重要視されない。しかし本研究では、クーロンゲージを選択し、静電ポテンシャルのポアソン方程式を特殊な境界条件で解くことによって、 $\mathbf{A}^*$ が常に $\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0$ を満たすように制限できることを示した。これは発展方程式

$$\frac{\partial \mathbf{A}^*}{\partial t} = (\dots) - \nabla \phi$$

の右辺において、適切な $\phi$ を選ぶことで境界条件を満たすベクトル場への射影を施すことに相当する。このようにして、電子慣性効果がある場合にエネルギーが保存する完全導体壁の境界条件を明らかにすることに成功した。

ちなみに、非圧縮Navier-Stokes方程式を滑り無し境界条件で解く場合、圧力のポアソン方程式は(ディリクレでもノイマンでもない)特殊な境界条件で解かなければならない。それとよく似た取り扱いが拡張MHD方程式の静電ポテンシャル $\phi$ に対しても必要であるといえる。

さらに、拡張MHDの数値計算を安定に行うには物理的あるいは人工的な散逸効果も加える必要がある。電子慣性効果がある場合には電子粘性を加えることで、電流 $\mathbf{J}$ に対する滑り無し境界条件を課すことができ、安定な数値計算を行えることがわかった。

### (3) 磁気ヘリシティ入射の拡張MHDシミュレーション

拡張MHD方程式において導体壁に電圧を印加するには、境界条件を $\mathbf{n} \times \mathbf{E} \neq 0$ のようにすればよい。具体的に図1の円柱プラズマ配位(半径 $a$ 、長さ $2\pi R$ )において、直流(DC)または交流(AC)電圧を印加することで定期的に磁気ヘリシティを入射することとする。二流体効果が加わると磁気ヘリシティではなく正準ヘリシティが保存するため、MHDにおけるテイラーの緩和理論がそのまま成り立つとは限らない。本研究ではテイラー緩和過程に対して二流体効果がどのような影響を及ぼすかを調べた。

テイラーの仮説によれば、与えられた磁気ヘリシティ( $K$ )とガイド磁場( $B_{z0}$ )のもとで、磁気エネルギー( $W$ )が最小の状態へとプラズマは緩和する。下図において黒の実線は円柱配位において理論的に求められたそのエネルギー最小値を示す。テイラー仮説は厳密な理論ではないが、散逸

を小さくすることで、この実線に向かって上から漸近していく傾向が確かに見られた。下図の数値計算結果は全てランキスト数が $10^4$ であり、 $B_{z0} = 0.2$ の場合の結果である。図4はトカマクと同様な直流電圧(DC)によって磁気ヘリシティを定期的に入射した場合であり、図5は交流電圧(AC)のみで磁気ヘリシティを周期的に入射し続けた場合である。ただし、交流電圧の場合は(半径 $a$ で規格化された)抵抗スキン長を0.05としている。交流周期に同期してプラズマの状態は振動するため、ほぼ定常となった時間帯で5周期分の状態の軌跡を図5にプロットしている。MHDの場合の結果( $d_e = d_i = 0$ )は赤のプロットで示されている。

まず、電子慣性長 $d_e$ を非ゼロにして電子慣性効果を導入すると、それが電気抵抗よりも支配的になるにつれて、磁気ヘリシティ入射効率が急激に下がる傾向が見られた(図中の緑のプロット)。特にAC入射の場合は、 $d_e$ が抵抗スキン長よりも大きくなるとその傾向が現れ、プラズマ内に蓄積する磁気ヘリシティが減るために図5の右上方向に軌跡がふくらんでいる。ただし、緩和が起きてないわけではなく、交流周期の間のある位相においては十分にテイラー緩和状態(黒の実線)に近づいている。

次にホール効果の影響を調べるため、イオン慣性長 $d_i$ を非ゼロにすることを考える。この時のHall MHD方程式では、波数の増加と共にホイスラー波の位相速度が増加するため、直接数値計算を行う際にはCFL条件の制限が厳しくなり、計算コストが発散してしまう。そこで、本研究では $d_e$ を小さな値0.01で固定しつつ、 $d_i$ を導入することにした。すると、 $d_e$ よりも短波長のホイスラー波は位相速度が有限に抑えられ、数値計算を現実的なコストで実行できるようになった。このようにホール効果を加えていくと、緩和状態の磁場分布はさほど影響を受けないようにみえるが、プラズマ中に定常的な流れ(回転)が駆動される様子が観察された。これは二流体プラズマの緩和現象においてしばしば予言されているように、流れをもった平衡状態へ緩和していることが考えられる。

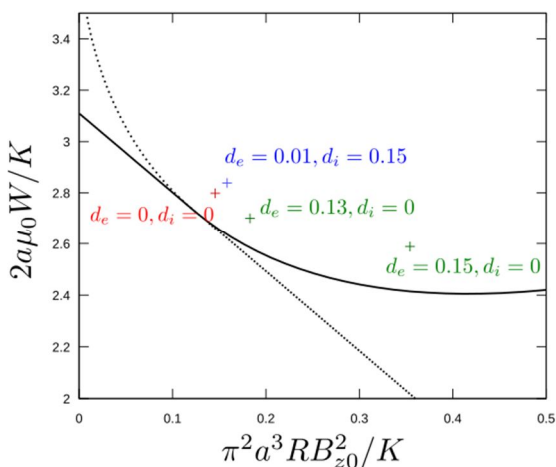


図4. DCヘリシティ入射の場合

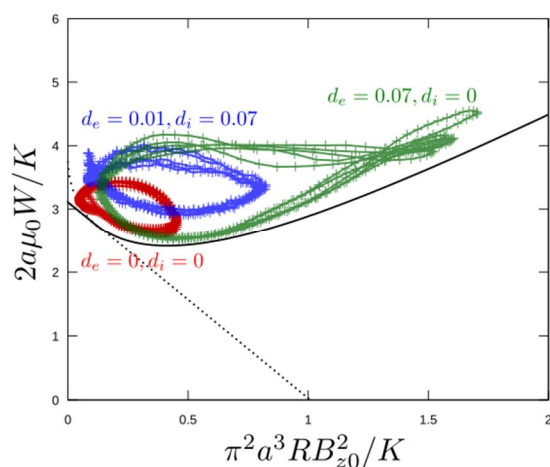


図5. ACヘリシティ入射の場合

#### <引用文献>

- [1] K. Kimura and P. J. Morrison, Phys. Plasmas 21, 082101 (2014).
- [2] H. M. Abdelhamid, Y. Kawazura and Z. Yoshida, J. Phys. A: Math. Theor. 48, 235502 (2015).
- [3] Z. Yoshida and E. Hameiri, J. Phys. A: Math. Theor. 46, 335502 (2013)

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 M. Hirota, P. J. Morrison	4. 巻 380
2. 論文標題 Stability boundaries and sufficient stability conditions for stably stratified, monotonic shear flows	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Physics Letters A	6. 最初と最後の頁 1856-1860
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.physleta.2016.03.044	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 M. Hirota	4. 巻 12
2. 論文標題 An Explosive Scaling Law for Nonlinear Magnetic Reconnection and Its Insensitivity to Microscopic Scales	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Plasma and Fusion Research	6. 最初と最後の頁 1401010-1401010
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1585/pfr.12.1401010	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 廣田 真	4. 巻 92
2. 論文標題 無衝突プラズマにおける爆発的磁気リコネクションの理論	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 プラズマ・核融合学会誌	6. 最初と最後の頁 861-867
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計12件（うち招待講演 2件 / うち国際学会 6件）

1. 発表者名 廣田 真, P. J. Morrison, W. Horton, 服部 裕司
2. 発表標題 AC磁気ヘリシティ入射が引き起こすプラズマ周辺部のMHD挙動
3. 学会等名 日本物理学会第73回年次大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 M. Hirota, P. J. Morrison
2. 発表標題 Gyrofluid Energy Principle and Its Application to Fast Magnetic Reconnection
3. 学会等名 1st Asia-Pacific Conference on Plasma Physics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 M. Hirota, P. J. Morrison, W. Horton, Y. Hattori
2. 発表標題 Magnetic helicity balance at Taylor relaxed states sustained by AC helicity injection
3. 学会等名 59th Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 M. Hirota, P. J. Morrison, W. Horton, Y. Hattori
2. 発表標題 Numerical simulation of magnetohydrodynamic relaxation controlled by external AC loop voltages
3. 学会等名 14th International Conference on Flow Dynamics (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 廣田 真, P. J. Morrison, W. Horton, 服部 裕司
2. 発表標題 ACヘリシティ入射によって維持されるヘリカルなテイラー緩和状態の数値計算
3. 学会等名 Plasma Conference 2017
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 廣田 真
2. 発表標題 無衝突プラズマにおける爆発的磁気リコネクションの理論
3. 学会等名 プラズマ・核融合学会第33回年会（招待講演）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 M. Hirota, P. J. Morrison, Y. Hattori
2. 発表標題 Stability Criteria for Circular Vortex Tubes with Smooth Vorticity Profiles
3. 学会等名 13th International Conference on Flow Dynamics（国際学会）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 M. Hirota, P. J. Morrison
2. 発表標題 Energy principle for a gyrofluid model and variational description of collisionless tearing modes
3. 学会等名 58th Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics（国際学会）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 M. Hirota
2. 発表標題 Variational formalism for linear growth rates of collisionless tearing modes
3. 学会等名 IUTAM Symposium "Helicity Structures and Singularity in Fluid and Plasma Dynamics"（国際学会）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 廣田 真, P. J. Morrison, W. Horton, 服部 裕司
2. 発表標題 交流電圧を用いた磁気ヘリシティ入射による定常電流駆動のシミュレーション
3. 学会等名 日本物理学会第72回年次大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 廣田 真
2. 発表標題 電子慣性効果を含む拡張MHD方程式の境界条件
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 廣田 真, P. J. Morrison, W. Horton, 服部 裕司
2. 発表標題 磁気ヘリシティ入射と緩和の拡張MHDシミュレーション
3. 学会等名 日本物理学会第75回年次大会
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	Morrison Philip  (Morrison Philip)	テキサス大学オースティン校・核融合研究所・教授	



## 6. 研究組織（つづき）

	氏名 (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 協力者	Wendell Horton  (Wendell Horton)	テキサス大学オースティン校・核融合研究所・教授	
連携 研究者	服部 裕司  (Hattori Yuji)  (70261469)	東北大学・流体科学研究所・教授   (11301)	