

平成 30 年 6 月 11 日現在

機関番号：17102

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2016～2017

課題番号：16K13742

研究課題名(和文)実乘法をもつモチーフの新しい対称性の研究

研究課題名(英文)A research on a new symmetry on motive with real multiplication

研究代表者

小林 真一(kobayashi, shinichi)

九州大学・数理学研究院・教授

研究者番号：80362226

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,700,000円

研究成果の概要(和文)：J. Nekovar氏とA. Scholl氏によって提起されたplectic予想は、実乘法をもつモチーフの研究に革新的影響を及ぼすものと思われており、総実体上の整数論の未解決問題への応用が期待されている。しかしながらこの予想は実際には基本的なことを含めて多くのことが未解決である。本研究ではプレクティック構造のHodge実現に焦点をあて、まずMixed plectic Hodge structureの圏の整備を行なった。そしてこの圏をweight filtrationと多重Hodge filtrationの言葉で記述することに成功した。この成果は具体的応用を考える上で重要である。

研究成果の概要(英文)：Plectic conjecture by J. Nekovar and A. Scholl is considered to give a strong impact on the study for motive with real multiplication if the program is completed. However, the program has just started. We studied the Hodge realization of the plectic cohomology. We gave an equivalent description of mixed plectic Hodge structures in terms of the weight and partial Hodge filtrations. We also constructed an explicit complex calculating the extension groups in this category. This result is important to consider applications to concrete problems.

研究分野：整数論

キーワード：整数論 L-関数 モチーフ 総実体

1. 研究開始当初の背景

代数体上で定義された代数多様体の数論的不変量とL-関数の特殊値を結びつける

Beilinson-Bloch-Kato予想(BBK予想)は現代整数論における最重要課題の一つである。クレイ研究所のミレニアム問題にもなっている Birch and Swinnerton-Dyer予想はBBK予想の代数多様体が楕円曲線の場合である。このことからわかるように、BBK予想に関しては知られている場合は非常に限られている。楕円型保型形式の場合は、加藤Euler系などの発見により、完全ではないが比較的多くのことが知られている。加藤Euler系をHilbert保型形式など総実体上に一般化するというのが次の自然な試みとして考えられるが、大きな単数群の存在などが障害となり、長らく暗礁に乗り上げていた。

このような状況中、近年パリ大学のJ. Nekovar氏とケンブリッジ大学のA. Scholl氏により、実乗法をもつモチーフはプレクティック構造と呼ばれる新しい対称性をもつという予想が提唱され、この予想がこの問題の大きな突破口になることが期待されている。そしてこの予想が解決すると、総実体上の整数論の未解決問題への応用例えばStark予想、加藤Euler系の総実体上への一般化などが期待されている。しかしながらこの予想は実際には基本的なことを含めて多くのことが未解決である。

2. 研究の目的

本研究の目的は、ほとんど未知であるプレクティック予想を、総実体上の乗法群から定義されるスタックに対し、ポリログに注目することで検証し、すべての場合の難形となる理論を作ることである。プレクティック予想はモチビクなものであり、様々な実現をもつと予想されているが、その中でも比較的アプローチがしやすいHodge実現を明らかにすることを目的とした。より具体的にはプレクティック・ポリログを具体的に構成して、そのHodge実現を明示的に求めることである。そのために、基本となるプレクティック・ホッジ構造の理論を整備し、プレクティック Beilinson-Deligne コホモロジーを正しく定義する。また、これと並行して、この枠組み

を利用して、我々のスタックに対して実際ポリログ類が構成できることを証明し、その類を明示的に表示する。そしてこの類と、総実代数体のL-関数の特殊値と結びつける。

3. 研究の方法

本研究は国内の有力な若手の力を集結して行うプロジェクト型研究として行った。具体的には代表者と分担者である山本修司氏、坂内健一氏、安田正大氏をコアメンバーとし、それに加え、慶応大学の山田一紀氏、萩原啓氏、太田和惟氏らにも加わってもらい、おもに慶応大学において、定期的に研究打ち合わせをおこなうことで、共同研究として研究を進めた。

4. 研究成果

混合プレクティックHodge構造の圏の整備を行なった。具体的には、この圏をweight filtrationと多重Hodge filtrationの言葉で記述することに成功した。またこの圏のextension groupを計算する明示的な複体を構成することに成功した。これは総実体のL-関数の特殊値とプレクティック構造との関係を調べるなど、整数論の問題への具体的応用を考える上で非常に重要である。この成果を経て、具体的な応用への道筋をつけるべく、総実体のL-関数の特殊値、プレクティック構造、新谷の方法の3つの関係を明らかにした。具体的な成果は分数イデアルに付随する空間の商スタックのコホモロジーと特殊値を結びつけるために、まず特殊値の反復積分表示を考察した。その結果、新谷の方法により、この空間の有理微分形式から出発して多重積分を反復することで目的の特殊値が表されることが分かった。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 0 件)

〔学会発表〕(計 8 件)

山本修司,

多重ゼータ値の積分表示の拡張とその応用, 代数的整数論とその周辺/京都大学数理解析

研究所, 2017. 招待講演、国際学会.

② 山本修司,

2-1 公式と Zhao の binomial identity に関する注意,
第 11 回多重ゼータ研究集会 & 第 39 回関西
多重ゼータ研究会/近畿大学,
2017, 招待講演.

Seidai Yasuda,

Linearized and derived double shuffle Lie
algebras,
Workshop: Johnson homomorphisms and
related topics,
2017, 招待講演, 国際学会.

安田 正大,

Drinfeld modular 多様体上の zeta 元につ
いて,
九大数理談話会, 2017,
招待講演.

⑤ 安田 正大,

結合子と結合子関係式,
第 26 回整数論サマースクール勉強会「モチ
ヴィック多重ゼータ値」, 2017
招待講演.

Kazuki Yamada,

Category of mixed plectic Hodge
structures,
Fukuoka International Conference on
Arithmetic Geometry in 2017,
招待講演, 国際学会.

坂内 健一

プレクティック混合ホッジ構造について,
Regulators in Niseko 2017.
招待講演.

⑧ 山本修司,

On values of the multiple zeta function of
Kaneko-Tsumura type,
日台整数論研究集会 2016,
招待講演, 国際学会.

[図書](計 0 件)

[産業財産権]

出願状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

小林 真一 (KOBAYASHI, Shinichi)
九州大学 数理学研究院, 教授
研究者番号: 80362226

(2) 研究分担者

山本 修司 (YAMAMOTO Shuji)
慶応大学 理工学研究科, 准教授
研究者番号: 20635370

坂内 健一 (Bannai Kenichi)
慶応大学 理工学部, 教授
研究者番号: 90343201

安田 正大 (Seidai Yasuda)
大阪大学 理学研究科, 准教授
研究者番号: 90346065

(3) 連携研究者

()

研究者番号:

(4) 研究協力者

太田 和惟 (OTA Kazuto)
慶応大学 理工学部, 特任助教
研究者番号: 70770775

萩原 啓 (HAGIHAEA Kei)
慶応大学 理工学部, 助教
研究者番号: 30512173

山田 一紀 (YAMADA Kazuki)
慶応大学 理工学研究科, 特別研究員(DC2)