

令和元年6月24日現在

機関番号：12701

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K17637

研究課題名(和文)量子ウォークから誘導される空間構造の解析

研究課題名(英文)Study on satial structures induced by quantum walks

研究代表者

瀬川 悦生 (SEGAWA, Etsuo)

横浜国立大学・大学院教育強化推進センター・准教授

研究者番号：30634547

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：量子ウォークとよばれる、ランダムウォークの量子的な類推によって定義されるモデルについて考察した。量子ウォークには周期性や局在化、線形的拡がりといった、興味深い性質を有する。そこで、このような性質を一つ固定した時に、それを実現するようなグラフの空間構造はどのようなものなのかを考察する所謂逆問題的な発想で取り組んだ。すると、例えば、無限グラフにサイクルがあるときには、そのサイクルにサポートを持つ固有関数が作れ、局在化が証明できた。さらにこのようなホモロジカルな構造に反応する性質をより抽出するために単体的複体上の量子ウォークの構成し、幾つかの空間構造を反映する挙動を得ることができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

量子ウォーク(QW)はファインマンの提唱する量子シミュレータの一つとして考えることができ、実際に幾つかの量子ダイナミクスを離散的与えることができる。従って、量子現象を近似的に再現するQWの挙動を明示的に示すことは重要である。本研究ではグラフを眺めただけでQWの挙動が預言できることをコンセプトに、局在化や周期性など特有の性質を与えるための空間構造を数学的に特定することができた。量子情報の分野から出てきた量子ウォークは、数学的な考察でより明示的に解りやすく説明ができるようになったところも現れ、数学の諸分野との連携が強化された。さらにQWから動機される新しい数学的な問題を提起することも期待される。

研究成果の概要(英文)：We considered quantum walks which are quantum analogue of random walks. Quantum walks exhibit some interesting behaviors; for examples, periodicity, localization, linear spreading and so on. In this study, we fixed such a typical behavior and tried to determine a class of graph in which the quantum walk exhibits this behavior. This is a kind of inverse problem. Then we showed that if the infinite graph has a cycle, then there is an initial state to give the localization. This means that the time evolution operator of quantum walk has an eigenfunctions whose support is the cycle. Moreover to extract such a sensitivity to the cycle of the quantum walk, we constructed quantum walks on simplicial complex. We obtained some behaviors of quantum walks which reflect some spatial structures.

研究分野：応用数学

キーワード：量子ウォーク 単体的複体 局在化

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

量子ウォークに関する様々な場合における挙動が明確にされており、着目を浴びてきた。また、数理モデルから研究が始まったが、その効能や、量子現象を記述するシミュレータとしての役割が示唆されるようになってからは、実験室による実装が盛んに行われるようになった。しかしながら、未だ個別な問題に対するアプローチが多く、これらの結果を俯瞰的に眺めて整理することで今後の研究の方向性を与える必要性が出てきた。

2. 研究の目的

量子ウォーク(QW)は様々な分野との学際的オーバーラップがあり、2000年頃から急速に発展してきた研究分野である。これまでのQWの研究では個別の問題に対して例えば量子探索アルゴリズムの中で、超高速計算が理論上達成されることや、局在化や線形的拡がりの共存と言った興味深い性質が証明されてきた。そこで本研究ではこれらを達成するQWの本質的な数理的な構造を把握し、その位置づけを探索する。特に(1)QWの単体複体のホモロジーとエッジに対する感受性(2)量子ウォークのスペクトル・散乱から見える量子ウォークの姿の鳥観を試みる。さらに得られたこれらの知見から新しいQWの性質を見つけだし、数学側から積極的に物理的・工学的応用を提案する。

3. 研究の方法

(1) QWのホモロジーとエッジに対する感受性に関する研究

(a) n 次元の単体複体上のQWの構成

(b) 平面的被覆グラフにおけるQWの描像 (c) モデルの分類

(2) このQWのスペクトル・散乱, 極限定理の導出

(a) シュレディンガー方程式におけるスペクトル・散乱に並行した理論の構築

(b) QWの弱測定に関する理解

以上の考察から

(3) 諸問題への応用: QWによって誘導される幾何的・代数的構造の抽出, 推定法の開発を行う。

4. 研究成果

(1) 量子ウォークの位相とグラフゼータの関係

量子ウォークはユニタリ作用素による離散的な時間発展が線形的に繰り返される。確率分布を見るときには、各頂点におけるノルムの二乗をとるという、非線形操作が加わる。このノルムの二乗の操作で、複素の偏角の情報は失われる。量子ウォークによるグラフの同型判別問題においては、この位相の情報が重要になることを明らかにした。量子ウォークの n 乗で誘導されるゼータ関数を定め、その構造定理が Ihara 型の表示で表せるようなグラフのクラスを与えた。量子ウォークの位相が作る模様の解明という新たな研究の方向性を見出した。

(2) 量子ウォークの時間発展のユニタリ同値性

主に研究者の専門分野に応じて3種類の量子ウォークモデルをそれぞれ独立に研究し、包含関係などについても議論が繰り返されてきた。一つはコイン付き量子ウォークと呼ばれ、波の透過や反射のダイナミクスとして理解しやすく、量子グラフとの関連性もみることができる。二つ目は二部ウォークと呼ばれるもので、量子探索アルゴリズムの中で駆動する。そして三つめはスタグガードウォークと呼ばれ、グラフの2種類のクリークカバーから構成され、グラフ理論との深い結びつきがある。そこで我々は幾つかのグラフの変形を導入し、これらの同値性を数学的に明らかにし、量子ウォークを媒介にした異分野交流の土壌を構築した。

(3) 吸収壁つき量子ウォークの極限分布

一次元格子上の量子ウォークにおいて、原点に吸収壁を一つ置き、そこに到達したウォーカーは吸収されてしまう。このときに、吸収されない(=一度も原点に行かない)条件の下、時刻 n で場所 x に存在する量子ウォークで言うところの条件付き確率に関する、極限定理を導出した。このパスの数え上げによる母関数の手法から導き出された密度関数に現れる有理多項式は、この吸収壁の寄与を表していることを明らかにした。

(4) グラフの縁に対する量子ウォークの感受性

トポロジカル相と関係する二次元格子を $x=0$ で切断した時の量子ウォークモデルを用いて検証した。するとエッジ状態を表すスペクトルが、量子ウォークのグラフの切れ目周辺の挙動に及ぼす影響を完全に分類することができた。

(5) Grover walkの局在化とグラフの幾何との対応

グラフの有限な組み合わせのフローが存在することと、量子ウォークのランダムウォークからは遺伝しない発生の固有空間が存在することの同値性を示した。また線形的拡がりに関しては、結晶格子上の Grover walkの極限分布について議論し、十分に時間が経過したときの、量子ウ

オーカーのスケーリングされた位置を、波数でパラメータ表示させる公式を導いた。

(6)量子力学と量子ウォークとの対応

実軸上の二重ポテンシャルの、シュレディンガー方程式に従う平面波の透過性とこのダイナミクスを模倣する量子ウォークモデルを与えることによって考察した。特に、ある条件下ではこの量子ウォークの定常状態と、このシュレディンガー方程式の定常解が同値になることを証明した。

(7)グラフ理論を用いた量子ウォークのユニタリ同値性

これまで多くの提案されてきた量子ウォークモデルの構成方法の俯瞰的な描像について議論した。特にグラフの幾つかの変形操作を介することで、様々な量子ウォークモデルのユニタリ同値性の証明をした。このことによって、これまでの量子ウォークに関する結果の関係性を効率的に議論、新たな量子ウォークモデルの提案を容易にすることが可能になった。

単体的複体上の量子ウォークを新たに導入し、与えられた単体複体から誘導されるあるグラフ上の量子ウォークとユニタリ同値になることを示した。具体例として、 n 次元球面上の量子探索を行い、所謂古典アルゴリズムに比べ、グラフ上のとき同様、二乗のオーダーで探索が成功することを証明した。

(8)単体的複体上の量子ウォークの構成

量子ウォークのホモロジカルな構造への感受性を抽出するために単体的複体上の量子ウォークの構成を行った。キャビティーのような高次元のサイクルやトポロジカルなサイクルに対して局在状態を示すことが解った。またメビウス帯のような幾何的な構造にも影響を強く受けることが解った。さらに与えられた単体複体から誘導されるあるグラフ上の量子ウォークとユニタリ同値になることを示した。具体例として、 n 次元球面上の量子探索を行い、所謂古典アルゴリズムに比べ、グラフ上のとき同様、二乗のオーダーで探索が成功することを証明した。

(9)円分多項式による量子ウォークの周期性の特徴づけ

(10)レーザー照射による放射性同位体分離の数値モデル化と直交多項式への結びつき

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 24 件) 全て査読あり

- [1] Bruno Chagas, Renato Portugal, Stefan Boettcher, and Etsuo Segawa, Staggered quantum walk on hexagonal lattices, Phys. Rev. A 98, 052310 (2018).
- [2] Masaya Maeda, Hironobu Sasaki, Etsuo Segawa, Akito Suzuki, Kanako Suzuki, “Weak limit theorem for a nonlinear quantum walk”, Quantum Information Processing, (2018) 17:215
- [3] Mohamed Sabri, Etsuo Segawa, Martin Stefanak, Conditional limit measure of one-dimensional quantum walk with absorbing sink, Physical Review A 98 (2018) 012136.
- [4] S. Kubota, E. Segawa, T. Taniguchi, Y. Yoshie, “Periodicity of Grover walks on generalized Bethe trees”, Linear Algebra and its Applications 554 (2018) 371-391.
- [5] Masaya Maeda, Hironobu Sasaki, Etsuo Segawa, Akito Suzuki, Kanako Suzuki, “ Scattering and inverse scattering for nonlinear quantum walks”, Discrete & Continuous Dynamical Systems A 38 (2018) 3835-3851.
- [6] Choon-Lin Ho, Yusuke Ide, Norio Konno, Etsuo Segawa, Kentaro Takumi, “ A spectral analysis of discrete-time quantum walks with related to birth and death chains”, Journal of Statistical Physics 171 (2018) 207–219. Norio Konno, Renato Portugal, Iwao Sato, Etsuo Segawa, “ Partition-based discrete-time quantum walks”, Quantum Information Processing 17 (2018) 100.
- [7] K. Matsue, L. Matsuoka, O. Ogurisu and E. Segawa, “ Resonant-tunneling in discrete-time quantum walk”, Quantum Studies: Mathematics and Foundations 6 (2018) pp. 35–44.
- [8] Yu. Higuchi and E. Segawa, “ Quantum walks induced by Dirichlet random walks on infinite trees”, Journal of Physics A: Mathematics and Theoretical 51 (2018) T.

- Endo, N. Konno, H. Obuse, E. Segawa, “Sensitivity of quantum walks to boundary of two-dimensional lattices: approaches from the CGMV method and topological phases”, *Journal of Physics A: Mathematics and Theoretical* 50 (2017) 455302.
- [9] K. Matsue, O. Ogurisu and E. Segawa, “Quantum search on simplicial complexes”, *Quantum Studies: Mathematics and Foundations* 5 (2017) pp 551–577
- [10] L. Matsuoka, E. Segawa, K. Yuki, N. Konno, N. Obata, Asymptotic behavior of a rotational population distribution in a molecular quantum-kicked rotor with ideal quantum resonance, *Physics Letter A* 381 (2017) 1773–1779.
- [11] Chul Ki Ko, Norio Konno, Etsuo Segawa, Hyun Jae Yoo, “How does Grover walk recognize the shape of crystal lattice?”, *Quantum Information Processing* 17 (2017) pp.167--185.
- [12] Yu. Higuchi and E. Segawa, “The spreading behavior of quantum walks induced by drifted random walks on some magnifier graph”, *Quantum Information and Computation* 17 (2017) pp.0399-0414. doi.org/10.26421/QIC17.5-6.
- [13] N. Konno, I. Sato and E. Segawa, “The spectra of the unitary matrix of a 2-tessellable staggered quantum walk on a graph”, *Yokohama Mathematical Journal* 62 (2017) pp. 52--87.
- [14] K. Matsue, O. Ogurisu and E. Segawa, “A note on the spectral mapping theorem of quantum walk models”, *Interdisciplinary Information Sciences* 23 (2017) pp.105—114. DOI: 10.4036/iis.2017.A.13
- [15] L. Matsuoka and E. Segawa, “Localization in rotational excitation of diatomic molecules induced by a train of optical pulses”, *Interdisciplinary Information Sciences* 23 (2017) 51--56. DOI: 10.4036/iis.2017.A.07
- [16] Yu. Higuchi, N. Konno, I. Sato and E. Segawa, “Periodicity of the discrete-time quantum walk on a finite graph”, *Interdisciplinary Information Sciences* 23 (2017), 75--86. DOI: 10.4036/iis.2017.A.10
- [17] R. Portugal and E. Segawa, “Connecting coined quantum walks with Szegedy’s model”, *Interdisciplinary Information Sciences* 23 (2017) 119-125. DOI: 10.4036/iis.2017.A.15.
- [18] C. K. Ko, E. Segawa and H. J. Yoo, One-dimensional three-state quantum walks: Weak limits and localization, *Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics* 19, (2016) 1650025.
- [19] K. Matsue, O. Ogurisu and E. Segawa, “Quantum walks on simplicial complexes”, *Quantum Information Processing*, 15(5), (2016) 1865-1896. E. Segawa and A. Suzuki, “Generator of an abstract quantum walk”, *Quantum Studies: Mathematics and Foundations* 3 (2016), 11-30 DOI: 10.1007/s40509-016-0070-1.

〔学会発表〕(計 45 件)

1. 瀬川悦生, “量子ウォークと電気回路”, 新潟確率論ワークショップ(2019/03/15, 新潟大学駅南キャンパスときめいと)
2. 瀬川悦生, “量子ウォークから誘導されるセルオートマンもどき”, 応用可積分系若手セミナー (気象大学校, 2019/03/03, 招待講演)

3. E. Segawa, “Electric circuit induced by stationary state of quantum walk”, 17th Japan-Korea Workshop on Algebra and Combinatorics (Tsukuba University, Tokyo Campus, 2019/01/28, Invited)
4. E. Segawa, “Electric circuit induced by quantum walks”, 2nd International Conference on Pure and Applied Mathematics (Sri Chandrasekharendra Saraswathi Viswa Mahavidyalaya, Kanchipuram, India, 2018/12/18, Invited)
5. E. Segawa, “Dynamical system induced by quantum walks with infinite flow”, 8th Workshop on Quantum Simulation and Quantum Walk (The University of Western Australia, Perth, Australia, 2018/12/15)
6. E. Segawa, “Sensitivity of quantum walker to some graph geometry”, Nagoya Workshop on Physics and Mathematics of Discrete Geometries, (Nagoya University, 2018/11/09, Invited)
7. E. Segawa, “Combinatorial flow induced by Grover walk”, International Conference on Research and Education in Mathematics 2018, (Institute of Bandung Technology, Bandung, Indonesia, 2018/11/02, Invited)
8. K. Matsue, L. Matsuoka, O. Ogurusu, E. Segawa, “A perfect transmission tunneling induced by quantum walks”, NOLTA2018, (Tarragona, Spain, 2018/09/05)
9. E. Segawa, “Relation between quantum walk and graph geometry”, Towards Ultimate Quantum Theory, (Linneaus University, Vaxjo, Sweden, 2018/07/12)
10. N. Konno, I. Sato, E. Segawa, “Spectral analysis on the positive support of n-th power of Grover walk on a large girth graph” The Japanese Conference on Combinatorics and its Applications 2018, (Sendai International Center in Sendai, Japan, 2018/05/22)
11. 樋口雄介, Mohamedo Sabri, 瀬川悦生, 吉江佑介, “ある無限グラフ上の Grover walk の有界な定常状態の導出に対する試み” 新潟確率論ワークショップ(2018/03/16, 新潟大学駅南キャンパスときめいと)
12. N. Konno, I. Sato and E. Segawa, “A structure theorem of positive support of Grover walk on graphs with a large girth”, 7th Quantum Simulation and Quantum Walks, (Chapman University, California, USA, 2018/03/03, Invited)
13. 今野紀雄, 佐藤巖, 瀬川悦生, “Grover walk の n 乗の正台と固有値について”, 「量子論にまつわる数学と数論の連携探索 2018」(2018/03/02, 早稲田大学 Waseda 共創館)
14. E. Segawa, “A new construction of quantum walks based on a graph theoretical approach”, (International Conference on Research and Education 2017, Bandung Institute Technology, Indonesia)
15. 今野紀雄, 小関健太, 佐藤巖, 瀬川悦生, “k-partition based walk のユニタリ同値性”, 2017 年度応用数学合同研究集会(龍谷大学, 2017/12/15)
16. 瀬川悦生, “量子ウォーク数理の量子レーザー制御工学との連携”, 数学と諸分野の連携と通じた知の創造, (2017/12/08, 東北大学知の館, HP)
17. 今野紀雄, 佐藤巖, 瀬川悦生, “内周の大きなグラフ上の Grover walk の正台の構造定理”, (位相幾何学的グラフ理論研究集会(TGT29) 横浜国立大学みなとみらいサテライトキャンパス, ランドマークタワー, 2017/11/17)
18. 今野紀雄, R. Portugal, 佐藤巖, 瀬川悦生, “Partition based quantum walk”, (山形大

- 学, 日本数学会 2017 秋季統合分科会, 2017/09/12)
19. 瀬川悦生, “Edge state of a quantum walk”, (若手研究集会「波動・振動・流れの制御と逆問題-理論と数値計算」2017/08/22, 同志社大学)
 20. 瀬川悦生, “単体複体上の量子ウォークによる量子探索”, (近畿大学数学教室講演会, 2017/07/13, 近畿大学)
 21. 瀬川悦生, “Grover walk の正台のジョルダン分解について”, (第 34 回代数的組合せ論シンポジウム, 2017/06/15, 小山商工会議所)
 22. E. Segawa, “Variety of expressions of discrete-time quantum walks”, ICCM 2017, Special Session on Quantum Computation and Quantum Information, (The University of Colombo, Colombo, Sri Lanka 2017/05/18)
 23. 瀬川悦生, “量子酔歩によるグラフの周遊”, (第 13 回組合せ論若手研究集会, 招待講演, 2017/03/05. 慶応大学)
 24. 瀬川悦生, “量子ウォークを架け橋にした学際交流”, (数学パワーが世界を変える-統数研数学協働プログラム- CREST・さきがけ・数学協働プログラムの合同シンポジウム, 招待講演, 2017/02/26, 東京大学)
 25. 瀬川悦生, “Construction and analysis of quantum walks”, (RIMS 研究集会「量子情報理論に関連した作用素環論における諸問題の研究」, 京都大学数理解析研究所. 2017/02/02,02/03)
 26. 樋口雄介, 瀬川悦生, “ツリー上の量子ウォークの固有空間の構成”, 2016 年度応用数学合同研究集会(龍谷大学, 2016/12/15)
 27. H. Obuse and E. Segawa, “Sensitivity of a quantum walk to boundary”, Workshop of Quantum Simulation and Quantum Walks 2016, (Faculty of Nuclear Sciences and Physical Engineering, Czech Technical University in Prague, Czech Republic 2016/11/17)
 28. 瀬川悦生, “量子ウォークの縁への感受性”(関西大学, 日本数学会 2016 秋季統合分科会, 2016/09/15)
 29. E. Segawa, “Quantum walks on half line relate to orthogonal polynomials”, International Workshop on IDAQP (Department of Mathematics, Chungbuk National University, 2016/09/09)
 30. E. Segawa, “Spectral and stochastic behaviors of Grover walks”, The Japanese Conference on Combinatorics and its Applications Mini Symposium : Spectral Graph Theory and Related Topics (Kyoto Univ., 2016/05/22)
 31. 瀬川悦生, “量子ウォークの挙動と固有値解析”, (千葉大解析セミナー, 2016/11/28)
 32. 瀬川悦生, “単位円周上の直交多項式・分散関係・統計的性質”(統計数理研究所数学協働プログラム採択ワークショップ, 量子系の数理と物質制御への展開 II : 量子ウォークを架け橋に, 2016/10/22)

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。