

令和 3 年 6 月 17 日現在

機関番号：32615

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2020

課題番号：16K17584

研究課題名(和文) グラスマン多様体のK理論シューベルト計算

研究課題名(英文) K-theoretic Schubert Calculus for Grassmannians

研究代表者

松村 朝雄 (Matsumura, Tomoo)

国際基督教大学・教養学部・准教授

研究者番号：80755223

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：Kempf-Laksov-DamonによるA型グラスマン多様体のシューベルト類の行列式公式の証明、および、KazarianのC型ラグランジアングラスマン多様体のシューベルト類のPfaffian公式の証明、この二つをK理論に拡張できたことが本研究の最も重要な成果と言える。これによって、Grothendieck多項式の代数的・組み合わせ論的な理解もより進んだと言える。C型のシューベルト係数を決定する課題は次の研究課題に引き継がれるが、その端緒が得られたと言える。

研究成果の学術的意義や社会的意義

C型のシューベルトカルキュラスに関しては、シューベルト係数を求めるという問題は未解決の部分が多い。そんな中、シューベルト類の良い表示を代数的にも組み合わせ論的にも得られたことは、大きな進展であったと考える。

研究成果の概要(英文)：The main result obtained from this research was the K-theoretic extensions of the proof of the determinant formula of type A Grassmannian Schubert classes by Kempf-Laksov and Damon and the Pfaffian formula of type C Lagrangian Grassmannian Schubert classes by Kazarian. As a consequence, we understand algebraic and combinatorial aspects of the Grothendieck polynomials. Based on this result, we will work on determining the Schubert coefficients for type C Grassmannians in future work.

研究分野：代数・組み合わせ論・幾何学

キーワード：シューベルト多項式 シュアー多項式 グロタンディック多項式 旗多様体 グラスマン多様体

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

グラスマン多様体の同変 K-理論のシューベルト係数の組み合わせ論的表示は当時得られていなかった。また、グラスマン多様体の同変 K-理論におけるシューベルト類を Segre 類または Chern 類などの特性類を使った行列式公式は得られていなかった。さらに、C 型のグラスマン多様体の同変 K-理論のシューベルト類の Segre 類または Chern 類などの特性類を使った Pfaffian 公式も得られていなかった。

### 2. 研究の目的

シューベルト類の代数的・組み合わせ論的な良い表示を見つけ、それを使って、シューベルト係数の組み合わせ論的公式を見つける。代数的・組み合わせ論的な良い表示を使って、シューベルト多様体の幾何学的な性質を調べる。

### 3. 研究の方法

シューベルト多様体の Kempf-Laksov, Damon による特異点解消の基本類を射影束に Euler 類を使って実現し、射影束上の押し出しの技術を使って、シューベルト類の代数的表示(行列式公式)を求める。C 型のグラスマンに関しては、同様の方法で、シューベルト類の代数的表示(Pfaffian 公式)を求める。これは Kazarian の手法を拡張することになる。

### 4. 研究成果

グラスマン多様体の同変 K-理論におけるシューベルト類を Segre 類または Chern 類などの特性類を使った行列式公式は得ることができた。さらに、C 型のグラスマン多様体の同変 K-理論のシューベルト類の Segre 類または Chern 類などの特性類を使った Pfaffian 公式を得ることができた。これらの結果は、普遍コホモロジーである Levine-Morel の代数的コボルディズムにまで拡張することができた。

その結果の応用、さらに、副次的な結果として、二重 Schubert 多項式や二重 Grothendieck 多

項式の新しい代数的および組み合わせ論的表示を得ることができた。特に、Vexillary 置換に対応した Grothendieck 多項式の組み合わせ論的および代数的表示であたらしいものを得ることに繋がった。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 3件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Hudson Thomas, Ikeda Takeshi, Matsumura Tomoo, Naruse Hiroshi	4. 巻 546
2. 論文標題 Double Grothendieck polynomials for symplectic and odd orthogonal Grassmannians	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Algebra	6. 最初と最後の頁 294 ~ 314
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2019.11.002	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Tomoo Matsumura	4. 巻 49
2. 論文標題 Flagged Grothendieck Polynomials	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Algebraic combinatorics	6. 最初と最後の頁 209-228
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10801-018-0841-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Hudson Thomas, Ikeda Takeshi, Matsumura Tomoo, Naruse Hiroshi	4. 巻 320
2. 論文標題 Degeneracy loci classes in $K$ -theory ? determinantal and Pfaffian formula	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Advances in Mathematics	6. 最初と最後の頁 115 ~ 156
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2017.08.038	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Hudson Thomas, Matsumura Tomoo	4. 巻 70
2. 論文標題 Vexillary degeneracy loci classes in $K$ -theory and algebraic cobordism	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 European Journal of Combinatorics	6. 最初と最後の頁 190 ~ 201
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.ejc.2018.01.001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Thomas Hudson, Tomoo Matsumura	4. 巻 1
2. 論文標題 Kempf-Laksov Schubert classes for even infinitesimal cohomology theories,	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Schubert Varieties, Equivariant cohomology and Characteristic classes, IMPANGA15	6. 最初と最後の頁 127, 151
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Tomoo Matsumura	4. 巻 93
2. 論文標題 An algebraic proof of determinant formulas of Grothendieck polynomials	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci.	6. 最初と最後の頁 82, 85
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計7件 (うち招待講演 6件 / うち国際学会 4件)

1. 発表者名 Tomoo Matsumura
2. 発表標題 Stability of Schubert varieties and Bott-Samelson resolutions
3. 学会等名 Toric Topology 2021 in Osaka (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Tomoo Matsumura
2. 発表標題 A tableau formula of vexillary Schubert polynomials in type C
3. 学会等名 The 46th Symposium on Transformation Groups (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Tomoo Matsumura
2. 発表標題 Degeneracy loci and Hessenberg varieties
3. 学会等名 Hessenberg varieties 2018 in Osaka (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tomoo Matsumura
2. 発表標題 A tableau formula of the double Grothendieck polynomials associated to 321 avoiding permutations
3. 学会等名 2018年度秋季総合分科会(於:岡山大学)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tomoo Matsumura
2. 発表標題 旗多様体の $K$ 理論における 321-avoiding 置換のシューベルト類の公式について
3. 学会等名 RIMS 研究集会「変換群論における幾何・代数・組み合わせ論」(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tomoo Matsumura
2. 発表標題 旗多様体の $K$ 理論における 321-avoiding 置換のシューベルト類の公式について
3. 学会等名 Algebraic Lie Theory and Representation Theory 2018 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tomoo Matsumura
2. 発表標題 Determinant formulas in Schubert calculus
3. 学会等名 International Festival in Schubert Calculus (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	池田 岳  (Ikeda Takeshi)		

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------