

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和元年6月13日現在

機関番号：82108

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2016～2018

課題番号：16K13825

研究課題名(和文)非エルミート系の超光速問題 - 光ディラックコーンから最終的な解決へ -

研究課題名(英文) Superluminal propagation in non-Hermitian systems: Toward its solution from photonic Dirac cones

研究代表者

迫田 和彰 (Sakoda, Kazuaki)

国立研究開発法人物質・材料研究機構・機能性材料研究拠点・NIMS招聘研究員

研究者番号：90250513

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：k・p摂動法と有限要素法を用いて、フォトニック結晶の点上の光ディラックコーンを解析した。特異な分散関係や光の群速度の発散などを詳しく調べるとともに、角度分解反射スペクトルを算出し、反射ピークの選択則を導出した。電子ビームリソグラフィでSOIウェハにフォトニック結晶を作製して、角度分解反射スペクトル測定により赤外領域の光ディラックコーンの実現を確認した。ナノフォトニクス国際会議(2017年、ブラジル・レシフェで開催)で基調講演を行い、また、近刊の“Electromagnetic Metamaterials”(シュプリンガー社)に解説を執筆するなど、研究成果の普及に努めた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

点上で直線的な電磁波の分散関係は、CRLH伝送線路としてマイクロ波分野で以前から知られており、指向性アンテナなどとして実用化が図られてきた。光ディラックコーンはこの概念を一般の周期構造や高次元構造へ拡張したものであり、面発光半導体レーザーの指向性改善やクロッキング(透明マント)の実現などの応用も期待されている。その一方で、非エルミート系の解析は電磁気学に限らず、物性物理学や原子分子物理学、量子統計力学等にも現れる長年の難問である。光ディラックコーンではこの問題が一体問題、かつ、摂動的に取り扱える可能性が高く、点近傍で厳密解が得られる可能性があることから、今後いっそうの検討が望まれる。

研究成果の概要(英文)：Photonic Dirac cones on the gamma point of photonic crystals were analyzed by the k-p perturbation and the finite element method. We examined the extraordinary dispersion relation and the divergence of the photon group velocity, calculated the angle-resolved reflection spectra, and derived the selection rules for the reflection peaks. We fabricated the photonic crystals on SOI wafers by the electron beam lithography and confirmed the materialization of the photonic Dirac cone in the infrared range by the angle-resolved reflection spectroscopy. We made efforts to diffuse the achievements of this study by giving a plenary lecture at the International Conference on Nanophotonics held in Recife, Brazil in 2017 and by writing a review in “Electromagnetic Metamaterials (Springer)”, which will soon be published.

研究分野：光物性物理学

キーワード：光ディラックコーン 非エルミート系 超光速問題 群速度 エネルギー伝搬速度 励起子ポラリトン

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

非エルミート系における超光速伝搬 (Superluminal propagation) は、光物性物理学にしばしば現れる未解決の問題である。古くから知られた例としては、異常分散領域における励起子ポラリトンの伝搬の問題がある。励起子ポラリトンの分散関係は、一様媒質の光の分散関係 $\omega^2 = c^2 k^2 / \epsilon$ において、誘電率にローレンツ型の関数

$$\epsilon = \frac{\omega_L^2 - \omega^2}{\omega_L^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \quad (1)$$

を採用することで得られる。この式で、 ω_L (ω_L) は横波励起子 (縦波励起子) の遷移周波数、 γ は緩和定数である。入門的な教科書などでは、しばしば $\gamma = 0$ の場合について分散関係が論じられるが、実際の励起子系には各種の緩和過程が存在し、励起子の寿命は有限であることから、 $\gamma \neq 0$ とした取り扱いが必要である。この場合、角振動数 ω を実数にとると波数 k は複素数である。 $\omega/\omega_L = 1$ の近傍に分散曲線 (k の実部と ω の関係) の傾きが垂直になる周波数が存在し、その周波数で光の群速度 v_g は無限大である。

$$v_g \equiv \frac{\partial \omega}{\partial k'} = \infty \quad (2)$$

特殊相対性理論の要請から、電磁波の波束を含む、物理的な実体の運動速度は真空中の光速 c を超えることができないはずであるから、上式は明白な矛盾である。この「超光速問題」は緩和過程を含む非エルミートな問題にしばしば現れ、その解決が長年望まれてきた。

研究代表者は、フォトニック結晶 (以下では PC と記す) [1,2] の Γ 点に光ディラックコーン (等方的で直線的な光の分散関係) を形成する方法を考案した [3]。また、本研究の開始前後において、回折損のあるスラブ型 PC の光ディラックコーンについて、分散関係に超光速伝搬が現れることを発見した。この問題を解決するために、波束の形状変化の影響を受けやすい群速度に代えて、あいまいさ無く定義されるエネルギー伝搬速度の解析を進めることを着想した。

【参考文献】

- [1] K. Sakoda, *Optical properties of photonic crystals*, 2nd edition (Springer, 2004).
- [2] 迫田和彰, 「フォトニック結晶入門」 (森北出版, 2004).
- [3] K. Sakoda, *Opt. Express* **20**, 25181 (2012).

2. 研究の目的

本研究の開始時点においては、エネルギー伝搬速度の解析を通して、(1) スラブ型フォトニック結晶の光ディラックコーン全般について、超光速問題を解決することを目的とした。また、これを基礎として、(2) 励起子ポラリトンの場合を解決し、さらに理論を一般化して、(3) 非エルミート系全般について超光速問題の解決を目指した。しかし、研究を進める過程で、複素固有値問題に特有の例外点 (exceptional point) の問題が関わっていることが分かり、ディラックコーンの固有値問題を定義する 3 行 3 列の複素行列が固有値は計算できるものの原理的に対角化できず、したがって、固有ベクトル (固有関数) が定義できないという問題に遭遇した。そこで、解析計算に代えて数値計算を主体とした検討を進めた。さらに、SOI (silicon-on-insulator) ウェハのトップ Si 層に実際にスラブ型 PC を作製し、光ディラックコーンの実現と検証を行った。

3. 研究の方法

光ディラックコーンの理論解析には、 $k \cdot p$ 摂動法による解析計算と有限要素法による数値計算を用いた。SOI ウェハ上の 2 次元 PC の作製は電子線リソグラフィで行い、特性評価には角度分解反射率測定を行った。

4. 研究成果

4. 1 分散関係と反射スペクトルの理論解析

最初に、 $k \cdot p$ 摂動法による解析計算で、回折損のある PC に予想される分散関係の形状を導出した。例として、この後の実験研究でも述べる C_{4v} 対称な 2 次元正方格子の場合、 Γ 点上の 2 重縮退した E 対称モードと、 A_1, A_2, B_1 , あるいは、 B_2 対称なモードが偶然縮退することでディラックコーンが生じる [3]。2 次元 PC スラブの場合、E モードだけが回折損を有する。その減衰レートを γ 、2 次元面内の波数ベクトルを (k_x, k_y) と記すと、例えば、E モードと A_1 モードの偶然縮退でディラックコーンが生じる場合、 $k \cdot p$ 摂動行列が

$$D = \begin{pmatrix} -i\gamma & 0 & bk_x \\ 0 & -i\gamma & bk_y \\ b^*k_x & b^*k_y & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

であることが導出できる。ただし、 b は PC の構造から定まる定数であり、周波数の原点をディラック点 (ディラックコーンの頂点) にとった。この行列の固有値を計算して分散関係を求

めると,

$$\omega = \omega_{\Gamma} + \begin{cases} \frac{-i\gamma \pm \sqrt{-\gamma^2 + 4|b|^2 k^2}}{2} \\ -i\gamma \end{cases} \quad (4)$$

を得る。ただし、 ω_{Γ} はディラック点の周波数である。式(4)で上側の曲線がディラックコーンの2つの分枝、下側の曲線(1次の $k \cdot p$ 摂動の範囲では虚の定数項)がディラックコーンに付随する2次曲線(以下ではフラットバンドと呼ぶ)である。このうち、ディラックコーンの分散関係を図示すると図1のようである。ただし、この図ではディラックコーンの2つの分枝のうち一方だけを描いた。 γ が小さく、したがって、 Q 値が大きい場合には固有周波数の虚部が小さく、実部はほぼ直線である。これに対して、 Q 値が100程度まで小さくなると回折損の影響が顕著になり、 Γ 点の近くで分散曲線が直線から大きく変形する。特に、ディラック点の周波数では分散曲線の傾きが無限大であり、群速度が発散する。これらの特徴は、有限要素法による数値計算でも良く再現された。

次に、実証研究のための試料設計について述べる。まず、図2にSOI基板上の2次元PCの試料構造を示す。トップSi層に形成するPCは空気孔の正方格子から成る。電磁モードの解析は姚遠昭氏の協力を得て有限要素法で行った。単位格子にブロッホ型の境界条件を課すことで、波数と固有周波数の関係(分散関係)を算出した。また2次元面に垂直な方向にはPML(perfectly matched layer)吸収境界条件を課すことで、計算領域の端からの反射光を除去した。このことはPCからの回折光が無限遠に逃げ去ることと等価なので、回折による固有モードの減衰を正確に記述することができる。したがって、計算で求まる固有周波数は一般に複素数であり、その虚部から減衰率、あるいは、それに等価な Q 値(quality factor)が算出できる。

角度分解反射スペクトルの計算では、実験条件に合わせて入射波には平面波を仮定した。2次元面に垂直な方向から測った入射角(θ)、2次元面内の(1,0)方向(隣り合う空気孔を結ぶ方法)から測った方位角(ϕ)、および、偏光毎に反射スペクトルを算出した。

まず、分散関係の計算結果を図3に示す。分散曲線は2次元ブリルアンゾーンの Γ 点(0,0)からX点(0, π/a)とM点(π/a , π/a)へ向かう方向について計算した。分散曲線の形状を明瞭に示すために、横軸を10倍に拡大して Γ 点近傍だけを図示した。E対称なモードと B_2 対称なモードが偶然縮退することで、 Γ 点の周りに2次分散面(フラットバンド)を伴うディラックコーンが生成することが分かる。Eモードの Q 値が約500であり、 Γ 点近傍におけるディラックコーンの直線からのずれは比較的小さい。

次に角度分解反射スペクトルについてであるが、反射ピークを選択則を理解するために、まず入射方位と偏光によるスペクトルの変化について述べる。図4は、方位角 ϕ が0度(Γ -X方向)と45度(Γ -M方向)の場合について、s偏光(電場が入射面に垂直)とp偏光(電場が入射面に平行)の入射光に対する反射スペクトルの計算結果である。計算はディラックコーンが生じる、図3(右)の試料構造について行った。パネル(a)と(b)には各ピークの電磁モードについて、電場のz成分の空間分布も記した。固有モードの対称性を反映して電場が高い空間対称性を示すことから、各ピークはsまたはpのいずれかの偏光としか結合しない。また、 A_1 モードについては、垂直入射の入射光に対してはsおよびpのいずれの偏光とも結合しない。

図4から分かるように、入射角 θ を変化させたときにゼロ度近傍でピークが融合する様子を観測することで、光ディラックコーンの生成が確認できる。以下に述べるように、SOI上2次元PCを実際に作製し、角度分解反射スペクトルを測定して光ディラックコーンの生成が確認できた。

Eモードと B_2 モード以外の組合せについても反射ピークを選択則を調べた。その結果を表1に掲げる。この選択則を利用すると、実測された反射ピークを選択則から、ディラックコーンがどのような対称性の固有モードから構成されているかを判別できる。実測された角度分解反

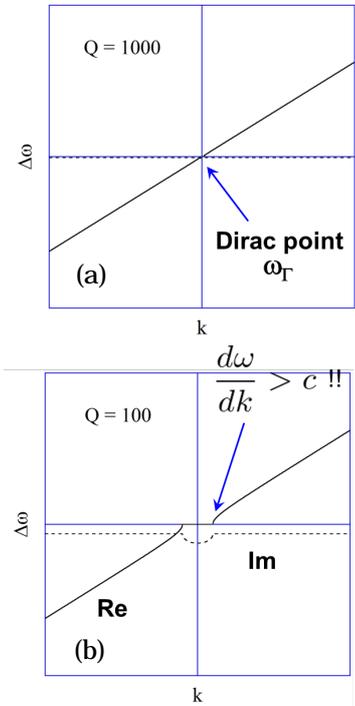


図1 回折損のあるディラックコーンの分散関係。実線が固有周波数の実部、破線が虚部。(a) Q 値 = 1000 の場合。(b) Q 値 = 100 の場合。

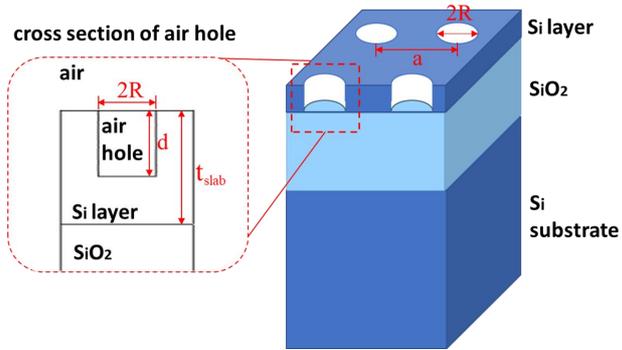


図2 SOI上PCの構造と略号(a , R , d , t_{slab})の定義。トップSi層と SiO_2 層の厚みは400 nmと3 μm である。格子定数 a は2.274 μm に選んだ。

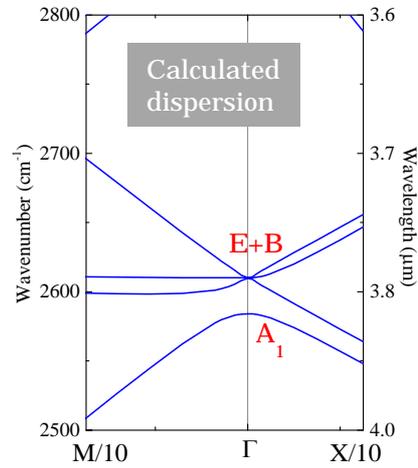
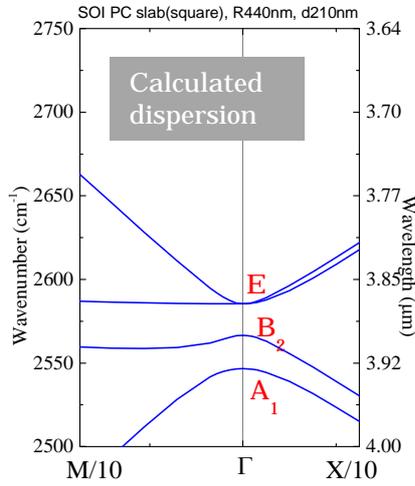


図3 有限要素法で計算した SOI 上 2 次元 PC の分散関係。(左)ディラックコーンが生じない例 ($R=440$, $d=210$ nm), (右)ディラックコーンが生じる例 ($R=526$, $d=210$ nm)

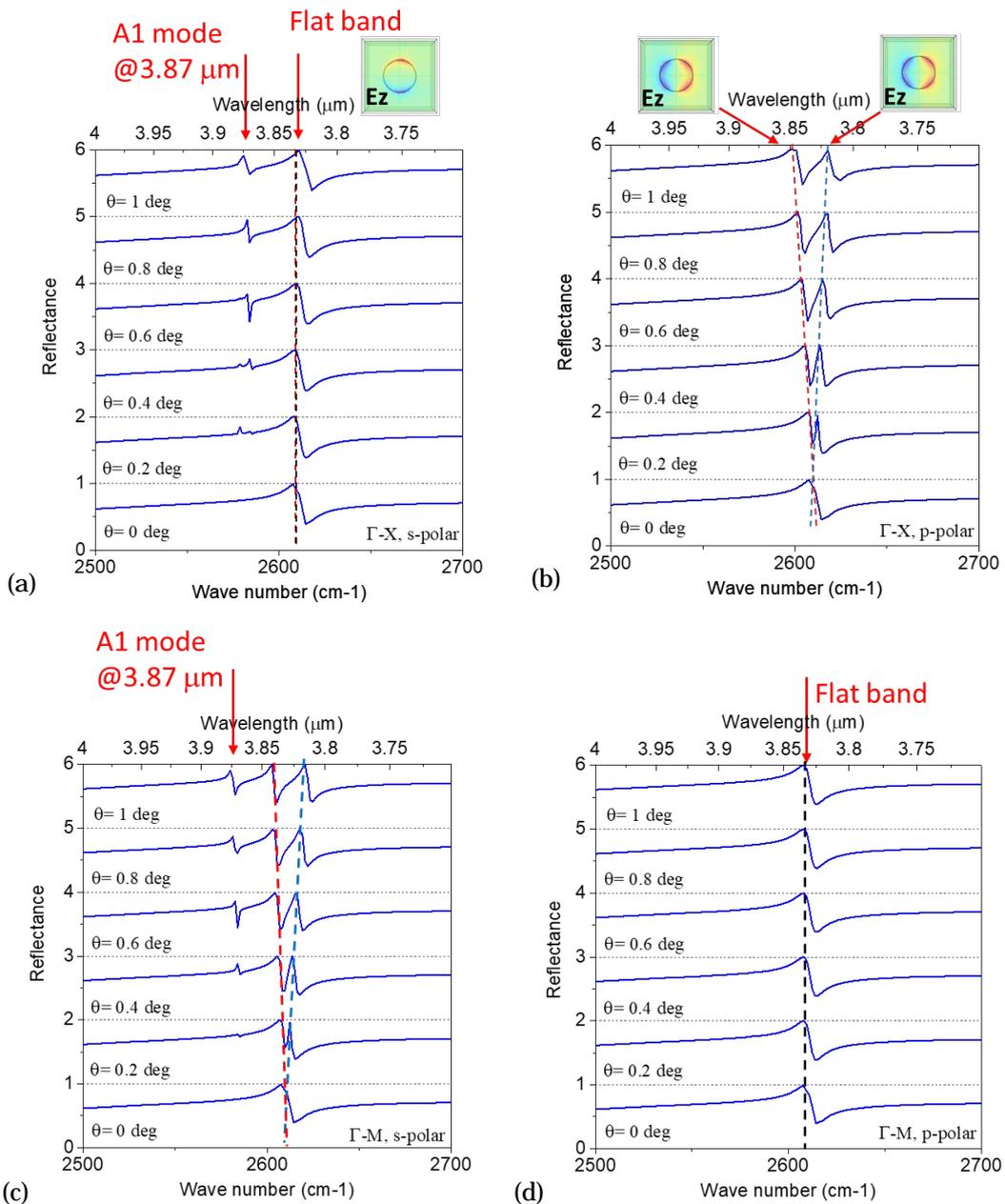


図4 角度分解反射スペクトルの計算値。(a) $\phi = 0^\circ$, s 偏光, (b) $\phi = 0^\circ$, p 偏光, (c) $\phi = 45^\circ$, s 偏光, (d) $\phi = 45^\circ$, p 偏光。

射スペクトルは理論予測の通り, E モードと B_2 モードで構成されるディラックコーンの選択則を示した。

A_1 & E modes	Γ -X	Γ -M
Flat band	p	p
1 st linear dispersion band	s	s
2 nd linear dispersion band	s	s

A_2 & E modes	Γ -X	Γ -M
Flat band	s	s
1 st linear dispersion band	p	p
2 nd linear dispersion band	p	p

B_1 & E modes	Γ -X	Γ -M
Flat band	p	s
1 st linear dispersion band	s	p
2 nd linear dispersion band	s	p

B_2 & E modes	Γ -X	Γ -M
Flat band	s	p
1 st linear dispersion band	p	s
2 nd linear dispersion band	p	s

表 1 反射ピークの選択則。ディラックコーンを形成する 2 本の線形の分散曲線 (各パネルの下の 2 段) は, 同じ選択則に従う。

4.2 試料作製

杉本喜正氏ならびに池田直樹氏の協力を得て, 電子線リソグラフィにより SOI 基板上に 2 次元 PC を作製した。図 5 にその一例を示す。格子定数 a は 2270nm で, 円柱空洞の半径の異なる 7 種の PC を 1 つの基板上に作製した。また, エッチング時間を変えることで, 円柱空洞の深さ d の異なる 3 種のグループを作製した。図 6 は試料の断面 SEM 写真の一例で, この試料では $d = 210\text{nm}$ であった。

4.3 角度分解反射スペクトル

作製した 2 次元 PC の分散関係を確認するために, 黒田隆氏の協力を得て角度分解反射スペクトルを測定した。 B_2 モードと E モードが縮退して, ディラックコーンが形成される場合の測定データを図 7 に示す。試料構造は $R=530\text{nm}$, $d=210\text{nm}$ であり, 図 3(右)に示した分散関係が実現していると考えられる。測定は Γ -X および Γ -M の方位角 ϕ についてそれぞれ, s 偏光と p 偏光で行った。図 7 には, 入射角 θ が 0.2 度ずつ異なる 25 本の反射スペクトルを上下方向にずらして表示した。表 1 に掲げた反射ピークの選択則に照らしてモードの対称性を帰属すると, 2600cm^{-1} 付近には A_1 , B_2 , E の対称性をもつ 3 つのモードの存在が結論できる。反射ピークは上方の 12 本のスペクトルと下方の 12 本のスペクトルとでほぼ対称な入射角依存性を示していることから, 中央の曲線がほぼ垂直入射の条件で測定されたスペクトルであると結論できる。 A_1 モードが垂直入射の光には不活性であることがモードの対称性から予測されるが, 実際の測定データでも入射角がゼロの時に反射ピークが消失することが分かる。

図 3(右)の分散関係から, Γ -X 方向では比較的大きな波数領域で (したがって, 広い入射角の範囲に渡って) ディラックコーンに固有な直線的な分散関係が実現されると予想された。実際, 図 7 の上から 2 番目のパネルを見ると, 2 つの反射ピークが入射角の変化とともに互いにクロスする様子が明瞭に観測でき, しかもその変化が直線的である。また, もう一つの特徴として, ディラックコーンに付随する 2 次分散面 (フラットバンド) が Γ -M 方向にはほぼ平坦で, Γ -X 方向には比較的大きな分散を生じることが予想されたが, 実測データもそのようになっている。角度分解反射スペクトルの測定値が理論計算による分散関係を非常によく再現することから, 理論計算, 試料作製, 測定のいずれについても高い精度が達成できたと結論できる。

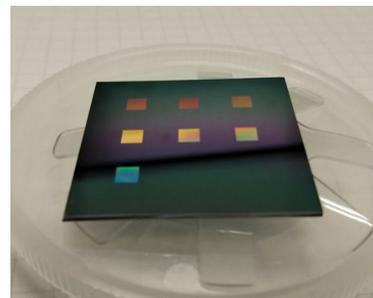


図 5 電子線リソグラフィで作製した SOI 基板上の PC の一例。円柱空洞の半径 R の異なる 7 種の PC を 1 つの基板上に作製した。トップ Si 層と SiO_2 層の膜厚は 400nm と $3\mu\text{m}$ である。

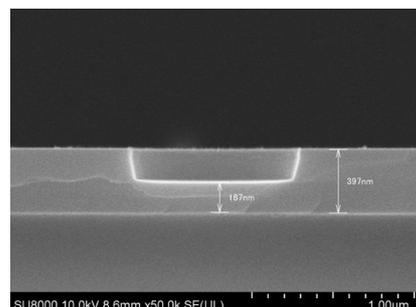
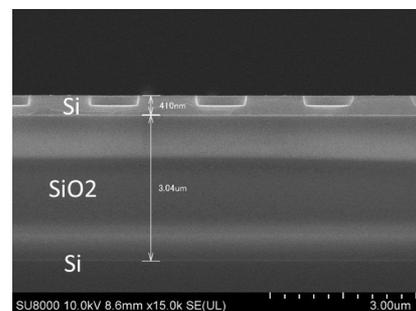


図 6 試料の断面 SEM 写真

4.4 まとめ

研究代表者が先に見出した、フォトニック結晶の Γ 点上の光ディラックコーンについて解析を進めた。特に、回折損のある2次元スラブ型フォトニック結晶の場合について、 $k \cdot p$ 摂動法で導出した、非エルミート有効ハミルトニアンに基づく解析計算と、有限要素法による数値計算とで、特異な分散曲線の形成や例外点近傍における光の群速度の発散などを詳しく調べた。さらに、SOI (silicon on insulator) ウェハの電子ビームリソグラフィ加工により、格子定数が約 $2.3\mu\text{m}$ 、大きさが3ミリ角の空洞円柱正方格子フォトニック結晶スラブを実際に作製して、赤外領域の光ディラックコーンを実現した。 Γ 点上の光ディラックコーンの形成は、角度分解反射スペクトル測定で確認できた。その際、固有モードの対称性による反射ピーク生成の選択則を入射方位と偏光について導出し、実測データで確認した。特に、 Γ 点上では点群 C_{4v} の E 対称モード以外の固有モードが反射測定で不活性であることを実測で確認できた。さらに、有限要素法を用いて反射スペクトルを算出し、実測データを忠実に再現することができた。これらの研究成果について、第10回ナノフォトニクス国際会議(2017年7月、ブラジル・レシフェ開催)で“Photonic Dirac cones and relevant physics”と題して基調講演を行い、また、近刊の“Electromagnetic Metamaterials”(迫田和彰編、シュプリンガー社)で解説を執筆するなど、研究成果の普及にも努めた。

5. 主な発表論文等

[学会発表](計17件)

K. Sakoda, Photonic Dirac cones and relevant physics, The 4th International Conference on Emerging Electronics (招待講演), 2018

K. Sakoda, Photonic Dirac cones and relevant physics, Symposium on “30 years of Photonic Crystals” (招待講演), 2017

K. Sakoda, New features of photonic Dirac cones on the gamma point, The 8th International Conference on Metamaterials (招待講演), 2017

K. Sakoda, Photonic Dirac cones and relevant physics, The 10th International Conference on Nanophotonics (招待講演), 2017

K. Sakoda, Superluminal propagation in non-Hermitian systems, The 38th Progress in Electromagnetics Research Symposium (招待講演), 2017

K. Sakoda, Photonic Dirac cones and relevant physics, The 6th Advanced Lasers and Photon Sources (招待講演), 2017

K. Sakoda, Lossy Photonic Dirac cones stop light, The 37th Progress in Electromagnetics Research Symposium (招待講演), 2016

K. Sakoda, Superluminal propagation of Dirac-cone modes in photonic crystal slabs, The 4th Advanced Electromagnetics Symposium (招待講演), 2016

K. Sakoda, Lossy photonic Dirac cones - A typical non-Hermitian system stops light, The First A3 Metamaterials Forum (招待講演), 2016

[図書](計1件)

迫田和彰 編著, Electromagnetic Metamaterials, シュプリンガー, 第16章: Photonic Dirac cones and relevant physics, 23ページ, 2019(出版予定)

6. 研究組織

(1)研究分担者 無し

(2)研究協力者

研究協力者氏名: 杉本喜正, 黒田隆, 池田直樹, 姚遠昭

ローマ字氏名: Sugimoto Yoshimasa, Kuroda Takashi, Ikeda Naoki, Yao Yuanzhao

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

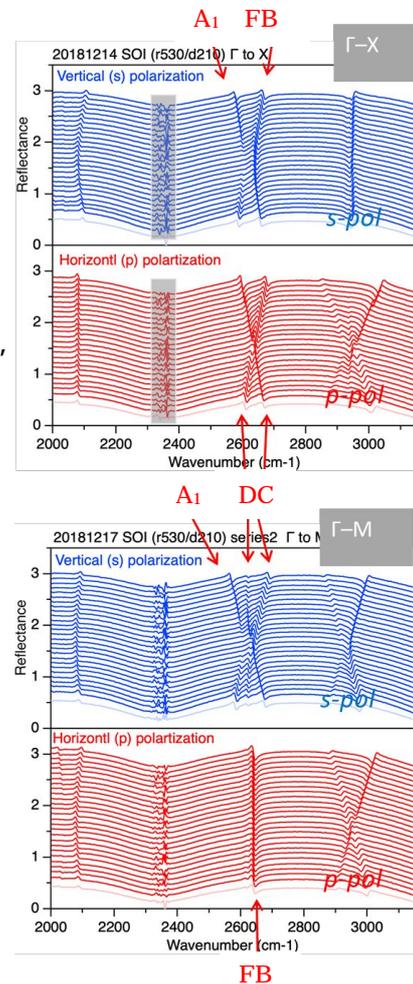


図7 SOI上2次元PCの角度分解反射スペクトル(偶然縮退の場合, $R=530\text{nm}$, $d=210\text{nm}$)、分散関係は図3(右)。DC: ディラックコーン, FB: フラットバンド。