

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 30 年 5 月 15 日現在

機関番号：82723

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2017

課題番号：16K21704

研究課題名(和文) 客の意思決定と混雑現象の相互依存性に関する待ち行列解析

研究課題名(英文) An equilibrium analysis of a discrete-time queue with acceptance period and population uncertainty

研究代表者

佐久間 大 (Sakuma, Yutaka)

防衛大学校(総合教育学群、人文社会科学群、応用科学群、電気情報学群及びシステム工・電気情報学群・講師)

研究者番号：00434027

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,100,000円

研究成果の概要(和文)：本課題では、到着客に対して受付期間がある離散時間型の単一窓口待ち行列モデルにおいて、各客が自身の待ち時間の最小化を目的として行動した場合について、均衡を実現する到着時点分布の数値計算アルゴリズムを導いた。数値実験から、サービス時間分布のばらつきが、受付期間の特に初期における到着確率の増加を招くことを示した。さらに、各客が経験に基づき到着時点分布を逐次修正するシミュレーションモデルを提案し、理論解との数値比較も行った。シミュレーションの到着時点分布は厳密には理論解と一致しないが、初期時刻の到着確率の高さ、サービス時間のばらつきが待ち時間に及ぼす影響、などは理論解と同じ傾向を示すことが観察された。

研究成果の概要(英文)：This study considers a discrete-time first-come first-served single-server queue with acceptance period. Customers arrive at the system within the acceptance period. The total number of arriving customers is Poisson distributed, and their service times are independent and identically distributed with a general distribution. It is assumed that each customer chooses its arrival time slot with the goal of minimizing its expected waiting time. For this queueing model, we obtain an arrival distribution of customers for the equilibrium expected waiting time, called an equilibrium arrival distribution for short. Through some numerical examples, we show that the large variation of service times causes the rush of customers to the opening slot. Furthermore, we consider a simulation model which will exhibit an arrival time distribution similar to the one in equilibrium.

研究分野：待ち行列理論

キーワード：待ち行列理論 オペレーションズ・リサーチ ゲーム理論 Nash均衡 意思決定 シミュレーション

### 1. 研究開始当初の背景

実社会における多くのサービスシステム（例えば、昼時のレストラン、銀行・役所の受付窓口、通勤時間帯の交通システムなど）には、到着客に対する受付期間が存在する。多くの場合、これらのシステムの利用客（以下、客）は、ある目的（例えば、待ち時間の最小化など）をもち到着するため、その到着パターンは外生的に決まると考えるのが自然である。サービスシステムにおける混雑の予測は、客に対するサービス品質の保証という観点だけでなく、サービスシステムとしてサービスの安全性を確保する意味でも重要である。そのため、客の到着パターンが外生的に決まるサービスシステムにおける混雑現象を予測するために、待ち行列理論に基づいた解析およびその性能評価は、高品質かつ安全・安心なサービスを提供するためにも重要である。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、受付期間のある待ち行列システムについて、各客がある目的（ここでは、各自が到着してからサービスを開始されるまでの待ち時間の期待値の最小化）をもち、いつ到着すべきかの意思決定を行った結果、どのような到着時点分布が発現するののかの問いに対して、待ち行列理論にゲーム理論の考えを融合した待ち行列ゲームの理論解析により、明らかにすることである。さらに、本研究における解析手法の妥当性を検証するためにも、できるだけ単純なシミュレーションモデルを構築し、そのシミュレーション実験および理論結果の比較を行うことにより、本研究の提案手法の妥当性を示すことである。

これまでに待ち行列ゲームの研究分野において、盛んに解析が進められてきたモデルの多くは、サービス時間分布は指数分布もしくは定数を仮定してきた。しかし、現実のサービスシステムにおいて、サービス時間は指数分布のような無記憶性は一般に持たず、さらに、定数であるとも言いがたい。そのため、現実のサービスシステムへの応用の観点からみれば、これまでに解析されてきたモデルでは不十分であると言わざるを得ない。

さらに、理論解析の結果を考察するための実証実験も十分とは言えない。理論結果と実証実験の比較は、現実問題への応用可能性を検討する上でも重要である。また、実証実験そのものからは、理論解の妥当性を裏付けるのに有効ではあるものの、各プレイヤーの意思決定に至るまでの仕組みを明らかにすることは、一般には難しい。

そこで本研究において、現実問題への応用も視野に入れたモデルおよび解析手法の一般化だけでなく、そこで得られる理論解の妥当性を評価するためにも、できるだけ単純なシミュレーションモデルを構築し、理論（に近い）解が得られる仕組みの解明を本研究の

目的とする。

本研究では主に以下の3点に取り組む。

(1) サービス時間が一般分布に従う離散時間型待ち行列モデルおよび待ち行列ゲームによる定式化

受付期間がありサービス時間が一般分布に従う単一窓口先着順サービスの待ち行列モデルについて、待ち行列ゲームとしての解析を可能にするため、仕事量過程に注目したモデル化を行う。さらに、仕事量過程の過渡解析を行うことにより、到着客の各時刻における期待待ち時間を導出し、それを客の期待効用に適用した待ち行列ゲームで表現する。

(2) 待ち行列ゲームにおける均衡解の存在の証明およびその計算アルゴリズムの導出

先行研究では、均衡解の存在性の証明について明らかにされていない。ここでは、均衡解の存在について数学的な証明を与えとともに、その結果に基づいた均衡解の数値計算アルゴリズムを導出する。

(3) 期待待ち時間の最小化を目指す客からなる単純なシミュレーションモデルの構築および理論解との比較

待ち行列ゲームの解析結果（均衡解析）の現実問題への応用可能性を検討するために、各客が期待待ち時間の最小化を目的として意思決定を行う、単純なシミュレーションモデルを構築し、理論解とシミュレーション実験との比較実験を行う。

### 3. 研究の方法

(1) 離散時間型待ち行列モデルにおける系内仕事量過程およびその待ち行列ゲームによる定式化

サービス時間が一般分布に従う待ち行列モデルを扱うために、離散時間型待ち行列モデルにおけるシステム内仕事量過程に注目して解析を行う。特に、客の母集団サイズはポアソン分布に従い、各客がどの到着時点を選ぶかは受付期間上の確率分布に従うものとする。これにより、受付期間上の各時点における到着人数が再びポアソン分布に従うことを保証し、系内仕事量過程の過渡解析が可能になる。その結果、各時点における到着客の期待待ち時間と均衡における期待待ち時間（の候補）との関係式が得られ、期待待ち時間を効用とした待ち行列ゲームとしての定式化が可能になる。

(2) 均衡における到着時点分布の連続性の証明および計算アルゴリズムの導出

均衡における到着時点分布の形状については、初期時刻において正の確率が割り当てられ、その後、ある一定期間、到着確率はゼロであり、その後、正の到着確率が続く、形状であることを示す。特に、この到着時点分布については、初期時刻の到着確率に関して連続であることを示すことにより、均衡解の存在性の証明を与えるだけでなく、その数値計算アルゴリズムも導出する。

(3) 単純なシミュレーションモデルとの比

#### 較実験による均衡解の妥当性の検証

理論解(均衡解)の妥当性を検証するために、できるだけ単純なシミュレーションモデルを構築し、数値比較実験を行う。ここでは特に、シミュレーションモデルとして、システムへの到着の経験(回数)が少ない間は、受付期間上に一様ランダムに到着しやすく、一方、経験が多くなるほど、最小の待ち時間が期待される時刻に到着するように客が意思決定を行うシミュレーションモデルを構築する。シミュレーションから得られる到着時点分布と対応する理論解との比較により、本研究における待ち行列ゲームが現実問題へ応用可能であることを示す。

#### 4. 研究成果

##### (1) 受付期間がありサービス時間が一般分布に従う離散時間型待ち行列モデルにおける均衡解の導出

受付期間にのみ到着が許され、サービス時間が一般分布に従う離散時間待ち行列において、均衡を実現する到着時点分布を理論的に導くことができた。ここでは特に、客の効用が期待待ち時間で与えられるプレイヤー数が不確実な待ち行列ゲームとして定式化することにより、ナッシュ均衡を実現する到着時点分布を求めた。さらに、均衡における到着時点分布が初期時刻の到着確率について連続であることを示すことにより、均衡解の存在を証明することができた。これまで先行研究では存在性について証明されておらず、本研究における結果は、モデルの一般化のみならず、理論的な貢献度も高いと言える。

##### (2) 待ち行列ゲームのプレイヤー数が不確実なゲームとしてのモデルの精緻化

ここで対象とする待ち行列ゲームのように、客の母集団が不確実である待ち行列ゲームについて、先行研究ではモデルの記述方法に曖昧さを含んだまま議論が進められてきた。これは、モデルの解釈だけでなくその解析結果を読み違いかねない。そこで、対象とする待ち行列ゲームについて、ゲーム理論の枠組みに従い、プレイヤー数が不確実なゲームとしてモデルの精緻化を行い、議論の展開を明確にした。

##### (3) サービス時間のばらつきが均衡を実現する到着時点分布および期待待ち時間に及ぼす影響について数値実験による考察

サービス時間のばらつきが及ぼす影響について考察するため、サービス時間分布として、幾何分布、2つの幾何分布の畳み込み、定数、の3パターン(ばらつきの大小は、 $>$   $>$ )について数値実験を行った。その結果、ばらつきが大きいほど、初期時刻への到着客の集中が起こりやすく、その結果、期待待ち時間の増加につながるものが観察された。これは、サービスシステムにおいて、特定の時刻に到着客の集中を防ぐには、ばらつきの小さいサービスを提供した方が良く、ことを示唆している結果となった。本結果は、

現実のサービスシステムにおいて応用が十分に可能であると思われる。

##### (4) 均衡解を検証するための単純なシミュレーションモデルおよび理論解との類似性

理論解(均衡解)の妥当性を検証するため現実社会の人間の意思決定をできるだけ単純化した、以下のシミュレーションモデルを構築した。( )客の母集団サイズは十分大きく、待ち行列システムの各営業日には、各客がある小さい確率で到着を決める。さらに、各客の行動ルールは以下の通りである。( )待ち行列システムへの到着の経験(回数)が少ないとき、客は受付期間上に一様ランダムに到着する傾向にある、( )一方、到着の経験が多くなってきた場合、自身の待ち時間の経験に基づき、期待待ち時間が最小の時刻に到着しようとする。( )ここで、( )もしくは( )のいずれかを選択する際には、累積到着回数を引数にもつシングモイド型で定義された確率を用いる。以上、( )~( )で定義されたシミュレーションモデルから次の数値結果が得られた。各客が10日、100日、1,000日到着した後のそれぞれについて、客全体で平均をとった到着時点分布を数値計算した。その結果、日数の増加に伴い、ある分布に収束することが確認され、その分布の形状(受付期間の初期・中期・末期)における形状が、均衡におけるそれと同様の形状であることが数値的に確認された。さらに、サービス時間のばらつきが大きいほど、初期時刻へ到着客が集中しやすい点についても、均衡解と同じ傾向であることが確認された。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[学会発表](計 4件)

佐久間大, 利用者の戦略を考慮した待ち行列モデルについて, 日本 OR 学会「待ち行列研究部会」, 2018.

Yutaka Sakuma, Hiroyuki Masuyama, Emiko Fukuda, An arrival distribution for the equilibrium expected waiting time in a discrete-time single-server queue with acceptance period and Poisson population of customers, The 12th International Conference on Queueing Theory and Network Applications (QTNA2017), Qinhuangdao, China, 2017.

佐久間大, 小林正弘, 増山博之, 受付期間とポアソン分布に従う客母集団をもつ離散時間待ち行列において均衡した実待ち時間を実現する到着時点分布, 日本 OR 学会 2017 年春季研究発表会, 2017.

佐久間大, 客の到着パターンが内生的に決まる待ち行列モデルについて, 日本 OR

学会「安全・安心・強靱な社会と OR」研究部会，2017.

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.nda.ac.jp/cs/staff/sakuma.html>

6．研究組織

(1)研究代表者

佐久間 大 (SAKUMA YUTAKA)

防衛大学校・電気情報学群・情報工学科・  
講師

研究者番号：00434027