

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 3 年 6 月 24 日現在

機関番号：17301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2020

課題番号：16K17636

研究課題名（和文）準線形放物型方程式の解の正則性を応用した中性化現象の数学解析

研究課題名（英文）Mathematical analysis for concrete carbonation applying the regularity of a solution of quasi-linear parabolic equations

研究代表者

熊崎 耕太 (KUMAZAKI, Kota)

長崎大学・教育学部・准教授

研究者番号：30634563

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,900,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、中性化現象を引き起こす原因である水分に対して、材料全体に分布している相対湿度に関する準線形放物型方程式と微視的細孔における水分の飽和度に関する自由境界問題を合わせた新しい水分の輸送モデルを導出した。このモデルに対して、時間局所解および時間大域解を構成した。また、もう一つの原因である二酸化炭素に対して、大気中と水中との相互変化を考慮した輸送モデルを提案し、想定される境界条件のもと、時間大域解の存在を示した。これらの結果をもと、水分と二酸化炭素の輸送モデルによる中性化現象を表す数理モデルに対して、外力項など滑らかな近似を施した上で、時間局所解の存在を示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

中性化現象は、建造物の持続性を損なう原因として、近年、関連する物質の輸送モデルが提案され、数値的な解析が進められているが、その妥当性は検証されていない。本研究では、中性化現象の中心である水分と二酸化炭素に対して、個々の輸送モデル、およびそれらを連成させた数理モデルの適切性を考察した。これらの結果は、数値的な解析を保証する上で重要な結果であると考えられる。また、本研究においては、巨視的領域と微視的領域を扱う二重尺度法を導入した数理モデルの適切性を構築した。こうした二重尺度法を用いた解析が足掛かりとなり、多孔質媒体のように、巨視的变化と微視的变化を伴う非線形現象の解析が進展していくと期待される。

研究成果の概要（英文）：In this study, we derived a new transport model for moisture which combined a quasi-linear parabolic equation for the relative humidity distributed the whole material and a free boundary problem for the water saturation in microscopic pores. For this model, we succeeded in showing and the existence of a locally-in-time solution and a global-in-time solution, and the continuous dependence between the relative humidity and saturation. Also, we proposed a transport model for carbon dioxide that takes into account the mutual changes between the atmosphere and water and showed the existence of a globally-in-time solution under a realistic boundary condition. Based on these results, we consider a mathematical model describing carbonation process consists of the above two transport models and succeeded in showing the existence of a locally-in-time solution by making a smooth approximation of the external force of the quasi-linear parabolic equation.

研究分野：数学解析

 キーワード：中性化現象 水分の輸送モデル 準線形放物型方程式 自由境界問題 解の存在と一意性 数学解析  
非線形現象 数理モデル

## 様式 C-19、F-19-1、Z-19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

建造物に用いられているコンクリートは、外気と触れているところから二酸化炭素が内部に侵入し、細孔内部の水分に溶解することで化学反応を起こし中性化する。この現象により、ひび割れや剥離といった建造物の持続性を損なう変化が起きることが知られており、古くから工学的に研究されている。近年になり、中性化現象を引き起こす原因となる水分や二酸化炭素に関する個々の輸送モデルが提案され、それらを連立した問題に対して数値的な解析が行われているが、その妥当性を検証したものはない。また、それぞれの方程式は、物理的な要素を多く含む複雑なものとなっており、解が存在するのかどうかも定かではない。そこで、まず水分や二酸化炭素といった物質の輸送モデルの適切性を考察することにした。これらの結果をもとに、水分と二酸化炭素の輸送モデルを連成させることで中性化現象を記述する数理モデルとして考え、このモデルの適切性を考察することにした。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、水分と二酸化炭素の輸送モデルを連成させた問題の適切性を考察することである。連成問題の適切性を考察する上で、まずそれぞれの輸送モデルの解の大きさや正則性、連続依存性など解の性質を見ておく必要がある。特に、水分の輸送モデルは、相対湿度を未知関数とする準線形放物型方程式であるが、相対湿度と飽和度がヒステリシスの関係となることを取り入れている。従来、ヒステリシスの関係は、入力に対する出力の微分包含によって数学的に扱われてきたが、この表現のもとでは入力と出力の連続依存性が弱く、連成問題の適切性を証明することは困難であった。そのため、ヒステリシスの数学的表現の見直しを行った上で、個々の輸送モデルの可解性を保証することも目的である。

### 3. 研究の方法

まず、飽和度と相対湿度とのヒステリシスに対する数学的な取り扱いの見直しを行った。方法として、多孔質媒体内の流れに関してヒステリシス効果を考慮している問題やコンクリートの物性を理論的に考察している工学的論文を調べ、近年研究されていた細孔内部の飽和度に関する自由境界問題を取り入れることとした。その上で、相対湿度を巨視的数量、飽和度を微視的数量と捉え、スケールの異なる数量を同時に扱うことのできる二重尺度法を用いた新しい水分の輸送モデルを提案した。このモデルに対して、相対湿度に関する準線形放物型方程式の解の正則性を応用し、解の存在と一意性、相対湿度と飽和度との連続依存性および飽和度の巨視的領域および微視的領域における性質を考察した。

また、二酸化炭素の輸送モデルに対しては、従来、大気中と水中の二酸化炭素を合わせた単独の方程式として考えられてきたが、大気中と水中の2つの輸送モデルに分け、相互的な変化を考察すると同時に、それぞれの正則性を導出できるようにした。それらの連立系に対し、外気と触れているという境界条件(ディリクレ境界条件)のもとで解析を行った。

これらの水分と二酸化炭素の輸送モデルの個別の解析を用いて、それらを連立させた問題の解析を行った。本研究においては、国内外における多くの研究集会で研究発表を行い、二重尺度法や自由境界問題などの最新の研究を把握するとともに、多くの研究者と議論しながら進めた。

### 4. 研究成果

#### (1) 相対湿度と飽和度に関する自由境界問題

相対湿度を細孔の端で与えられたものとして、細孔内における飽和度を自由境界とする自由境界問題の研究が進められていた。数値計算により、相対湿度と飽和度がヒステリシスのような振る舞いをする事が示されたことから、これまでのヒステリシスに代わる表現として、相対湿度と飽和度に関する自由境界問題を取り入れることを考えた。特に、多孔質媒体全体に存在する無数の細孔で考えるため、多孔質媒体(巨視的領域)の1点に微視的細孔(微視的領域)が付随しているものとし、巨視的領域に分布している相対湿度によって、各微視的領域における自由境界問題を同時に扱えるようにした。この問題に対して、相対湿度を巨視的領域上与えられたものとして、時間大域的な解の存在と一意性を示した。また、相対湿度が連続関数である場合は、微視的領域における飽和度が巨視的領域において連続であること、相対湿度が可測関数である場合は、微視的領域における飽和度が巨視的領域において可測であることを示した。さらに、相対湿度と飽和度の2乗可積分のクラスにおける連続依存性も証明した。

#### (2) 二重尺度法による水分の輸送モデル

巨視的領域での相対湿度に関する準線形放物型方程式と微視的領域での飽和度に関する自由境界問題を連成させた問題を新しい水分の輸送モデルとして提案し、(1)における可測性と連続依存性の結果を用いて、時間局所解の存在と一意性を証明した。また、時間大域的な解の存在を示

す上で、巨視的領域上の関数である相対湿度の小ささと各微視的領域における自由境界が固定境界に触れないことを示す必要があった。そこで、まず各輸送モデルに関する工学的研究を徹底的に調べ、反応速度論を用いて、相対湿度の方程式における外力項を見直すことで、小さな初期値のもと、解が時間に関して大域的に小さいことを示した。次に、準線形放物型方程式の解の正則性を応用し、各自由境界問題の解の良いエネルギー評価を導出することで、各微視的領域における自由境界が一律な下限を持ち、固定境界に触れないことを示すことができた。この結果を用いて、時間大域的な解の存在と一意性を証明することに成功した。本研究において、微視的領域における自由境界問題の解の性質を考察する上で、巨視的領域における準線形放物型方程式の解の各点における正則性が必要であることがわかった。このことは、今後、巨視的領域における偏微分方程式と微視的領域における自由境界問題の連立系を考察する上で重要な観点を得たと考えている。

### (3) ヘンリーの法則を考慮した二酸化炭素の輸送モデル

大気中と水中とのやりとりをヘンリーの法則を用いて表現し、それらを取り入れたそれぞれの拡散方程式の連成問題を二酸化炭素の輸送モデルとして、この問題の解析を行った。特に、材料全体が大気に触れていることをディリクレ境界条件によって表現し、時間大域的な解の存在と一意性、解の非負値性や時間によらない上側の有界性など解の性質を導出した。また、水分と二酸化炭素の輸送モデルを連立させた場合、水中の二酸化炭素の時間微分に関する空間方向の正則性が必要であったため、**dual equation** 法を用いてそれらを導出した。

### (4) 中性化現象を表す数理モデル

(1)~(3)の結果を用いて、水分と二酸化炭素の輸送モデルを連成させた問題(P)の考察を行った。(P)の可解性を考察する上で、各微視的領域における自由境界の巨視的変数に関する微分など、微視的領域における関数の巨視的領域におけるより良い性質が必要となった。そのため、各微視的領域における自由境界問題を再度考察し、初期値や境界値に対して、巨視的変数に関して微分可能であると仮定した上で、自由境界問題の解が巨視的変数に関して微分可能であることを示し、その最大値評価も導出した。これらの結果を用い、相対湿度の方程式の外力項に滑らかな近似を施した上で、時間局所解の存在を示した。近似であるため、本来の問題ではないものの、今後、近似を考慮しない場合を含め、巨視的領域における偏微分方程式と微視的領域における自由境界問題の連立系に対する時間大域解および解の時間大域的挙動に関する研究を継続していく予定である。

### (5) 水分の浸潤を表す自由境界問題

多孔質媒体の微視的細孔内における水分に対する新たな知見として、水分の湿潤を表す自由境界問題を提案した。(1), (2), (4)で扱った自由境界問題では、固定境界において、微視的數量が巨視的數量と等しいとするディリクレ境界条件を採用しているが、水分の湿潤に関する自由境界問題においては、固定境界において巨視的數量が流入するというノイマン型の境界条件を採用していることが大きな違いである。この問題に対して、時間局所解および時間大域解を構成し、時間大域的な挙動を考察した。特に、時間無限大における挙動として、固定境界から流入する巨視的數量に応じて、自由境界は発散するか、もしくはあまり成長しないかのどちらかであるという二者択一定理を示した。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Toyohiko Aiki, Kota Kumazaki	4. 巻 29
2. 論文標題 Remark on differentiability of solutions of free boundary problems describing water adsorption	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advances in Mathematical Sciences and Applications	6. 最初と最後の頁 283-293
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Toyohiko Aiki, Kota Kumazaki	4. 巻 29
2. 論文標題 Differentiability of a solution of a free boundary problem describing water adsorption	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advances in Mathematical Sciences and Applications	6. 最初と最後の頁 247-282
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kumazaki Kota and Muntean Adrian	4. 巻 22
2. 論文標題 Global weak solvability, continuous dependence on data, and large time growth of swelling moving interfaces	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Interfaces and Free Boundaries	6. 最初と最後の頁 27 ~ 49
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.4171/IFB/431	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kota Kumazaki	4. 巻 28
2. 論文標題 Global existence of a solution for a multiscale model describing moisture transport in concrete materials	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 The bulletin of Irkutsk state university. Series Mathematics	6. 最初と最後の頁 69-84
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Kumazaki Kota and Muntean Adrian	4. 巻 14
2. 論文標題 Local weak solvability of a moving boundary problem describing swelling along a halfline	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Networks & Heterogeneous Media	6. 最初と最後の頁 445 ~ 469
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/nhm.2019018	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kota Kumazaki	4. 巻 25
2. 論文標題 Continuous dependence of a solution of a free boundary problem describing adsorption phenomenon for a given data	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Advances in Mathematical Sciences and Applications	6. 最初と最後の頁 289-305
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kota Kumazaki	4. 巻 26
2. 論文標題 Measurability of a solution of a free boundary problem describing adsorption phenomenon	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Advances in Mathematical Sciences and Applications	6. 最初と最後の頁 19-27
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kumazaki Kota, Aiki Toyohiko, Sato Naoki, Murase Yusuke	4. 巻 97
2. 論文標題 Multiscale model for moisture transport with adsorption phenomenon in concrete materials	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Applicable Analysis	6. 最初と最後の頁 41 ~ 54
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/00036811.2017.1325473	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計24件（うち招待講演 6件 / うち国際学会 3件）

1. 発表者名 熊崎耕太、愛木豊彦
2. 発表標題 多孔質媒体の水分吸着を表す自由境界問題の解の正則性
3. 学会等名 第46回発展方程式研究会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 水分膨張を表すある1次元自由境界問題の時間大域的な解の挙動について
3. 学会等名 日本数学会2020年秋季総合分科会(実関数論分科会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 氷膜形成に関連するある1次元自由境界問題について
3. 学会等名 日本数学会2020年年会(実関数論分科会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 氷膜形成に関連するある1次元自由境界問題の時間大域的可解性
3. 学会等名 第45回発展方程式研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kota Kumazaki
2. 発表標題 Global existence of a solution of a two-scale model for moisture transport in porous materials
3. 学会等名 Equadiff 2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 多孔質媒体内の水分の流れを表すマルチスケールモデルの時間大域的可解性
3. 学会等名 日本数学会2019秋季総合分科会(実関数論分科会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 多孔質媒体内の水分の流れを表すマルチスケールモデルについて
3. 学会等名 日本数学会2019年度年会(実関数論分科会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 A two-scale problem describing moisture transport in porous materials
3. 学会等名 Workshop on Mathematical Methods and Applications with Nonlinear Evolution Equations
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kota Kumazaki and Adrian Muntean
2. 発表標題 On a free boundary problem describing swelling process in porous materials
3. 学会等名 The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 熊崎耕太, A. Muntean
2. 発表標題 水分膨張を記述するある自由境界問題の時間大域解の存在について
3. 学会等名 日本数学会2018年秋季総合分科会(実関数論分科会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 A moving boundary problem describing swelling of a pocket of water along a halfline
3. 学会等名 研究集会「非線形発展方程式を基盤とする現象解析に向けた数学理論の展開」(RIMS公開型) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 二重尺度法を用いた多孔質媒体内の水分の流れを表す数理モデルとその解析
3. 学会等名 九州関数方程式セミナー (招待講演)
4. 発表年 2018年



1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 多孔質媒体内の水分の流れを表すあるマルチスケールモデルの時間大域的可解性について
3. 学会等名 第44回発展方程式研究会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 多孔質媒体内で起こる水分膨張過程を表すある自由境界問題の可解性について
3. 学会等名 日本数学会2018年度年会(実関数論分科会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kota Kumazaki, Toyohiko Aiki, Naoki Sato, Yusuke Murase
2. 発表標題 On a multiscale model for moisture transport appearing concrete carbonation process
3. 学会等名 Equadiff 2017 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 多孔質媒体内での水分膨張過程を記述するある自由境界問題について
3. 学会等名 日本数学会2017年秋季総合分科会(実関数論分科会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 熊崎耕太、Adrian Muntean
2. 発表標題 多孔質媒体内の水分膨張過程を表す自由境界問題の可解性について
3. 学会等名 第43回発展方程式研究会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 多孔質媒体内で起こる水分の吸着現象を表す自由境界問題について
3. 学会等名 日本数学会2017年会(実関数論分科会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 コンクリートの中酸化現象を表すマルチスケールモデルについて
3. 学会等名 FMSPチュートリアルシンポジウム「表面・界面ダイナミクスの数理11」(招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 K. Kumazaki, T. Aiki, N. Sato and Y. Murase
2. 発表標題 On a multiscale model for moisture transport appearing concrete carbonation process
3. 学会等名 11th AIMS conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 熊崎耕太
2. 発表標題 吸着現象を考慮した多孔質媒体内の水分輸送モデルについて
3. 学会等名 日本数学会2016年秋季総合分科会(実関数論分科会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 熊崎耕太、愛木豊彦、佐藤直紀、村瀬勇介
2. 発表標題 多孔質媒体内の吸着現象を伴った水分の流れを表すマルチスケールモデルについて
3. 学会等名 第42回発展方程式研究会
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------