

令和元年6月12日現在

機関番号：13901

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K17641

研究課題名（和文）Heisenberg 描像に基づく量子測定理論の新展開

研究課題名（英文）New developments in quantum measurement theory based on the Heisenberg picture

研究代表者

岡村 和弥 (Okamura, Kazuya)

名古屋大学・情報学研究科・特任助教

研究者番号：90725178

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,700,000円

研究成果の概要（和文）：量子測定理論は量子系における測定による影響を測定データと結びつけて解析する理論である。量子場理論や、電磁場が波長未満のスケールで物質場と相互作用することで生じる「ドレスト光子」に対して測定理論を適用可能にした。また、相関のレベルでの測定の特徴づけを前進させた。数学的にも、作用素環論（特に $C^*$ -代数）、微分代数および無限次元リー群を活用して測定モデリングの研究を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

量子測定理論の適用領域拡大に貢献することができた。長い歴史的経緯もあるためこれまで量子力学的な観点から測定による状態変化の記述に関する研究が大部分を占めてきた。今回、量子場理論や、電磁場が波長未満のスケールで物質場と相互作用することで生じる「ドレスト光子」に対して測定理論を適用可能にした一方で、相関のレベルでの測定の特徴づけを前進させた。測定という実験においてある意味で“当たり前”に關与する物理過程に対する理解を徹底的に深められた意義は（今後の研究次第ではあるが）確かにあると考える。

研究成果の概要（英文）：Quantum measurement theory is a theory that analyzes the influence of measurement in quantum systems in conjunction with measurement data. We made the theory applicable to quantum field theory and "dressed photons" generated by interaction of the electromagnetic field with matter fields on sub-wavelength scales. We also advanced a characterization of measurement at the level of correlation. We also mathematically studied modeling of measurement using the theory of operator algebras (especially  $C^*$ -algebras), differential algebras and infinite dimensional Lie groups.

研究分野：量子測定理論

キーワード：量子測定 Heisenberg描像 測定スキーム 完全正值インストルメント 対称性

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

近年の精密技術・量子情報技術の進展により多種多様なスケール・場面において量子論的对象を考察する機会が増えてきており、物理的観点からは原理的限界への興味、工学や情報技術の観点からは実社会での技術の実装が量子情報と周辺分野で多くの研究を生み出す強力な原動力となっている。測定に関わる物理的・概念整備は量子論の基礎付けと不可分であり、また量子情報技術においては技術の実装段階での測定の介在は前提であることから現在大変広く注目を集めているのが量子測定理論である。

von Neumann 以来、量子測定理論の数理的研究は続いてきたが、近年の飛躍的進展は Davies と Lewis によるインストルメント (instrument) 概念の導入と、小澤による完全正值インストルメント (CP instrument) の導入による統計的観点と「測定過程」と呼ばれる物理モデルの間の往復が可能になったことが大きい。こうしたインストルメントに基づく広く受け入れられている量子測定の体系は、状態の変化を記述する Schrödinger 描像に基づいている。一方、Schrödinger 描像と対をなす Heisenberg 描像での測定の特徴づけは量子力学的な状況ですら行われていない。Heisenberg 描像は異時刻の物理量の間の相関関数が自然に定義できるので、測定の前後の比較など動力的側面が取り込める利点がある。加えて、一般の von Neumann 環  $M$  においては、現行の測定過程  $M$  の定義では測定前と測定後の双方の物理量が関わる相関関数が定義可能であるか全く定かではない欠点がある。これは物理的には大問題で、物理的に自然な記述ならば相関関数の記述に自然に移行できて然るべきである。したがって、現状では Heisenberg 描像での測定の記述は物理的に要請される水準に届いていない。

### 2. 研究の目的

一般の量子系を対象として Heisenberg 描像における量子測定理論の定式化を試みる。量子測定理論はこれまで Heisenberg 描像と対をなす Schrödinger 描像に基づいて定式化されてきたが、Heisenberg 描像は異時刻の物理量の相関関数を考えられる点で Schrödinger 描像に勝っている。その利点を取り込めるよう、本研究課題では測定の統計的性質を記述する完全正值インストルメント (CP instrument) という概念の Heisenberg 描像における対応物を定義し、量子力学系において測定過程による実現定理を証明することを目指す。また、一般の量子系では各 CP instrument に対する Heisenberg 描像での対応物の存在条件を調べる。そして、逐次測定や連続時間測定への一般化・応用を目指す。

### 3. 研究の方法

平成 28 年度は CP instrument の Heisenberg 描像における対応物を量子確率過程に関する研究を参考に定義し、量子力学系でその測定過程による実現定理を証明する。そのために Kolmogorov の拡張定理の非可換類似物を証明し、その結果導入される表現論的構造を通じて証明の達成を目指す。

平成 29 年度以降は平成 28 年度の研究を逐次測定および連続時間測定の場合に一般化・応用する。Wigner の公式と呼ばれる逐次測定での確率公式を Heisenberg 描像から見直す作業を出発点にする。ホモダイン測定と呼ばれる量子光学系で実装済みの連続時間測定の解析で用いられる数学的手法を本研究の研究手法から再吟味し、微分方程式論的な方法の導入を目指す。

### 4. 研究成果

初年度は CP instrument の Heisenberg 描像における対応物「測定相関の系」と名付けたの定義を行いその数学的構造を解析した。系の物理量代数が Hilbert 空間上の有界作用素全体である場合に、測定相関の系と「測定過程」(の統計的同値類)が一一対応するという結果を得た。これは CP instrument に対する同様の有名定理の拡張である。他にも Schrödinger 描像から Heisenberg 描像への移行可能性に関わる 2 つの定理 (CP instrument の測定相関の系への拡張可能性および CP instrument の測定過程による近似的実現可能性)を証明した。以上の結果から Heisenberg 描像での定式化がこれまでの測定理論の自然な延長上で整合的に構築されたことになる。

2 年目は量子測定理論の適用領域を広げる上で重要な「測定により対象系が変化する状況の取り込み」および「 $C^*$ -代数での測定理論の枠組み整備」をすることができた。

「測定により対象系が変化する状況の取り込み」については「ドレスト光子」と呼ばれる対象を目標にした解析を行った。測定行為自体が系の動力学や境界条件に常時多大な影響を与える状況はこれまで量子測定理論では明確な意識はされてこなかった経緯がある。そのような状況での測定理論の枠組みの (完全ではないが一定の範囲で) 定式化に成功した。

一方の「 $C^*$ -代数での量子測定理論の枠組み整備」であるが、これまでは  $C^*$ -代数の部分クラスである von Neumann 代数での研究が中心で、研究代表者も von Neumann 代数での量子測定理論の枠組み整備で貢献してきた。けれども  $C^*$ -代数においては明確に物理的根拠のある一般的定式化はされていなかった。代数的量子論においては、小嶋泉氏により導入された「セクター」を考慮する必要がある。今回、確率論的に意味のある「有限な」表現 (と対応する双対空間の中心部分空間) を利用して  $C^*$ -代数における Schrödinger 描像および Heisenberg 描像での測定理論の定式化を行った。

最終年度はリー群の(射影的)ユニタリー表現論に基づく測定過程の研究を行った。リー群論的な方法を採用した理由は、単一の測定過程による測定のモデルではなく測定モデルの族を一括して扱えるようにすることにあり、リー群およびその(射影的)ユニタリー表現を指定することにより関与する物理的自由度の範囲が定まる。被測定系と測定系の合成系におけるダイナミクスをリー群論的に扱う試みとも言うことができ、計画にある微分方程式論的な手法を導入するきっかけづくりができた。

一般の von Neumann 代数で記述される量子系での不確定性関係を証明した。この結果は、作用素の定義域の障害がない有界作用素に対して証明し、研究代表者が共同研究者とともに研究した一般の von Neumann 代数での CP instrument の理論に基づいている。また、新しい誤差と擾乱に対する不確定性関係の研究を行った。有限個のスペクトルをもつ物理量の組に対し、Branciard-Ozawa 型の不等式を証明した。

そして、前年に引き続き「ドレスト光子」に対する測定理論の研究を行った。これはドレスト光子のモデリングの困難解消に挑戦する研究でもある。具体的なドレスト光子のモデリングのため、離散化した空間における(非可換)微分代数を用いるアプローチを採用した。ここで用いた微分代数は多様体上の微分形式の代替物であり、これを用いることでゲージ構造の導入も可能になる。離散空間上でのゲージ場と物質場の間の相互作用の検討を行った。

## 5. 主な発表論文等

### [雑誌論文](計8件)

Naruse Makoto, Yamamoto Eiji, Nakao Takashi, Akimoto Takuma, Saigo Hayato, Okamura Kazuya, Ojima Izumi, Northoff Georg, Horii Hirokazu, Why is the environment important for decision making? Local reservoir model for choice-based learning, PLOS ONE, 査読あり, Vol. 13, 2018, e0205161.

DOI: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0205161>

Naruse Makoto, Mihana Takatomo, Horii Hirokazu, Saigo Hayato, Okamura Kazuya, Hasegawa Mikio, Uchida Atsushi, Scalable photonic reinforcement learning by time-division multiplexing of laser chaos, 査読あり, Vol. 8, 2018, 10890.

Kazuya Okamura, An Approach from Measurement Theory to Dressed Photon. In: T. Yatsui (eds) Progress in Nanophotonics 5. Nano-Optics and Nanophotonics. 査読なし, 2018, Springer, Cham.

DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-98267-0\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-319-98267-0_5)

Kazuya Okamura, Measuring Processes and the Heisenberg Picture, In: Ozawa M., Butterfield J., Halvorson H., Rédei M., Kitajima Y., Buscemi F. (eds) Reality and Measurement in Algebraic Quantum Theory. NWW 2015. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 査読あり, vol 261. Springer, Singapore,

DOI: [https://doi.org/10.1007/978-981-13-2487-1\\_14](https://doi.org/10.1007/978-981-13-2487-1_14)

Naruse Makoto, Aono Masashi, Kim Song-Ju, Saigo Hayato, Ojima Izumi, Okamura Kazuya, Horii Hirokazu, Category Theory Approach to Solution Searching Based on Photoexcitation Transfer Dynamics, Philosophies, 査読あり, Vol. 2, 2017, 16.

DOI: [10.3390/philosophies2030016](https://doi.org/10.3390/philosophies2030016)

岡村 和弥, 量子測定理論の数理, 数理解析研究所講究録, 査読なし, 2059, 2017, 103-112.

岡村 和弥, Quantum theory starting from transition probability, 数理解析研究所講究録, 査読なし, 2010, 2016, 69-77.

Izumi Ojima, Kazuya Okamura, Hayato Saigo, Local state and sector theory in local quantum physics, Letters in Mathematical Physics, 査読あり, Vol. 106, 2016, 741-763.

DOI: [0.1007/s11005-016-0841-y](https://doi.org/10.1007/s11005-016-0841-y)

DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-018-29117-y>

### [学会発表](計10件)

岡村 和弥, ドレスト光子と量子場, 第66回応用物理学会春季学術講演会, 2019年3月10日, 東京工業大学.

岡村 和弥, 測定理論からのドレスト光子へのアプローチ, 第79回応用物理学会秋季学術講演会, 2018年9月19日, 名古屋国際会議場, 名古屋.

Kazuya Okamura, A categorical approach to quantum measurement, International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA2018), 国際学会, 2018年9月日, Palau de Congressos de Tarragona, Tarragona, Spain.

岡村 和弥, A  $C^*$ -algebraic approach to quantum measurement, 量子場の数理とその周辺, 招待講演, 2018年7月4日, 京都大学.

岡村 和弥, 測定理論によるドレスト光子のモデリング, ドレスト光子の関連技術推進の為の基礎的数理研究, 2018年3月8日, 九州大学.

Kazuya Okamura, Uncertainty Relations in General Quantum Systems, Foundations of Quantum Mechanics and Technology (FQMT), 国際学会, 2017年6月12日, Linneaus University, Vaxjo, Sweden.

岡村 和弥, Measuring processes and uncertainty relations in general quantum systems, 量子情報理論に関連した作用素環論における諸問題の研究, 招待講演, 2017年02月01日~02日, 京都大学.

岡村 和弥, 量子測定理論の数理, 量子システム推定の数理, 2016年10月27日, 京都大学.

岡村 和弥, 測定相関の一般的扱いについて, 第34回量子情報技術研究会 (QIT34), 2016年05月31日, 高知工科大学.

岡村 和弥, On a mathematical treatment of measurement correlations, 量子場の数理とその周辺, 招待講演, 2016年06月08日, 九州大学.

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年：  
国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年：  
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号(8桁)：

### (2) 研究協力者

研究協力者氏名：小澤正直

ローマ字氏名：(Masanao Ozawa)

研究協力者氏名：小嶋泉

ローマ字氏名：(Izumi Ojima)

研究協力者氏名：西郷甲矢人

ローマ字氏名：(Hayato Saigo)

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。