

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 5 月 24 日現在

機関番号：24403

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2016～2017

課題番号：16K13472

研究課題名(和文) 分数の表象構造に関する探索的研究

研究課題名(英文) Exploring the structure of mental representation in fraction

研究代表者

岡本 真彦 (Okamoto, Masahiko)

大阪府立大学・人間社会システム科学研究科・教授

研究者番号：40254445

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、成人の分数の心的表象がどのような構造をしているのかを明らかにするために行われた。分数は数理解において中心的なトピックスであるにも関わらず、分数表象についてはまだ十分に明らかになっていない。

研究1-3の結果からは、本研究で新しく用いた直後系列課題において量の類似性効果が見られ、分数が量に基づいて表象・記憶していることが明らかになった。一方で、量の類似性効果と大小判断課題と数直線推定課題との相関は見られず、分数の認知処理は課題ごとに固有のプロセスを持つ可能性が示唆された。また、研究4-5では、数直線課題を用いて基準分数の特定を試みた結果、 $1/2$ と $1/3$ が基準分数である可能性が示された。

研究成果の概要(英文)：A cognitive process of fraction is important topics in the domain of numerical development and mathematics education. But it was not had been clarified yet. The purpose of this study was to examine the mental representation of fraction for matured adult.

We used the immediate serial recall task to access one's mental representation of fraction. A magnitude similarity effect in immediate serial recall task was obtained in the results from Study 1, 2 and 3. Those results suggested that a mental representation of fraction was also represented on the basis of magnitude information as same as whole number in our mind. But the relationship between magnitude similarity effect and performance in typical numerical tasks, magnitude decision and number line estimation, was inconsistent in our results. Those result suggested that a cognitive process of fraction was task specific. And the results from Study 4 and 5 with number line estimation task suggested common fraction were $1/2$ and $1/3$.

研究分野：教育心理学 認知心理学 発達心理学

キーワード：分数表象 基準分数 量の類似性効果

1. 研究開始当初の背景

本研究では、熟達した成人の分数の心的表象がどのような構造をしているのかを明らかにする。近年、分数が数概念の発達や数学的理解の解明に中心的役割を果たす対象であることが指摘されている。しかしそもそも分数が心的にどのように表象されているかに関しては、国内はもとより海外でも検討が進められていない。そこで本研究では、刺激の心的表象の構造を強く反映する記憶課題の一つである直後系列再生を、分数を刺激として実施することで分数の表象特質を捉え、分数の大小判断や計算課題の成績との関連性についての検討を通して分数の心的表象の構造を解明する。

近年、分数の認知過程に関する研究は発達・教育心理学分野だけにとどまらず、認知心理学・認知科学分野や脳科学分野にまで広がりを見せつつあり非常に注目されている。この発端となった論文は Siegler, Fazio, Bailey, & Zhou (2013) が発表した“Fractions: the new frontier for theories of numerical development”である。彼らによると、分数は理論的にも教育実践的にも数概念の発達の理解に中心的役割を果たす対象であるとされる。分数は整数の性質が当てはまらないという点で数的概念の理解の点で理論的に興味深いだけでなく、多くの児童・生徒だけでなく大人でもその獲得や使用に困難を感じることから、教育実践的な意味でも興味深い。実際、Bailey et al., (2012) は小学生の分数の大小判断の成績が中学校以降の数学の成績を予測することを報告し、児童期に学習が始まる分数の獲得程度が小学校算数を超えて、中学校での数学の成績をも予測するとしている。

しかし、分数の心的表象がどのような構造をしているのかに関してはほとんど研究が進んでおらず未解明なままである。分数処理の脳科学的研究(Ischebeck, 2009)からは、整数も分数も脳の IPS 領域が同じように活性化することが報告されている。一方、Okamoto, Kawazoe, Kojima, Makioka (2014)は、小学生の分数表象と整数表象は独立した別の表象であることを報告している。すなわち、分数処理の特徴は脳科学では解明できず、心的表象を含む認知過程の点で解明しなければならないということである。そこで本研究では分数を刺激材料とした直後系列再生課題を用いて、分数の心的表象の構造を明らかにする。

2. 研究の目的

まず、分数表象の性質を解明する。具体的には、直後系列再生課題を用いた研究 1~3 において、(1)量的感覚をもとにした表象であるかどうか、そして次に、(2)分数を量的感覚をもとに表象している程度の個人差と、実際の分数処理課題の個人差の関係を明らかにする。加えて、研究 4~5 において、(3)数直線推

定課題を用いて、共通分数はどの分数かを探索的に検討する。

3. 研究の方法

(1) 研究 1

研究 1 では、分数の直後系列再生課題において、量の類似性効果が見られるかどうか、また量の類似性効果を計算課題に関連性が見られるかどうかを検討した。参加者は 30 人の大学生 (平均年齢 20.00 歳) であった。課題には、分数の直後系列再生課題と計算課題の 2 種類が含まれていた。直後系列再生課題とは、4 つの異なる分数が 1500ms 間隔、ISI 500ms で連続的に提示され、提示直後に、それらの 4 つの分数を書記再生するように求められる課題である。直後系列再生課題で提示される分数リストには、similar リストと dissimilar リストの 2 種類のリストが含まれていた。similar リストは、 $7/11$ 、 $2/3$ 、 $13/18$ 、 $12/17$ のように少数に直した場合にそれぞれ 0.636, 0.667, 0.722, 0.706 と小数第 1 位が同じになるようなリストであった。これに対して、dissimilar リストは、 $17/18$ 、 $4/11$ 、 $9/14$ 、 $5/6$ のように少数に直した場合にそれぞれ 0.944, 0.364, 0.643, 0.833 と小数第 1 位が異なるようなリストであった。言いかえると、similar リストは、提示される 4 つの分数の量が同じぐらいのリストであり、dissimilar リストは、提示される 4 つの分数の量が大きく異なるリストである。similar リストと dissimilar リストはそれぞれ 14 リストが作成、提示された。計算課題は、分数の四則演算 20 問、各演算 5 問ずつ、をペーパーテスト形式で解くように求められるものであった。計算課題は、加算減算と乗算除算の 2 つの 2 枚のシートで提示された。参加者には、できるだけ早く正確に計算問題を解くように求め、解答時間を測定した。

(2) 研究 2

研究 2 では、直後系列再生課題で提示する分数のリストを変更して、量の類似性効果が見られるかどうか、また量の類似性効果を計算課題に関連性が見られるかどうかを再検討した。参加者は 30 人の大学生 (平均年齢 22.57 歳) であった。課題として、直後系列再生課題、大小判断課題、そして、計算課題の 3 つの課題を行った。直後系列再生課題は、研究 1 と同様に similar リストと dissimilar リストを用意したが、研究 2 の similar リストは、 $12/17$ 、 $7/11$ 、 $2/3$ 、 $13/18$ のように、量は類似しているが、少数に直すと 0.70, 0.64, 0.67, 0.72 のように小数第 1 位が異なるような 4 つの分数リストである点が異なっていた。Dissimilar リストは同様であった。大小判断課題は、2 つの分数を同時に提示し、どちらの分数の量が大きいのかをキー押しによって反応するものであった。また、計算課題は、加算 10 問、減算 10 問の計 20 問からなっていた。

(3) 研究 3

研究 3 では、本研究で新しく用いた直後系列再生課題における量の類似性効果と従来から用いられてきた大小判断課題、数直線推定課題、そして計算課題との関連性について検討した。参加者は 30 人の大学生であった。直後系列再生課題、大小判断課題、数直線推定課題、計算課題の 4 つの課題を全ての参加者が行った。直後系列再生課題は、小数第 1 位が同じ similar リスト、小数第 1 位が異なる similar リスト、dissimilar リストの 3 つのリストを含んでいた。大小判断課題は、研究 2 と同じものであった。数直線推定課題では、紙に提示した 0 から 1 までの線分上の提示分数の量に該当する位置に鉛筆で記すように求めらるものであり、20 試行が含まれていた。計算課題は、加算と減算を 15 問ずつの計 30 問が含まれていた。

(4) 研究 4

研究 1 ~ 3 では、分数の種類に焦点化した分析を行わなかったため、研究 4 では量感覚をより直接的に測定しているとされる数直線推定課題を用いて、どの分母を持つ分数が精緻に表象されているのか、また、外的な手がかりは分数の数直線推定にとって有効なのかを検討した。40 人の大学生（平均年齢 20.43 歳）が数直線推定課題を行った。数直線推定課題では、紙に印刷された 0 から 1 の線分上に提示された分数の数量をマークすることが求められた。提示された分数は、3 から 19 までの分母を持つ真分数 20 個であった。数直線推定課題では、一般的に分数は線分の中央に配置されるが、本研究では、中央に配置される centre 条件と線分の左端に提示される left 条件の 2 つの条件が含まれており、どちらの条件を先に実施するのかが参加者によってカウンターバランスして提示された。

(5) 研究 5

研究 4 では、1/2 は基準分数として機能していない可能性が示されたが、従来の研究では 1/2 は分数の心的数直線の中でも特徴的な基準分数である可能性が指摘されている。一方で、1/2 以外の 1/3 や 1/4 も基準分数である可能性を報告する研究もある (Liu, 2018)。そこで、研究 4 では、どの分数が基準分数として機能しているのかを数直線推定課題を用いて検討する。30 人の大学生（平均年齢 21.30 歳）が参加者であった。数直線推定課題は、誤差距離と反応時間を測定するために、Psychopy を用いて PC 上に刺激を提示して、マウスのクリックで反応するように求めた。提示された分数は、分母に 2 から 19 を持つ真分数であった。

4. 研究成果

(1) 研究 1

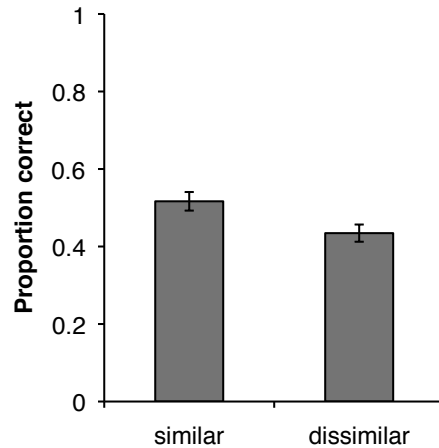


図 1 直後系列再生課題における正再生率(研究 1)

直後系列再生課題の結果を図 1 に示した。この正再生率について、正再生率を従属変数、リストの類似性を変数効果、類似性と参加者の交互作用、分数の種類と参加者の交互作用を固定効果とした、ロジスティック混合効果分析を行った結果、リストの類似性の効果が有意であった (表 1)。この結果は、similar リストの方が正再生率が高くなることを示しており、分数が長期記憶の中で量に基づいて表象、記憶されている可能性を示している。

表 1 ロジスティック混合効果モデルの結果

Outcome of the logistic mixed-effect regression analysis				
	Estimate	SE	z	p
Intercept	-0.29	0.11	-2.7	< .01
Similarity	0.36	0.08	4.73	< .001

Formula: glmer (correctness ~ 1 + similarity + (1 + similarity | subID) + (1 + similarity | fractionID), control = glmerControl (optimizer = "Nelder_Mead"))

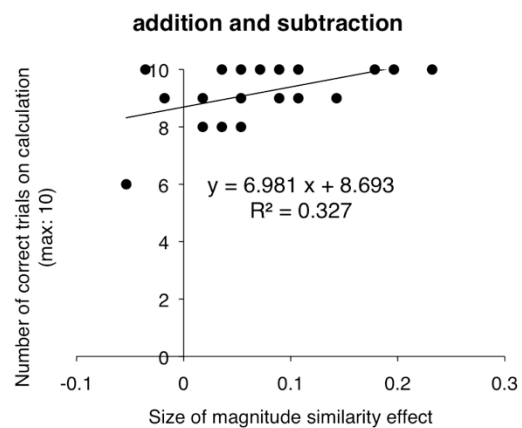


図 2 量の類似性効果と加算・減算の正答数の関連性

また、分数の量的感覚の個人差を示す測度として、量の類似性効果 (similar リストの正再生率 - dissimilar リストの正再生率) を算出し、量の類似性効果と計算課題の正答数との回帰分析を行った。加算・減算の結果を図 2 に示した。回帰分析の結果、量の類似性

効果が加算・減算の正答数と有意な関連性を示すことが明らかになり、量の類似性効果の高い者ほど計算課題の得点が高いといえる。この結果は、本研究で用いた直後系列再生課題が分数の量的感覚を捉えている可能性を示している。

(2) 研究 2

直後系列再生課題の結果を図 3 に示した。実験 2 においても、実験 1 と同様に量の類似性効果が得られたが、similar リストと dissimilar リストの差は減少していた。この結果は、研究 2 の similar リストに用いた量的には類似しているが、小数第 1 位が異なるような分数の再生においては量的感覚を利用して記憶することが困難になるのではないかと考えられる。

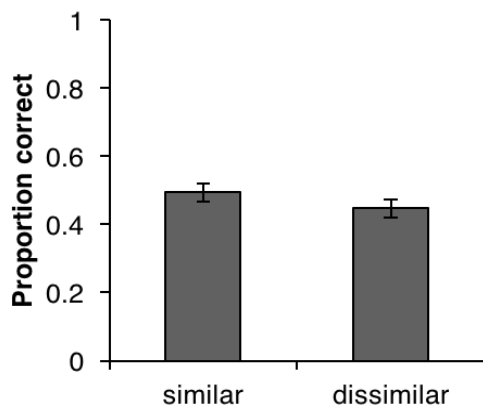


図 3 直後系列再生課題における正再生率 (研究 2)

大小判断課題の正反応の反応時間を図 4 に示した。図 4 からは、有意な距離効果が存在することが明らかになり、従来の研究で示されてきたように、比較する 2 つの分数間の距離が大きいほど反応時間が短くなることが明らかになった。

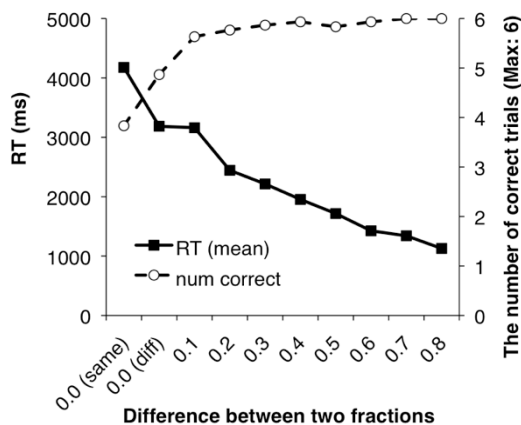


図 4 大小判断課題での反応時間の結果 (研究 2)

研究 1 同様に、分数の量的感覚の個人差指標として量の類似性効果を算出し、加算・減算の解答時間及び大小判断課題での距離効果との相関を算出したが、有意な相関は得られなかった。すなわち、直後系列再生課題で測定した量感覚と大小判断課題で測定している量感覚は異なるものである可能性が示された。

(3) 研究 3

直後系列再生課題においては、dissimilar リストの再生率が、他の 2 つの similar リストよりも低くなっており、量的に類似する 2 つの similar リストの記憶成績が高くなることが再確認された (図 5)。すなわち、量的に類似した分数のリストを系列提示した場合には、記憶が促進されると言える。

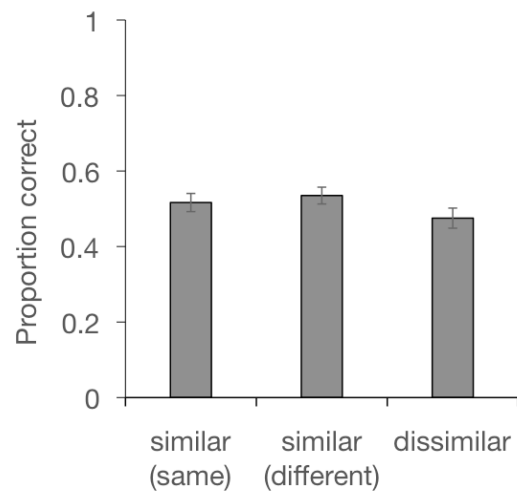


図 5 直後系列再生課題における正再生率 (研究 3)

分数の量的感覚を測定するために本研究で新しく用いた直後系列再生課題と従来から分数の量的感覚を測定するために用いられてきた大小判断課題、数直線推定課題、及び計算スキルの習熟度を測るために用いられてきた計算課題との関連性を見るために、直後系列再生課題の量的類似性効果の大きさ、大小判断課題における反応時間、数直線推定課題における誤差距離、加算・減算の得点の変数間の相関を算出し、表 2 に示した。

表 2 相関係数 (n=60)

	① Size of magnitude similarity effect - same first decimal place (SR)	② RT Magnit. Comp. NLE	③ Error distance	④ addition score	⑤ subtraction score
① Size of magnitude similarity effect - different first decimal place (SR)	-0.04	0.06	-0.05	-0.08	-0.01
② RT on magnitude comparison	$t = -0.27, p = .79$	$t = 0.44, p = .66$	$t = -0.37, p = .72$	$t = -0.64, p = .53$	$t = -0.10, p = .92$
③ Error distance on number line estimation	-0.14	-0.14	0.04	-0.09	-0.14
④ addition score	$t = -1.06, p = .29$	$t = 0.32, p = .75$	$t = -0.72, p = .48$	0.07	$t = -1.07, p = .29$
⑤ subtraction score	0.15	0.15	0.15	0.21	0.21
⑥ Error distance on number line estimation		$t = 1.13, p = .26$	$t = 0.57, p = .57$	$t = 1.66, p = .103$	-0.03
⑦ addition score			$t = 0.76, p = .45$	$t = -0.22, p = .83$	0.26
					$t = 2.03, p = .046$

表 2 からは、直後系列再生課題での量的類似性効果と他の変数との間に有意な相関が見られないことが明らかになった。このことは、数概念の獲得が十分に進んだ大学生

では、分数の認知処理は課題特有のプロセスである可能性を示しており、今後さらに検討が必要である。

(4) 研究 4

数直線推定課題における誤差距離(マークした位置と分数の位置)を図6に示した。この誤差距離について、centre条件とleft条件の間には差が見られず、分数の提示位置は数直線推定の正確さに影響しないことが明らかになった。

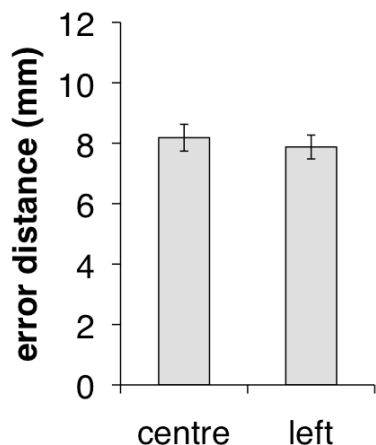


図5 数直線推定課題における誤差距離 (研究4)

提示した分数によって、誤差距離に違いがあるかどうかを見るために、提示した分数の小数第1位ごとに誤差距離を算出したものが図6である。図6からは、両端に位置する量が小さい分数と大きい分数が誤差距離が小さく、数直線推定が正確であるのに対して、量が0.5に近い分数では誤差距離が大きく、数直線推定が不正確であることが分かる。

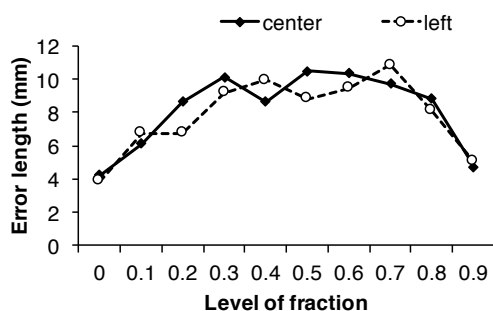


図6 数直線推定課題における提示分数ごとの誤差距離 (研究4)

これらの結果は、提示位置という外的な手がかりも、1/2 近傍という内的な手がかりも分数の処理を促進するわけではないということを示しており、1/2 が分数の心的表象において特異的な分数であり処理が容易であるとはいえない。

(5) 研究 5

提示分数の分母ごとの誤差距離を図7に示した。誤差距離の分析からは、1/2 が6を分母する分数以外の全ての分数よりも誤差距離が小さく、推定が正確であることが示された。

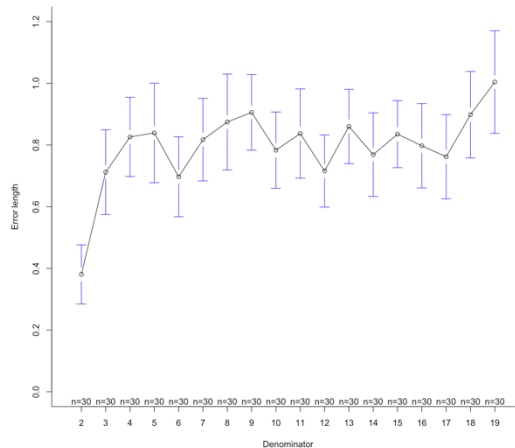


図7 数直線推定課題における誤差距離 (研究5)

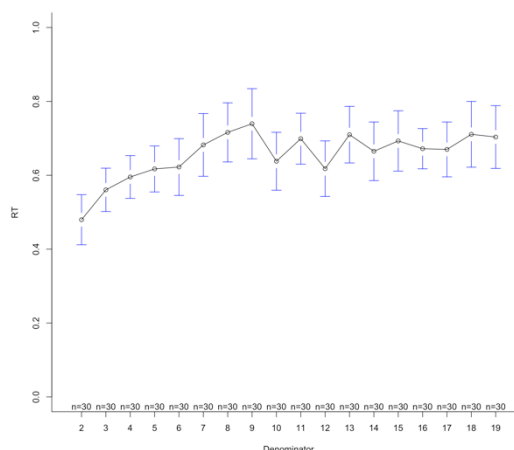


図8 数直線推定課題における反応時間 (研究5)

次に、反応時間について見ると(図8)、1/2 が、3、4、12を除く分母を持つ分数よりも反応時間が速かった。また、1/3 が9、13、16、18を分母を持つ分数よりも反応時間が速かった。

これらの結果をまとめると、1/2 と 1/3 が基準分数である可能性が指摘できる。

<引用文献>

- ① Bailey, D. H., Hoard, M. K., Nugent, L., & Geary, D.C. (2012). Competence with fractions predicts gains in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, **113**, 447-455.
- ② Ischebeck, A., Schocke, M., & Delazer, M. (2009). The processing and representation of fractions within

- the brain. *NeuroImage*, **47**, 403-413.
- ③ An fMRI investigation
 - ④ Liu, F. (2018). Mental representation of fractions: It all depends on whether they are common or uncommon. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*.
 - ⑤ Okamoto M., Kawazoe M., Kojima A., and Makioka, S. (2014). A continuity or discontinuity from whole number to decimal fraction and fraction in elementary school in japan. *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
 - ⑥ Siegler, R. S., Fazio, L. K., Bailey, D. H., & Zhou, X. (2013). Fractions: The new frontier for theories of numerical development. *Trends in Cognitive Science*, **17**, 13-19.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

- ① Kawazoe, M., & Okamoto, M. (2017). A Practical Study of a Design of University Mathematics Courses for the Humanities and Social Sciences Students. *Proceedings of CERME10* 査読有, pp. 2302-2303.
- ② Mori, K., & Okamoto, M. (2018). Problem format and updating function domains in solving of area problems. *Learning and Individual Differences*, 査読有, 63, 57-69.

[学会発表] (計 6 件)

- ① Taniguchi, S., Tanida, Y., & Okamoto, M. (2018 発表予定) Effect of denominator in the fraction on number line estimation: an exploration of the list of the basic fraction in Japanese university students. 40th Annual Meeting of the Cognitive Science Society.
- ② Tanida, Y., Koshima, Y., & Okamoto, M. (2017) Exploration of Tasks Involving Numerical Magnitude Processes of Fractions: The Relationships Among Immediate Serial Recall, Magnitude Comparison, Number Line Estimation, and Calculation. Workshop: Linguistic and cognitive influences on numerical cognition.
- ③ Taniguchi, S., Tanida, Y., & Okamoto, M. (2017) An attempt to investigate the anchor point of 1/2 for fraction magnitude representations using the

number line estimation task. 20th Conference of the European Society for Cognitive Psychology.

- ④ Tanida, Y., Koshima, Y., & Okamoto, M. (2017) Relationship between four measures reflecting representations of fraction magnitude in adults: number line estimation, comparison, calculation of fractions, and immediate serial recall of fractions. 39th Annual Meeting of the Cognitive Science Society.
- ⑤ Tanida, Y., Koshima, Y., & Okamoto, M. (2017) An exploration of the representation of fractional magnitude for each 0.1 using an immediate serial recall task. International Convention of Psychological Science 2017
- ⑥ Tanida, Y., Koshima, Y., & Okamoto, M. (2017) The magnitude similarity effect on immediate serial recall of fractions. Experimental Psychology Society London Meeting 2017

[図書] (計 1 件)

- ① 森兼隆・天野祥吾・岡本真彦 (印刷中) 教科学習における理解と指導 橋下憲尚・神藤貴昭 編著 教育心理学 ミネルヴァ書房

[その他]

ホームページ等

<http://www.ess.osakafu-u.ac.jp/human/okamoto/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

岡本 真彦 (OKAMOTO Masahiko)

大阪府立大学・人間社会システム科学研究科・教授

研究者番号：40254445

(3) 連携研究者

谷田 勇樹 (TANIDA Yuki)

大阪大学・連合小児発達学研究科・特任助教

研究者番号：80800218