

令和元年6月24日現在

機関番号：34316

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2016～2018

課題番号：16K13780

研究課題名(和文)力学系の位相的計算理論に基づく大域ダイナミクスの時系列解析法の新展開

研究課題名(英文) New method of time series analysis for the global dynamics based on topological theory for the dynamical systems

研究代表者

岡 宏枝(國府宏枝)(Oka, Hiroe)

龍谷大学・理工学部・教授

研究者番号：20215221

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円

研究成果の概要(和文)：1.位相計算的方法は、系の大域的構造とそのパラメータ変化を捉える計算機援用解析の方法であり、申請者らによって初めて得られた。この方法を生体分子の制御ネットワーク結合系の一つである switching systemsに制限し適用することにより、その特性を生かしたMorse分解等の系の大域的構造と分岐を包括的に扱う数学的定式化を与えた。

2. gene regulatory network等の複雑ネットワークの時系列データから、系の大域的構造を復元するための理論の構築と計算を行った。

3. 3D乱流のベクトル場の画像の時系列データからpersistent diagramなどの計算をして特徴を抽出した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

申請者はこれまで、分岐理論を用いた解析的アプローチやConley 指数などの力学系の位相不変量を用いたトポロジック的アプローチによる研究を行い、ホモロジー計算などの位相的方法に精度保証付き数値計算を組み合わせ、数学的に厳密で汎用性のあるアルゴリズムの構築を試みてきた。これを時間発展する系の解析に適用することにより、時系列埋め込みを位相的計算的方法で見て、従来の時系列解析とは違う視点から力学系の構造や分岐を見ることができ、特に、この方法によって、Morse分解を得ることにより不安定不変集合を捉え、系の大域的構造と分岐を見ることができ、新しい時系列解析の側面を生み出している。

研究成果の概要(英文)：1. Topological and computational method for dynamical systems is a computer-assisted method developed by the people including the author, in order to analyze the global structures of the dynamical systems and its bifurcations. In this project we apply this method to the switching systems which is one of the coupled neural regulatory networks of biomolecules, and give the mathematical formulation.

2. From time series data obtained by complex network systems like gene regulatory networks, the author formulate the theory for reconstructing the global structure of the systems like Morse decomposition and also did some computation for Mirsky's model for circadian rhythms.

3. We compute the persistence diagram from the time series data of the vector field of 3-dimensional turbulence, and obtain some characteristic structure.

研究分野：力学系理論

キーワード：力学系 画像の時系列データ 位相的計算理論 Morse分解 パーシステンス・ホモロジー 時系列解析 不安定ダイナミクス

様式 C - 19, F - 19 - 1, Z - 19, CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景:

力学系は決定論的な法則に従って時間発展するシステムを数学的に定式化したもので、その対象は数学だけでなく自然科学,工学,社会科学などに現れる多くの興味深い非線形現象を含む。その現象を理解するために考案された数理的モデルは、微分方程式,差分方程式,離散モデルなど多岐にわたり、解析のために様々な数学理論が展開されているが、一方、その非線形性の多様性から計算機による数値シミュレーションが不可欠である。しかし数値シミュレーションはあくまで近似計算であり、その結果の数学的解析による証明には限界があり注意深い評価と吟味が必要になる。これに対して、申請者はこれまで、分岐理論を用いた解析的アプローチや Conley 指数などの力学系の位相不変量を用いたトポロジック的アプローチによる研究を行い、ホモロジー計算などの位相的方法に精度保証付き数値計算を組み合わせ、数学的に厳密で汎用性のあるアルゴリズムの構築を試みてきた。

2. 研究の目的:

「時間発展する系の位相的計算的方法による解析」の研究の目的は、申請者がこれまで行ってきた力学系の位相的計算理論や関連する多くの計算機援用解析の研究成果を踏まえて、その結果生ずる数学としての問題を定式化し新たな理論的発展を目指すことである。以下のような項目を研究する。

- (1) Morse 分解等の大域的構造とその分岐に関する研究。
- (2) 時系列データから力学系の大域的構造を求める。
- (3) 画像の時系列データから力学系の大域的構造を求める。

3. 研究の方法:

以下の課題は相互に密接に関係しており、相補的に研究を進めた。

- (1) 時系列解析のための理論的基礎の定式化
- (2) 非線形現象のシミュレーションによるデータの解析を通して(1)の問題点を検証すること
- (3) 乱流の実データ(画像)から、力学系としての構造を見出し、時系列解析のための手法を開発する。

4. 研究成果:

(1) Morse 分解等の大域的構造とその分岐に関する研究

位相計算的方法は、ダイナミクスの大域的構造とそのパラメータ変化を大づかみに捉える計算機援用解析の方法であり申請者らによって初めて得られたものである。この方法を switching system に適用した switching system とは生命科学でよく扱われる生体分子の制御ネットワーク結合系を区別線形な常微分方程式系とそれの連続系への摂動系として捉えその性質を抽出したものであり、この分野における新しい視点を与えるものとして発展が期待される。次元を2次元に制限した場合は、論文[1]にまとめた。さらに、高次元の場合に適用できるように条件を緩め、L. Ironi et al. の論文にある結果を我々の定式化で一般化し、より精密な結論を加えた。これに関しては、2019年7月に国際学会で発表する予定である。

(2) 時系列データから力学系の大域的構造を求める研究

力学系の不安定ダイナミクスの情報を含む有限軌道の集合から得られる時系列データから、背後にある力学系の不安定不変集合の存在を証明する数学的な構造との関連性について調べる課題である。gene regulatory network などの複雑なネットワーク・ダイナミクスの時系列データ

から,大域的構造を復元するための理論の構築と計算を行った.これは,Fiedler,Mochiduki らの研究における regulatory network の Feedback vertex set の考え方を時系列データに対して成り立つように拡張したものであり,この考えかたはアトラクタのみでなく力学系の大域的構造を再現するもので,Takens の力学系の時系列解析を発展させた新しいものである.この結果については,University of Auckland,AMS conference,MCA2017 他で講演した[2,3].論文は執筆中である.

(3) 画像の時系列データから力学系の大域的構造を求める: 3D 乱流のベクトル場のデータのパーシステント・ダイアグラム,distance matrix の計算をして,結果を International Workshop on Theoretical Aspects of Near-Wall Turbulence Studies, June 28 - 30,2016,Kansai Seminar House, Kyoto で講演した([1]講演者は M.Karamer).計算結果に,特徴的なパターンがみられるが,その理由については,何回か乱流に専門家と議論をしたが,研究協力者の M.Kramer 氏の異動で継続が困難であり,現時点まででは明らかな結論は得られないままである.一般的なフラクタル集合のパーシステント・ダイアグラムの特性についていくつかの論文があるが,その方向で研究を進めることも考えられるが,専門家とのかなり時間をかけて議論する必要があると思われる.

また,パターンダイナミクスを生じる典型的な例として,1次元 Swift-Hohenberg 方程式を取り上げ,そのパターンのパーシステンス・ダイアグラムの時系列データから大域的構造がどの程度復元されるかについて考察した.また,一般的な方程式に対して,ある条件下でモース分解が復元されるという定理と,また,1次元 Swift-Hohenberg 方程式をコンピュータで計算することにより,定理を支持する計算結果を示した.

(4) 以上の3つの目的を遂行する過程で,いくつかの関連した数学的な問題に取り組んだ.

一つ目は,画像のパーシステンス・ダイアグラムを扱った研究の延長上に派生した課題で,persistence homology の barcode distance の interleaving distance に対する安定性を,quiver representation theory を用いて,従来の A_n 型から circular な場合に拡張した.(M.Yoshiwaki, E.Escobar, H.Ishiyama らとの共同研究)論文執筆中.

二つ目は,位相計算的方法に用いる位相不変量の Conley index に関してである.離散力学系とそのサスペンションとして得られる連続力学系の Conley index の関係を Mrozek の Conley index over the circle という観点から考察した.この結果は,2018 日本数学会年会で講演した[4,5].

上の4つの項目は,相補的に関連しており,研究目的はある程度は達成できたと思う.時系列データから力学系の大域的構造を求めることは,今なお数理科学で重要で興味ある課題であると思われるが,さらにこれを発展させるには,目的2で扱った遺伝子制御ネットワークなど,力学系の特別な形に絞り考察を進めるのが良いであろう.画像の時系列データなど,他分野の研究者と共同研究が必要なものは,さらに時間と労力が必要であり,今後発展させたいと思う.

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 1件)

1. T. Gedeon, S. Harker, H. Kokubu, K. Mischaokow, H. Oka, GLOBAL DYNAMICS FOR STEEP SIGMOIDAL NONLINEARITIES IN TWO DIMENSIONS, Physica D, 339, pp.18-38,2016

DOI(10.1016/j.physd.2016.08.006), 査読有.

〔学会発表〕(計 4件)

1. Miro Kramer, "Application of persistence diagrams to analysis of high dimensional systems", International Workshop on Theoretical Aspects of Near-Wall Turbulence Studies (国際学会) (招待講演)2016.
2. Hiroe Oka, Morse decomposition of regulatory networks via determining nodes, University of Auckland, 2017.
3. Hiroe Oka, Morse decomposition of regulatory networks via determining nodes, MCA2017 (国際学会) (招待講演), 2017.
4. Hiroe Oka, A remark on Conley indices over base, Algebraic Topology in Dynamics and Data (国際学会) (招待講演), 2018.
5. Hiroe Oka, Conley Indices for continuous and discrete time dynamical systems, 日本数学会, 2018.

〔その他〕

ホームページ等:

<https://www.math.ryukoku.ac.jp/~oka/>

6. 研究組織

(1)研究分担者 なし

(2)研究協力者

1. 研究協力者氏名: ミロ クラマー
ローマ字氏名: (KRAMER, miro)
2. 研究協力者氏名: 国府寛司
ローマ字氏名: (KOKUBU, hiroshi)
3. 研究協力者氏名: コンスタンチン ミスシャイコフ
ローマ字氏名: (MISCHAIKOW, konstantin)
4. 研究協力者氏名: トーマス ギデオ
ローマ字氏名: (GEDEON, tomas)
5. 研究協力者氏名: ベルナルド フィードラー
ローマ字氏名: (FEEDLER, bernaldo)

科研費による研究は,研究者の自覚と責任において実施するものです.そのため,研究の実施や研究成果の公表等については,国の要請等に基づくものではなく,その研究成果に関する見解や責任は,研究者個人に帰属されます.