

令和 2 年 5 月 22 日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2019

課題番号：16K16010

研究課題名（和文）頑健なネットワークの設計に向けた組合せ最適化理論の研究

研究課題名（英文）Study on Theory of Combinatorial Optimization with Applications to Robust Network Design

研究代表者

小林 佑輔 (Kobayashi, Yusuke)

京都大学・数理解析研究所・准教授

研究者番号：40581591

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、頑健なネットワークの設計において生じる組合せ最適化問題に対する理論研究を行なった。研究対象は特定のネットワークや特定の状況に特化するものではない汎用性の高い問題である。ネットワーク設計に関連する多数の組合せ最適化問題に対して、効率的アルゴリズムの設計・解析を行なった。特に、30年以上未解決だった重み付き線形マトロイドパリティ問題と呼ばれる組合せ最適化問題に対して初の多項式時間アルゴリズムを与えた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、様々な組合せ最適化問題に対して効率的アルゴリズムを与えた。扱った問題はいずれも一般性の高い問題であるため、現実のネットワーク設計への応用に役立つと考えられる。また、本研究で解決した重み付き線形マトロイドパリティ問題は、30年以上未解決だった問題であり、この問題に対して初の多項式時間アルゴリズムを与えたことは、理論研究において大きな意義のある成果である。

研究成果の概要（英文）：In this study, we developed a theory of combinatorial optimization problems arising in the context of robust network design. We dealt with generalized problems that are not dependent on a specific network or a specific situation. We designed efficient algorithms for many combinatorial optimization problems and analyzed their performance. In particular, we gave a first polynomial-time algorithm for the weighted linear matroid parity problem, which had been open for more than 30 years.

研究分野：組合せ最適化

キーワード：組合せ最適化 アルゴリズム グラフ

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

通信ネットワークや交通ネットワークは現代社会において必要不可欠なインフラストラクチャーであり、自然災害や攻撃、故障などに対して頑健なネットワークの構築が求められている。そのため、ネットワークの頑健性を数理的にモデル化し、ネットワークの頑健性を評価することや頑健なネットワークを設計することは、組合せ最適化分野における重要な研究課題の一つとして認識されている。しかしながら、ネットワークの頑健性をモデル化した最適化問題の中には、解の構造や多項式時間可解性の意味で理論的に解明されていない問題が、依然として数多く残されている。これらの問題を解決することは、ネットワーク設計への応用面でも、組合せ最適化問題の多項式時間を追究するという理論面でも重要である。

### 2. 研究の目的

本研究課題では、頑健なネットワークの設計をモデル化した最適化問題、およびネットワークの設計を含むような一般的な組合せ最適化問題の枠組みに対して、効率的アルゴリズムの設計および数理的性質の解析を行う。本研究は、特定のネットワークや特定の状況に特化して問題解決を目指すものではなく、できる限り汎用性の高い数学的に抽象化した問題設定を扱い、その理論研究を進めることを目標とする。対象とする問題は、通信ネットワークや交通ネットワークの設計、施設配置問題など、実問題のモデル化として得られる問題や、グラフアルゴリズムやマトロイド理論の研究を突き詰めることで生じる、多くの問題を特殊ケースとして含む数学的に抽象化された組合せ最適化問題である。これらの問題に対して、多項式時間アルゴリズムの設計、より良い近似保証を持つ近似アルゴリズムの設計、固定パラメータアルゴリズムの設計、数理的構造の解析、および困難性の解析を行う。

### 3. 研究の方法

本研究課題においては、まず、頑健なネットワークの設計に関係する最適化問題の中でどのような問題を対象にするのが適切に選択することが重要となる。本研究課題は、特定の状況に特化した問題の解決を目指すものではないため、実問題のモデル化として既に研究されているモデルを、拡張、一般化、抽象化することによって得られる問題を主な対象とする。その中でも、グラフ中に特定の対象物を詰め込む問題は、理論的にも歴史的に数多くの研究がなされている問題である。有向木やパスといった単純な構造を何らかの条件の下で詰め込めるかは、ネットワークの頑健性に密接に関わる指標であり、これらの詰め込みを効率良く求める問題は、理論・応用の両面で重要である。また、ネットワークの「良さ」の指標として、各頂点間の距離が重要な指標であるため、スパナーと呼ばれる 2 頂点間の距離がそれほど離れていないような部分グラフの中である種の条件を見出す問題も扱う。それ以外にも、組合せ最適化の理論研究において重要な問題である、マッチング問題や線形マトロイド交叉問題を特殊ケースとして含む線形マトロイドパリティ問題について、長らく多項式時間可解性が未解決である重み付きの問題も扱う。

それぞれの問題に対して、まず、多項式時間アルゴリズムの設計および困難性の解析を行う。多項式時間アルゴリズムを設計する際には各問題における解の構造を解析することが重要となる。多項式時間アルゴリズムの設計が困難であることが数学的に証明された場合には、良い近似保証を持つ近似アルゴリズムを設計する、適切なパラメータを設定したうえでそのパラメータが小さいときに効率的に動くアルゴリズムを設計する、もしくは、ある種の特殊ケースに対する効率的アルゴリズムを設計する、

### 4. 研究成果

#### (1) 有向木詰め込み問題の拡張に対する最大最小定理

論文“Covering Intersecting Bi-set Families under Matroid Constraints”では、有向木詰め込み問題の拡張に関する結果を与えている。有向全域木は、根から各頂点へ向かう方向に枝を向き付けた全域木であり、1点から各頂点への情報の伝搬経路や、各地点から避難所への経路などの数学的なモデル化にあたる。有向グラフで表されたネットワークにおいて情報の伝搬経路や避難所への経路を設計する際に、ネットワークがどのくらい頑健かを表す指標として、複数の有向全域木を辺を共有しないように詰め込む問題が自然に考えられる。この有向木詰め込み問題に対しては、1970年代に Edmonds によって、互いに辺を共有しない有向木の最大個数がある種の最小カット値と等しいことが示されており、最大数を効率的に計算するアルゴリズムも与えられている。この最大最小定理は組合せ最適化における古典的かつ重要な結果であり、近年では様々な拡張が研究されている。我々の成果はこれらの問題の更なる拡張に対するものである。

#### (2) 辺素パス問題の亜種に対する近似アルゴリズム

論文“An improved approximation algorithm for the edge-disjoint paths problem with congestion two”においては辺素パス問題の亜種に対する近似アルゴリズムを与えている。具体的には、グラフといくつかの指定された頂点对が与えられたときに、指定頂点对を結ぶパスで同じ辺を高々2回しか使わないものを詰め込む問題を扱っている。本研究ではこの問題に対して既存の近似比を改良する結果を与えている。この問題はネットワークにおける指定頂点間の連結度合いの頑健性を評価していることに相当する。また、「同じ辺を共有しない」という制約を「高々2回しか使わない」と緩めることで近似比が改良される点が理論的に興味深い点である。

### (3) 重み付き線形マトロイドパリティ問題に対するアルゴリズム

論文“A weighted linear matroid parity algorithm”では、重み付き線形マトロイドパリティ問題と呼ばれる組合せ最適化問題に対して初めての多項式時間アルゴリズムを与えている。線形マトロイドパリティ問題は、マッチング問題と線形マトロイド交叉問題の共通の一般化として提案された問題であり、1970年代に Lovasz によって多項式時間アルゴリズムが与えられた。マッチング問題やマトロイド交叉問題については、各要素に「重み」の付いた問題に対しても多項式時間アルゴリズムが知られていることから、重み付きの線形マトロイドパリティ問題に対しても同様に多項式時間アルゴリズムが存在するのではないかと長い間予想されていた。本成果は30年以上未解決だったこの問題を肯定的に解決するものである。本成果は多項式時間で解ける問題の限界を押し進めるものであり、ネットワーク上の最適化問題を含む様々な組合せ最適化問題に対する多項式時間アルゴリズムの設計に繋がり得るものである。この成果は、国際的に高く評価されており、理論計算機科学のトップ会議である STOC で Best Paper Award を受賞している。

### (4) ある種の施設配置問題に対するアルゴリズムと困難性

論文“Tight approximability of the server allocation problem for real-time applications”と“Complexity of the multi-service center problem”ではそれぞれある条件下で最適な施設配置を求める問題を扱っており、アルゴリズムの提案と問題の困難性の証明を行っている。これらの問題は、実問題のモデル化として生じた問題であるため、ある種の施設配置を決定する際の基礎となる成果であると考えられる。

### (5) 最小スパナー問題に対する固定パラメータアルゴリズム

論文“NP-hardness and fixed-parameter tractability of the minimum spanner problem”および“An FPT algorithm for minimum additive spanner problem”は、最小スパナー問題と呼ばれる、与えられたネットワークから距離を近似的に保ちつつ辺を減らす問題を扱っている。より正確には、指定された正整数  $t$  に対してどの2点間の距離も元の距離の高々  $t$  倍にしかならない、もしくは高々  $t$  しか増加しない、という制約の下でできる限り多くの辺を取り除く問題が最小スパナー問題である。この問題は様々なアルゴリズムの前処理として重要であるだけでなく、現在の規模のネットワークが維持できないときにどのようにネットワークを縮小するかをモデル化しているという意味でも重要である。本研究では、最小スパナー問題に対して、取り除く辺数をパラメータとして固定パラメータアルゴリズムを提案した。これは、取り除く辺数が少ないときには提案アルゴリズムが効率的に動くことを意味している。

### (6) 2点素最短パス問題に対するアルゴリズム

点素パス問題とは、グラフ上で指定された、いくつかの頂点对を互いに頂点を共有しないパスで繋ぐ問題であり、交通網やVLSIのモデル化を動機として理論・応用の両面から盛んに研究されている問題である。論文“Two disjoint shortest paths problem with non-negative edge length”では、各パスが頂点对を結ぶ最短パスであるという制約を加えた点素最短パス問題を扱った。特に、頂点对の数が2つの場合である、2点素最短パス問題に対して効率的アルゴリズムを提案している。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計12件（うち査読付論文 12件／うち国際共著 2件／うちオープンアクセス 7件）

1. 著者名 Kobayashi Yusuke, Sako Ryo	4. 巻 47
2. 論文標題 Two disjoint shortest paths problem with non-negative edge length	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Operations Research Letters	6. 最初と最後の頁 66 ~ 69
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.orl.2018.11.012	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Kobayashi Yusuke	4. 巻 746
2. 論文標題 NP-hardness and fixed-parameter tractability of the minimum spanner problem	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Theoretical Computer Science	6. 最初と最後の頁 88 ~ 97
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.tcs.2018.06.031	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Ito Takehiro, Kakimura Naonori, Kamiyama Naoyuki, Kobayashi Yusuke, Okamoto Yoshio	4. 巻 37
2. 論文標題 Reconfiguration of maximum-weight b-matchings in a graph	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Combinatorial Optimization	6. 最初と最後の頁 454 ~ 464
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10878-018-0289-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Takayama Koki, Kobayashi Yusuke	4. 巻 -
2. 論文標題 A Strongly Polynomial Time Algorithm for the Maximum Supply Rate Problem on Trees	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of the 12th International Frontiers of Algorithmics Workshop (FAW 2018)	6. 最初と最後の頁 54 ~ 67
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-78455-7_5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kawarabayashi Ken-ichi, Kobayashi Yusuke	4. 巻 47
2. 論文標題 All-or-Nothing Multicommodity Flow Problem with Bounded Fractionality in Planar Graphs	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Computing	6. 最初と最後の頁 1483 ~ 1504
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/130932326	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ito Takehiro, Kakimura Naonori, Kamiyama Naoyuki, Kobayashi Yusuke, Okamoto Yoshio	4. 巻 -
2. 論文標題 Reconfiguration of Maximum-Weight b-Matchings in a Graph	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Proceedings of the 23rd Annual International Computing and Combinatorics Conference (COCOON 2017)	6. 最初と最後の頁 287 ~ 296
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-62389-4_24	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ito Takehiro, Kakimura Naonori, Kamiyama Naoyuki, Kobayashi Yusuke, Okamoto Yoshio, Shiitada Taichi	4. 巻 -
2. 論文標題 Tight Approximability of the Server Allocation Problem for Real-Time Applications	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of the 3rd International Workshop on Algorithmic Aspects of Cloud Computing (AlgoCloud 2017)	6. 最初と最後の頁 41 ~ 55
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-74875-7_4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kristof Berczi and Yusuke Kobayashi	4. 巻 -
2. 論文標題 The Directed Disjoint Shortest Paths Problem	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Proceedings of the 25th European Symposium on Algorithms (ESA 2017)	6. 最初と最後の頁 13:1 ~ 13:13
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.ESA.2017.13	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Takehiro Ito, Naonori Kakimura, and Yusuke Kobayashi	4. 巻 -
2. 論文標題 Complexity of the multi-service center problem	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Proceedings of the 28th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2017)	6. 最初と最後の頁 48:1 ~ 48:12
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.ISAAC.2017.48	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Iwata Satoru, Kobayashi Yusuke	4. 巻 -
2. 論文標題 A weighted linear matroid parity algorithm	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Proceedings of the 49th ACM Symposium on Theory of Computing (STOC 2017)	6. 最初と最後の頁 264 ~ 276
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3055399.3055436	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kristof Berczi, Tamas Kiraly, and Yusuke Kobayashi	4. 巻 30
2. 論文標題 Covering intersecting bi-set families under matroid constraints	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Discrete Mathematics	6. 最初と最後の頁 1758-1774
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/15M1049099	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Ken-ichi Kawarabayashi and Yusuke Kobayashi	4. 巻 13
2. 論文標題 An improved approximation algorithm for the edge-disjoint paths problem with congestion two	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 ACM Transactions on Algorithms	6. 最初と最後の頁 Article 5
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/2960410	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 3件 / うち国際学会 3件）

1. 発表者名 小林佑輔
2. 発表標題 最小スパナー問題の困難性と固定パラメータ容易性
3. 学会等名 応用数理学会年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小林佑輔
2. 発表標題 A weighted linear matroid parity algorithm
3. 学会等名 電子情報通信学会コンピューテーション研究会（招待講演）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yusuke Kobayashi
2. 発表標題 A weighted linear matroid parity algorithm
3. 学会等名 HIM Follow-up WS to TP Combinatorial Optimization（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yusuke Kobayashi
2. 発表標題 Weighted linear matroid parity problem
3. 学会等名 The 10th Japanese-Hungarian Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yusuke Kobayashi
2. 発表標題 A weighted linear matroid parity algorithm
3. 学会等名 Franco-Japanese Days on Combinatorics and Optimization 2017 in Honour of Michel Deza (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 高山 功輝, 小林 佑輔
2. 発表標題 需給ネットワーク分割問題における供給率最大化アルゴリズム
3. 学会等名 日本応用数理学会2017年研究部会連合発表会
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考