

令和 2 年 7 月 2 日現在

機関番号：14403

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2019

課題番号：16K17614

研究課題名(和文)射影を持たない単純 C^* -環の研究研究課題名(英文)Simple stably projectionless C^* -algebras

研究代表者

縄田 紀夫(Nawata, Norio)

大阪教育大学・教育学部・講師

研究者番号：90614040

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、単純 stably projectionless C^* -環という非可換かつ無限次元な数学的対象についての研究を行った。特に、 W と呼ばれる特別な単純 stably projectionless C^* -環の対称性の研究を行って、整数群作用と有限群作用に対して、共役と外部共役という同値関係によるいくつかの分類結果を得た。また、 W の中心列 C^* -環が興味深い性質を持つことを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

C^* -環は作用素環論の研究対象であり、非可換かつ無限次元な数学的対象である。非可換性や無限次元といった性質を数学的に解明することが作用素環論の主題である。作用素環論では中心的な課題の一つとして、作用素環への群作用の分類が研究されている。本研究で得られた成果は、単純 stably projectionless という単位元も射影も持たないクラスに属する C^* -環への群作用の分類で最初に得られた肯定的な結果である。

研究成果の概要(英文)：In this research, I studied simple stably projectionless C^* -algebras, which are noncommutative and infinite-dimensional mathematical objects. In particular, I studied symmetries of W and classified some integer actions and finite group actions on W up to conjugacy and outer conjugacy. Also, I showed that central sequence C^* -algebra of W has some interesting properties.

研究分野：作用素環論

キーワード：作用素環 C^* -環 stably projectionless 中心列 C^* -環 Rohlin性

1. 研究開始当初の背景

(1) C^* -環は作用素環論の研究対象であり、非可換かつ無限次元な対象である。作用素環論では、「違う作り方をした二つの環がいつ同型になるか」という分類問題が中心的な問題の一つとなる。また、その問題と関連して、作用素環の不変量や対称性(群作用)を解明することが具体的な課題として研究されている。

(2) C^* -環論では、Elliott により提唱された「 K 理論的不変量による核型単純 C^* -環の分類」の研究が 1990 年代初頭から活発に研究されている。2000 年代までに広いクラスの核型単純 C^* -環が K 理論的不変量で分類されることがわかったが、分類できない核型単純 C^* -環が存在することもわかった。そのことから、 K 理論的不変量によって分類できる核型単純 C^* -環の特徴付けの研究が活発に行われるようになった。本研究の開始当初の段階で、(本質的に)単位元を持った核型単純 C^* -環に対してこの研究はほぼ完成していた。単位元を持たない核型単純 stably projectionless C^* -環に対してこの研究は完成していなかった。また、単純 stably projectionless C^* -環の性質についてはほとんど解明されていなかった。

2. 研究の目的

本研究の目的は単純 stably projectionless C^* -環の構造や性質を解明することである。特に、 W と呼ばれる特別な単純 stably projectionless C^* -環(私は Razak-Jacelon 環と呼んでいる)の構造を解明することを中心的課題とした。 W は純無限 C^* -環の研究で中心的な役割を果たした Cuntz 環の類似物と考えられており、 W の性質の解明が一般の核型単純 stably projectionless C^* -環の研究に対しての第一歩となると考えられる。

3. 研究の方法

(1) Rohlin 性を持った W への有限群作用や Z 作用について研究した。 Z 作用については Bratteli-Elliott-Evans-Kishimoto intertwining argument を用いて分類することを中心的課題として研究した。また、Rohlin 作用の特徴付けについて研究し、幅広いクラスの作用の分類について試みた。これらの研究では Kirchberg によって導入された中心列 C^* -環を解析することが重要である。

(2) 核型単純 stably projectionless C^* -環の K_0 群とトレイスのペアリングという不変量についても研究した。特に、非自明なペアリングを持つ単純 stably projectionless C^* -環の具体的な構成について考察した。

4. 研究成果

(1) W や W の安定 C^* -環への Rohlin 性を持った Z 作用を外部共役で完全分類することができた。また、 W の安定 C^* -環へのトレイススケールリング Z 作用は Rohlin 性を持つことを示すこともできた。このことから、トレイススケールリング Z 作用はスケールリング因子が外部共役に関する完全不変量であることが示された。この結果は、Connes による超有限 II_∞ 型因子環のトレイススケールリング Z 作用の分類と同様の結果が W の安定 C^* -環でも成り立つということであり興味深い。また、 W への Z 作用の Rohlin 性は強外部性と同値であるという結果を得た。これらの研究は W の中心列 C^* -環のユニタリ元の性質を解明することで得ることができた。特に、 W の中心列 C^* -環の K_1 群が自明になることを示した。

(2) W の中心列 C^* -環の射影の解析をすることによって、 W の中心列 C^* -環は無限 C^* -環になることを示した。この結果により、Kirchberg によって提起された問題への一つの解答を与えた。特に、単純 stably projectionless C^* -環は単位元を持った C^* -環と本質的に違う性質を持つことがわかった。また、 W の中心列 C^* -環の K_0 群が \mathbb{R} になることもわかった。これらの研究は (1) の研究のユニタリ元の解析を射影に一般化することで得られた。

(3) W への有限群作用に関して、Kirchberg-Phillips 型の結果を得た。具体的に述べると、特別なテンソル積型有限群作用が Rohlin 性を持つことを証明した。この結果、私の前研究での研究結果、Elliott-Gong-Lin-Niu の結果および Castillejos-Evington の結果を組み合わせることで、幅広いクラスのテンソル積型有限群作用が共役の意味で一意的であることを示した。この結果は、Izumi による Cuntz 環への有限群作用の結果の W での類似と考えることができる。これ

らの研究は(2)で得られた成果の類似を中心列 C^* -環の有限群作用による固定部分環で考えることで得られた。一般に、 W の中心列 C^* -環の特別な性質をみたく正規元をユニタリ同値で分類することもできた。

(4) 非自明なペアリングを持つ単純 stably projectionless C^* -環が単位元を持った C^* -環の連続接合積で構成されることがわかった。この構成法は Kishimoto-Kumjian による構成法の自然な一般化である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Nawata Norio	4. 巻 -
2. 論文標題 Rohlin Actions of Finite Groups on the Razak-Jacelon Algebra	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 International Mathematics Research Notices	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) doi.org/10.1093/imrn/rnaa039	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nawata Norio	4. 巻 118
2. 論文標題 Trace scaling automorphisms of the stabilized Razak-Jacelon algebra	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of the London Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 545 ~ 576
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) doi.org/10.1112/plms.12195	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計9件（うち招待講演 2件 / うち国際学会 2件）

1. 発表者名 縄田紀夫
2. 発表標題 Rohlin actions of finite groups on W
3. 学会等名 RIMS共同研究 作用素環論の最近の進展 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 縄田紀夫
2. 発表標題 W へのRohlin作用について
3. 学会等名 日本数学会 2019年度秋季総合分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 縄田紀夫
2. 発表標題 中心列C*-環の無限性について
3. 学会等名 日本数学会2018年度秋季総合分科会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 縄田紀夫
2. 発表標題 WへのRohlin作用について
3. 学会等名 作用素環論研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 縄田紀夫
2. 発表標題 Trace scaling automorphisms of $W \otimes K$
3. 学会等名 日本数学会2017年度秋季総合分科会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Norio Nawata
2. 発表標題 Trace scaling automorphisms of $W \otimes K$
3. 学会等名 Applications of the UCT for C*-algebras (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Norio Nawata
2. 発表標題 Examples of simple stably projectionless C*-algebras with non-zero pairings
3. 学会等名 YMC*A (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 縄田紀夫
2. 発表標題 Examples of simple stably projectionless C*-algebras with non-zero pairings
3. 学会等名 日本数学会2016年度秋季総合分科会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Norio Nawata
2. 発表標題 Trace scaling automorphisms of certain stably projectionless C*-algebras
3. 学会等名 RIMS共同研究「量子情報理論に関連した作用素環論における諸問題の研究」(招待講演)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----