

令和 5 年 6 月 25 日現在

機関番号：32660

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2022

課題番号：16K17560

研究課題名（和文）正標数還元を用いたK3曲面や関連する多様体の研究

研究課題名（英文）Studies on K3 surfaces and related varieties using reduction modulo p

研究代表者

松本 雄也 (Matsumoto, Yuya)

東京理科大学・理工学部数学科・助教

研究者番号：50773628

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,000,000円

研究成果の概要（和文）：まず、標数0のK3曲面の自己同型群と良い還元との関係を調べた。次に、標数 p のK3曲面への、 μ_p や Γ_p といった有限群スキームの作用について調べた。 μ_p の場合には、商がK3曲面になるか否かについて、標数0での有限群作用の場合と同様の判定法が成り立つことを示した。また、正標数特有の不変量である高さとの関係も与えた。
関連して、正標数の有理二重点という特異点について、有限群スキームによる商特異点として表せるか否かを考え、一部については肯定的あるいは否定的に解決した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

標数 p のK3曲面への μ_p や Γ_p といった有限群スキームの作用に豊富な理論が存在することを見出したことで、正標数のK3曲面や関連する代数多様体の研究に新たな展開をもたらすと考える。また、正標数の特異点について有限群だけでなく有限群スキームの商として考える視点を与え、それらの性質を調べたことで、正標数の特異点の理論に貢献するものと考えられる。

研究成果の概要（英文）：We first studied relations between good reduction of K3 surfaces and automorphism groups. Then we focused on actions of finite group schemes μ_p and Γ_p on K3 surfaces in characteristic p . In characteristic 0, a criterion for the quotient by a finite group being K3 or not was known. We showed an analogue of this criterion in the case of μ_p -action in characteristic p . We also proved a relation with the height of the K3 surfaces, which is an invariant in positive characteristic.

We also studied rational double point singularities in positive characteristic. We showed that some of them are quotients by finite group schemes and that some are not.

研究分野：代数幾何学

キーワード：K3曲面 正標数 有理二重点 自己同型 混標数 群スキーム Enriques曲面 Kummer曲面

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

標数 0 の代数多様体が代数体上または局所体上で定義されている場合に、その正標数還元を考えることができる。正標数還元が滑らかな多様体になる場合にもとの多様体は良い還元をもつという。正標数還元の性質からもとの多様体の性質を導けることがしばしばある。標数 0 の K3 曲面のうち虚数乗法をもつものは代数体上で定義されることが知られており、さらにいたるところ潜在的に良い還元をもつことが知られていたため、正標数還元を考えることでもとの K3 曲面の理解を深められると考えた。また、K3 曲面と関連する多様体についても調べようと考えた。

2. 研究の目的

正標数還元を考察することで、標数 0 の K3 曲面や関連する多様体の性質を調べる。また、標数 0 と正標数での性質の類似点や相違点を調べる。

3. 研究の方法

標数 0 の K3 曲面や関連する多様体の正標数還元を調べる。または、正標数の K3 曲面や関連する多様体を調べる。

4. 研究成果

まず、標数 0 の K3 曲面の良い還元と自己同型群との関係を調べた。

(1) 良い還元をもつ K3 曲面の自己同型射は必ずしもモデルの自己同型射に延長できないことを見出し、モデルの自己同型射に延長できるための十分条件を与えた。また、モデルの自己同型射に延長できない場合も含めて、正標数還元の自己同型射が誘導されるが、これともとの自己同型射の 1 進コホモロジーへの作用が一致するための十分条件を与えた。

(2) K3 曲面の自己同型群が(大域 2 次微分形式への作用に関する)一定の条件を満たすときに、その K3 曲面がいたるところ潜在的に良い還元を持つことを証明した。このことは、虚数乗法をもつ K3 曲面が潜在的に良い還元をもつという事実の類似と考えられる。また、この条件をみたく自己同型群をもつ K3 曲面のモジュライ空間のコンパクト性を示すものでもある。

次に、標数 0 の K3 曲面が位数 p の自己同型射をもつ場合に、標数 p 還元の方には位数 p の自己同型射が誘導されるか、または μ_p または \mathbb{Z}/p の作用が誘導されることを見出した。このことをきっかけに、標数 p の K3 曲面への μ_p や \mathbb{Z}/p の作用を調べることにした。なお、この μ_p や \mathbb{Z}/p は有限群ではないがその一般化である有限群スキームの例である。

(3) 標数 0 の K3 曲面の自己同型射または群作用は、大域 2 次微分形式への作用が自明であるとき symplectic であるという。有限群の作用による K3 曲面の商は、作用が symplectic であるとき、またそのときに限り K3 曲面に双有理同値であることが知られていた。正標数では、群の位数が標数で割れる場合に反例があることが知られていたが、標数 p において有限群ではなく μ_p や \mathbb{Z}/p の作用を考えると、同様の判定法が成立することを見出した。

(4) 標数 p の K3 曲面に μ_p または \mathbb{Z}/p が作用しているとき、商が K3 曲面に双有理同値であること、K3 曲面の高さとよばれる不変量が有限であることが同値であることを示した。これは標数 0 での類似をもたない正標数特有の現象である。

(5) (3)や(4)で用いた議論を応用して、正標数の有理二重点の間の位数 p で純非分離な射を分類した。

(6) (5)で用いた議論を応用して、有限群スキームによる商特異点の性質を調べ、またいくつかの正標数の有理二重点について商特異点が否かを決定した (Christian Liedtke 氏および Gebhard Martin 氏との共同研究)。

(7) アーベル曲面を位数 2 の有限群の適切な作用で割ることで Kummer 曲面という種の K3 曲面が得られる。標数 2 において、これを μ_2 や $\mathbb{Z}/2$ に置き換えることで新たなタイプの Kummer 曲面を考えようとしている (進行中)。

(8) このほか、標数 0 の Enriques 曲面の自己同型射のエントロピーに関する必要条件を与えた
(大橋久範氏および Sławomir Rams 氏との共同研究).

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Yuya Matsumoto	4. 巻 24
2. 論文標題 Purely inseparable coverings of rational double points in positive characteristic	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Singularities	6. 最初と最後の頁 79-95
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.5427/jsing.2022.24b	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Yuya Matsumoto, Hisanori Ohashi and Slawomir Rams	4. 巻 291
2. 論文標題 On automorphisms of Enriques surfaces and their entropy	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Mathematische Nachrichten	6. 最初と最後の頁 2084-2098
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1002/mana.201700329	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Matsumoto Yuya	4. 巻 32
2. 論文標題 $\mu_{\{p\}}$ - and $\nu_{\{p\}}$ -actions on K3 surfaces in characteristic p	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Algebraic Geometry	6. 最初と最後の頁 271 ~ 322
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1090/jag/804	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 MATSUMOTO YUYA	4. 巻 249
2. 論文標題 ON μ_n -ACTIONS ON K3 SURFACES IN POSITIVE CHARACTERISTIC	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Nagoya Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 11 ~ 49
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1017/nmj.2022.20	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 MATSUMOTO Yuya	4. 巻 74
2. 論文標題 Canonical coverings of Enriques surfaces in characteristic 2	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of the Mathematical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 849-872
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/86318631	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計38件 (うち招待講演 30件 / うち国際学会 11件)

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Inseparable analogue of Kummer K3 surfaces
3. 学会等名 p-adic cohomology and arithmetic geometry 2022 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 松本雄也
2. 発表標題 Inseparable analogue of Kummer K3 surfaces
3. 学会等名 K3, Enriques Surfaces, and Related Topics (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 松本雄也
2. 発表標題 Inseparable analogue of Kummer K3 surfaces
3. 学会等名 正標数体上の代数多様体、および連接層の導来圏に関するワークショップ (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Linearly Reductive Quotient Singularities
3. 学会等名 阪大代数幾何セミナー (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Torsors over the Rational Double Points
3. 学会等名 野田代数幾何学ワークショップ2021 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Torsors over the Rational Double Points in characteristic p
3. 学会等名 第2回 超ケーラー多様体のモジュライとその周辺 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Derivations on K3 surfaces in positive characteristic
3. 学会等名 代数学シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Linearly Reductive Quotient Singularities
3. 学会等名 東大京大代数幾何セミナー（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Linearly Reductive Quotient Singularities
3. 学会等名 代数学とその応用（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Canonical coverings of Enriques surfaces in characteristic 2
3. 学会等名 代数幾何学セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 W_n -valued Ext groups of non-taut rational double point singularities and the height of K3 surfaces
3. 学会等名 代数幾何学セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Derivations on K3 surfaces in positive characteristic
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Finite group scheme actions on K3 surfaces in positive characteristic
3. 学会等名 談話会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Supersingular Kummer surfaces in characteristic 2
3. 学会等名 代数幾何学セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Degeneration of K3 surfaces and automorphisms
3. 学会等名 Japanese-European Symposium on Symplectic Varieties and Moduli Spaces (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 μ_p - and ν_p -actions on K3 surfaces in characteristic p
3. 学会等名 代数幾何学セミナー（名古屋大学）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 μ_p - and ν_p -actions on K3 surfaces in characteristic p
3. 学会等名 p -adic cohomology and arithmetic geometry 2018（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Degeneration of K3 surfaces and automorphisms
3. 学会等名 大阪大学整数論&保型形式セミナー（招待講演）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Wild automorphisms on K3 surfaces in mixed characteristic
3. 学会等名 Hakodate workshop on arithmetic geometry 2017（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Wild automorphisms on K3 surfaces in mixed characteristic
3. 学会等名 代数幾何学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 標数 p の K3 曲面の μ_p 商
3. 学会等名 代数幾何学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 標数 p の K3 曲面の μ_p 商
3. 学会等名 第 5 回 K3 曲面・エンリケス曲面ワークショップ
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 μ_n -actions on K3 surfaces in positive characteristic
3. 学会等名 城崎代数幾何学シンポジウム2017（国際学会）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 μ_n -actions on K3 surfaces in positive characteristic
3. 学会等名 代数幾何学セミナー (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 μ_n -actions on K3 surfaces in positive characteristic
3. 学会等名 p進コホモロジーと数論幾何学2 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 μ_n -actions on K3 surfaces in positive characteristic
3. 学会等名 Arithmetic Geometry and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 μ_p - and μ_{-p} -actions on K3 surfaces in characteristic p
3. 学会等名 K3 surfaces and related topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 μ_p - and ν_p -actions on K3 surfaces in characteristic p
3. 学会等名 正標数の代数幾何とその関連する話題 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 標数 p の K3 曲面への μ_p, ν_p 作用
3. 学会等名 東京電機大学 数学講演会 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 μ_p - and ν_p -actions on K3 surfaces in characteristic p
3. 学会等名 Workshop on algebraic surfaces (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松本雄也
2. 発表標題 Degeneration of K3 surfaces and automorphisms
3. 学会等名 野田代数幾何学シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Degeneration of K3 surfaces and automorphisms
3. 学会等名 New Trends in Arithmetic and Geometry of Algebraic Surfaces (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 松本雄也
2. 発表標題 Degeneration of K3 surfaces and automorphisms
3. 学会等名 数論幾何研究報告会 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Degeneration of K3 surfaces and automorphisms
3. 学会等名 Workshop on Fano varieties and Calabi-Yau varieties (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yuya Matsumoto
2. 発表標題 Degeneration of K3 surfaces and automorphisms
3. 学会等名 Workshop on Shimura varieties, representation theory and related topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 松本雄也
2. 発表標題 K3曲面の自己同型の延長可能性
3. 学会等名 代数幾何学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 松本雄也
2. 発表標題 K3曲面の自己同型の延長可能性
3. 学会等名 玉原数論幾何研究会2016（招待講演）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 松本雄也
2. 発表標題 K3曲面の自己同型の延長可能性
3. 学会等名 代数幾何学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ドイツ	ミュンヘン工科大学	ボン大学		
ポーランド	Jagiellonian大学			