#### 研究成果報告書 科学研究費助成事業



今和 元 年 5 月 3 0 日現在

機関番号: 13901 研究種目: 若手研究(B) 研究期間: 2016~2018

課題番号: 16K17765

研究課題名(和文)非平衡熱統計力学と非線形動力学の融合:同期のエネルギー論

研究課題名(英文)Merging nonequilibrium statistical mechanics and nonlinear dynamics: energetics of synchronization

#### 研究代表者

泉田 勇輝 (Izumida, Yuki)

名古屋大学・情報学研究科・助教

研究者番号:70648815

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文):自然・人工的な系にみられる自律振動子や周期駆動する系のダイナミクスは非線形動力学で記述される。こうした系は熱力学的な観点からはエネルギーの流入と散逸を伴う非平衡散逸系ともみなせる。本研究では、非線形動力学と非平衡熱統計力学のアイデアを融合することで適切に記述できる現象のモデリングを行い、そのエネルギー論を構築した。具体的には円周軌道上の結合振動子の同期とエネルギー散逸率を結ぶ公式の導出と結合ストークス球への応用、局所平衡カルノーサイクルの非平衡熱統計力学と熱効率論の構築、低温度差スターリングエンジンの力学系モデルの構築と分岐解析による回転メカニズムの解明、などの成果が得 られた。

研究成果の学術的意義や社会的意義 本研究成果の学術的意義として、非線形動力学と非平衡熱統計力学の両者によって本質が記述される系の新しい 性質を解明できた点が挙げられる。例えば、同期とエネルギー散逸率の関係について得られた知見は、様々な機 能を担う微小生物の鞭毛の流体力学的同期現象に適用でき、同期の生命現象における役割の理解につながると期 待される。また低温度差スターリングエンジンは持続可能社会において注目される熱エネルギー技術である。そ の回転メカニズムの解明は、工学的な重要性をもち、社会的意義も大きいと考えられる。

研究成果の概要(英文): Dynamics of self-sustained oscillators and periodically driven systems found in natural and artificial systems are described by nonlinear dynamics. These systems can also be regarded as nonequilibrium dissipative systems accompanied by energy inflow and dissipation. In this study, we modeled phenomena that can be appropriately described by merging ideas from nonlinear dynamics and nonequilibrium statistical mechanics and constructed energetics of these systems. Specifically, we have obtained achievements such as derivation of formula that connects synchronization and energy dissipation rate of coupled oscillators on circular trajectories and its application to coupled Stokes spheres, construction of nonequilibrium statistical mechanics and thermodynamic efficiency of a local equilibrium Carnot cycle, and construction of a dynamical model of a low-temperature-differential Stirling engine and elucidation of its rotational mechanism by a bifurcation analysis.

研究分野: 非線形・非平衡物理学

キーワード: 非線形動力学 非平衡熱統計力学 同期現象 分岐現象 エネルギー論 結合振動子 カルノーサイク ル 低温度差スターリングエンジン

## 様 式 C-19、F-19-1、Z-19、CK-19(共通)

## 1.研究開始当初の背景

自律振動子によるリズム現象は自然や人工的な系に多くみられる現象である。非線形動力学では自律振動子そのもののダイナミクスの記述から、結合振動子として相互作用する多体系が示す同期現象などの多彩な集団現象の普遍的な記述に成功してきた。

自律振動子を従来の伝統的な物理学でみれば、系に対するエネルギーの流入と系から環境へのエネルギーの散逸がバランスすることで維持された非平衡散逸系ととらえることができる。従って非線形力学系として扱われる自律振動子は非平衡系の熱統計力学と本来密接に関係しているが、ダイナミクスの側面とエネルギー論的な側面はそれぞれ別々に関心がもたれることが多い。一方、G. I. Taylor によるストークス流体中のスイマーモデルの同期とエネルギー散逸の関係に関する先駆的な研究も存在する。近年実験技術の向上に伴い、流体相互作用による同期の実験的検証も進んでいる。

また同様に近年、有限時間熱機関の研究が盛んに行われている。熱機関もエネルギーの流出入の伴う周期運動を行うダイナミカルな系としてとらえることもできる。

以上のように非線形力学系と非平衡系の融合研究は重要なテーマとなっている。

## 2.研究の目的

上述の背景のもと、非線形動力学と非平衡熱統計力学の両者を融合することで初めて有効的に 記述できる現象のモデリング行い、そのエネルギー論を構築するのが本研究の目的である。具 体的な例として、微小生物鞭毛の流体相互作用同期への応用を目指した結合振動子の同期のエ ネルギー論および熱機関の力学系モデリングとその熱効率論を構築する。

# 3.研究の方法

基本的には各研究対象に対する非線形動力学・非平衡熱統計力学による数理モデリングおよび 基礎方程式の導出、そこから導出された系に関する公式や性質、予測を、数値計算や分子動力 学シミュレーションなどで検証していく方法によって研究を進めた。

### 4. 研究成果

主に以下の3つの成果が得られた。

(1) 円周軌道上の結合振動子の同期のエネルギー論の構築

微小生物の鞭毛の流体力学的相互作用による同期現象への応用を念頭に、結合振動子の同期とエネルギー散逸率の関係を定式化した。モデルは2つの一定距離離れた円周軌道上を回転する自律振動子を考える。振動子の位相のダイナミクスは一般の位相差の結合関数の位相方程式で与えられると仮定する。また、熱環境のノイズとして弱いホワイトガウシアンノイズを加える。位相のダイナミクスは確率的に変動するが、その分布関数の時間発展はFokker-Planck 方程式で記述される。エネルギー散逸率の定義にはBrown 運動に代表される揺らぎの無視できない小さな系の熱力学に関する理論である確率的熱力学を用いた。

以上の設定のもと、分布関数の定常解とエネルギー散逸率の定義、および結合強度の高次項を無視する近似を用いて、結合振動子全体のエネルギー散逸率を見積もる計算公式を得た。本公式は自然振動数と実際の測定可能な平均振動数のみで書かれており、結合関数の詳細を知らなくても適用可能であるという特徴がある。本公式から以下の重要な結果が導かれた:結合関数が奇関数のみである場合は、振動数同期によって必ずエネルギー散逸率は低下する。すなわち同期状態はエネルギー散逸率最小を与える。また、結合関数が偶関数を含む場合は、エネルギー散逸率はサドル・ノード分岐点からの距離に対して平方根則に従って増加または減少する。具体例として、流体力学相互作用する円周軌道上のストークス球に本公式を適用した。相互作用をオセーンテンソルによって与えられると仮定すると、得られた位相方程式の結合関数は位相差の関数となっておらず、そのままでは公式が適用できない。平均化近似によって位相差の結合関数を得ることで本公式を適用可能な形に変形することができる。結合関数はサイン関数とコサイン関数を含み、理論の予測通り、流体力学結合パラメータの変化に伴う振動数同期によってエネルギー散逸率の平方根則に従う増加が再現された。多体系への拡張、微小生物の遊泳(ストークススイマー)の問題への適用などが今後の重要な課題として残されている。本研究をまとめた論文は Physical Review E 誌に受理されている。

# (2)局所平衡カルノーサイクルの非平衡熱統計力学と熱効率論の構築

準静的に動く熱機関の仕事率(単位時間あたりの仕事)はゼロとなるという問題があり、有限時間熱機関の熱効率、特に最大仕事率時の熱効率の問題は古くから研究されている。特にCurzon-Ahlborn (1975)による有限時間カルノーサイクルのモデルは有名である。彼らのモデルでは、作業物質は非平衡状態にあるが、内部可逆性と呼ばれる熱力学変数が一様に定義され、熱力学の基礎関係式が成立すると仮定して計算を行う。この場合、作業物質の温度は熱源の温度とは異なる値をとり、その温度差をパラメータとして、仕事率を最大化することができる。このとき最大仕事率時の熱効率 (CA 効率)はカルノー効率のように熱源の温度のみで決定されることが知られている。CA のモデルはその後、有限時間熱機関のパラダイムモデルとなっているが、内部可逆性の仮定の非平衡熱統計力学との整合性についての研究はなされていなかった。そこで本研究では、具体的なモデルとして 2 次元理想気体を仮定し、内部可逆性の仮定と整合

する気体粒子の速度分布関数を求めた。また、得られた速度分布をもとに、局所平衡カルノーサイクルを構成し、その最大仕事率時の熱効率を計算した。

まず、可逆(準静的)サイクルの場合とは異なり、熱源の温度と異なる温度の気体の速度分布は通常のマクスウェル分布ではなく、一定の速度でピストンが動いている効果を取り入れて、場所によって線形に変化する気体の重心速度を含むマクスウェル分布となることを明らかにした。興味深い点として、熱力学変数には空間依存性がなく一様にもかかわらず、分布関数には空間依存性が現れる点である。この局所重心速度の空間プロファイルは2次元非粘性ナビエ・ストークス方程式を直接解いても得られることが分かった。

続いて、得られた分布関数から理想気体の温度ダイナミクスを表す微分方程式をエネルギー保存則から得た。この微分方程式の定常解から、定常温度が求まる。定常温度を用いて局所平衡カルノーサイクルを構成し、熱源の温度と定常温度の差をパラメータとして、仕事率を最大化できる。得られた最大仕事率時の熱効率は一般に CA 効率とは一致せず、系のパラメータに依存するが、温度差の小さな線形領域で CA 効率に一致することが確認できた。また分子動力学シミュレーションによって、理論の検証も行った。

本研究をまとめた論文は Physical Review E 誌に受理されている。また後述の低温度差スターリングエンジンの非線形動力学モデリングの際にも役立つ知見を提供した。

## (3)低温度差スターリングエンジンの非線形動力学解析

低温度差スターリングエンジンは身の回りの低温度の熱源のわずかな温度差(体温と室温など)で自律的に動くエンジンとして知られており、画期的な熱エネルギー技術として期待されている。これまでも低温度差スターリングエンジンに関するモデリング研究は行われているが、一般に複雑なものが多く、その運動メカニズムについてシンプルに説明した研究は存在しなかった。温度差によって運動が生じるメカニズムの解明には、熱力学と非線形動力学両方のアイデアが必要となる。本研究ではキネマチック型と呼ばれる 型の低温度差スターリングエンジンをモデリングし、その運動メカニズムを解明した。

エンジンは主に作業物質である気体、エンジンの動力部分であるパワーピストン、パワーピストンの往復運動を回転運動に変換するクランク、気体と熱源の交互接触を制御するディスプレーサによって構成される。エンジンの実質的な自由度は力学自由度としてのクランクの回転角と熱力学自由度としての気体の温度である。ここで気体には内部可逆性が成立すると仮定する。これらエンジンの変数の従う時間発展方程式は、機械力学におけるクランクの運動方程式と熱力学のエネルギー保存則を結合させることで導出できる。得られた時間発展方程式は力学系としては3次元である。さらに熱力学自由度である温度を断熱近似によって速い変数として消去し、回転角とその時間微分である角速度の従う2次元の力学系を最終的に得た。エンジンの回転運動と静止状態は力学系の安定なリミットサイクルと安定固定点にそれぞれ対応する。エンジンの力学系の固定点には、死点(dead center)と圧力平衡解がある。温度差を力学系の分はパラメータとして変化させると、これらの安定解の安定性は変化する。特に重要なのは、リミットサイクルがホモクリニック分岐によって消失することを明らかにした点である。これは実際の低温度差スターリングエンジンの回転メカニズムに対するひとつの説明を与えており、実験的な検証も可能である。このような分岐シナリオはこれまで提案されておらず、エンジンのような熱力学システムに対する非線形動力学の手法の強力さを示している。

本モデルの提案とその非線形動力学解析をまとめた論文は EPL (Europhysics Letters) 誌に受理されている。また、2018年のハイライト論文のひとつにも選定されており、注目の高さが伺える。

また、エンジンの熱力学的性能を解明するために、非平衡熱力学による解析も進めている。特に、エンジンの平均角速度と平均熱流の温度差・外部負荷依存性を表す熱力学的線形関係式を得たが、そこに現れる線形行列は対称行列となることが分かった。この対称性の起源について非平衡統計力学的観点から考察を進めている。また、熱力学的線形関係式を用いて、エンジンの熱効率・仕事率を与える計算公式も得ており、熱効率向上のための性能指数を明らかにしつつある。これらはさらに研究を進めた後、論文として発表する予定である。

## 5 . 主な発表論文等

## 〔雑誌論文〕(計3件)

Y. Izumida, "Nonlinear dynamics analysis of a low-temperature-differential kinematic Stirling heat engine", EPL(Europhysics Letters), 查読有, 121, 2018, 50004/p1-p7 DOI: https://doi.org/10.1209/0295-5075/121/50004

Y. Izumida and K. Okuda, "Molecular kinetic analysis of a local equilibrium Carnot cycle", Physical Review E, 査読有, 96, 2017, 012123/1-8 DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevE.96.012123

<u>Y. Izumida</u>, H. Kori, and U. Seifert, "Energetics of synchronization in coupled oscillators rotating on circular trajectories", Physical Review E, 査読有, 94, 2016, 052221/1-10

DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevE.94.052221

[学会発表](計10件)

泉田勇輝, "低温度差スターリングエンジンの効率と仕事率の非平衡熱力学解析", 日本物理学会第74回年次大会, 2019年

Y. Izumida, "Nonlinear dynamics analysis of a low-temperature-differential kinematic Stirling engine", International Conference on APEF2018, 2018年

Y. Izumida, "Nonlinear dynamics analysis of a low-temperature-differential kinematic Stirling engine", 10th Dynamics Days Asia Pacific, 2018年

泉田勇輝, " 低温度差スターリングエンジンの非線形力学解析 " ,日本物理学会 2018 年秋季大会.2018 年

- Y. Izumida, "Molecular kinetic analysis of endoreversible thermodynamics", New Advances in Condensed Matter Physics: Quantum transport, topological effects and energy conversion in low-dimensional systems (Summer School in Khiva), 2017 年
- Y. Izumida, H. Kori, and U. Seifert, "Energetics of hydrodynamic synchronization in coupled oscillators on circular trajectories", 9th International Conference Engineering of Chemical Complexity, 2017年

泉田勇輝, 郡宏, U. Seifert, "円周軌道上の結合振動子系における同期・エネルギー散逸 関係式", 日本物理学会第72回年次大会, 2017年

- <u>Y. Izumida</u>, H. Kori, and U. Seifert, "Synchronization and Energy Dissipation Rate in Coupled Oscillators on Circular Trajectories", 9th Dynamics Days Asia Pacific, 2016年
- Y. Izumida and K. Okuda, "Nonequilibrium statistical mechanics of a local equilibrium Carnot cycle", New trends of development fundamental and applied physics: problems, achievements and prospects, 2016年
- Y. Izumida, H. Kori, and U. Seifert, "Energetics of hydrodynamic synchronization in coupled Stokes spheres", StatPhys26, 2016年

[図書](計0件)

#### [ 産業財産権]

出願状況(計0件)

名称: 発明者: 権利者: 種類: 種号: 出原年: 国内外の別:

取得状況(計0件)

名称: 発明者: 権利者: 種類: 番号: 取内外の別:

### 〔その他〕

ホームページ等

http://www.nagoya-u.ac.jp/about-nu/public-relations/researchinfo/upload\_images/20180 607 i 1.pdf

#### 6.研究組織

(1)研究分担者

研究分担者氏名:

ローマ字氏名:

所属研究機関名:
部局名:
職名:
研究者番号(8桁):

(2)研究協力者 研究協力者氏名: ローマ字氏名:

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。