

平成 21 年 5 月 29 日現在

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2005～2008

課題番号：17340004

研究課題名（和文） 保型表現と L 関数の研究

研究課題名（英文） Automorphic representations and L-functions

研究代表者

池田 保 (IKEDA TAMOTSU)

京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：20211716

研究成果の概要：

池田保の主な研究成果としてはジーゲル保型形式に関する宮脇の予想の部分的解決、エルミート保型形式のリフティングの構成がある。また市野篤史との共同研究でグロス・プラサド型の周期に関する予想を提出した。また市野篤史、平賀郁との共同研究では局所体上の表現の形式次数に関する予想を提出した。平賀郁と斎藤裕は特殊線型群の内部形式の上の保型表現を研究した。吉田敬之はアルティン L 関数の微分の特殊値を研究した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2005 年度	1,900,000	0	1,900,000
2006 年度	1,400,000	0	1,400,000
2007 年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2008 年度	1,400,000	420,000	1,820,000
年度			
総計	6,100,000	840,000	6,940,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：保型表現, L 関数

1. 研究開始当初の背景

2000 年ごろ池田保はジーゲル保型形式に関するリフティングの存在を証明し、その拡張、応用が可能な時期であった。

また市野篤史とともにグロス・プラサド型の周期の研究に着手し、具体的な成果を上げつつあった。平賀郁は跡公式の安定化の研究を進めていた。吉田敬之は絶対 CM 周期に関する研究を進め、その p 進的な類似についても加塩朋和氏と共同研究を始めていた。

2. 研究の目的

本研究の目的はジーゲル保型形式に対して

得られていたリフティングの拡張および応用と、グロス・プラサド型の周期と L 関数の特殊値の関係について一般的な枠組みを与えることであった。

また、保型表現の跡公式の応用、L 関数の微分の特殊値などについても研究することは重要な目的であった。

3. 研究の方法

ジーゲル保型形式に関して得られていた手法の類似をエルミート保型形式に対しても確立したことによりエルミート保型形式のリフティングを証明することができた。

また、グロス・プラサド型の周期の具体的

な数値計算から着手し、多くの具体例を積み重ねることにより一般的な形を予想として定式化することができた。

4. 研究成果

池田保はジージェル保型形式に関する宮脇の予想を部分的に解決し、その周期とL関数の特殊値を結びつける予想を定式化した。またエルミート保型形式のリフティングを構成した。さらに市野篤史との共同研究でグロス・プラサド型の周期に関して一般的な予想を定式化して提出した。この局所的な類似として市野篤史、平賀郁との共同研究で局所体上の表現の形式次数とガンマ因子を結びつける予想を定式化した。

市野篤史は斎藤・黒川リフトの対角成分への制限などのグロス・プラサド型の周期の予想を低次元の場合に証明した。

吉田敬之は加塩朋和氏との共同研究でp進的な絶対CM周期とアルティンのL関数の微分の特殊値を結びつける研究をした。

斎藤裕局所的なグロス・プラサド予想とイプシロン因子に関する研究をした。さらに平賀郁との共同研究で特殊線型群の内部形式の保型表現を研究した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 11 件)

① Ichino, Atsushi; Ikeda, Tamotsu

On the periods of automorphic forms on special orthogonal groups and the Gross-Prasad conjecture, to appear in Geometric and Functional Analysis, (2009) 査読有

② Kashio, Tomokazu; Yoshida, Hiroyuki,

On p -adic absolute CM-periods II, Publ. RIMS. 45 (2009), 187-225. 査読有

③ Ichino, Atsushi; Ikeda, Tamotsu.

"On Maass lifts and the central critical values of triple product L-functions" Amer. J. of Math., 130, (2008), 75-114. 査読有

④ Kaoru Hiraga; Atsushi Ichino; Tamotsu Ikeda

"Formal degrees and adjoint γ -factors" J. Amer. Math. Soc. 21 (2008), 283-304. 査読有

⑤ Ikeda, Tamotsu

On the lifting of Hermitian modular forms. Compos. Math. 144 (2008), 1107-1154. 査読有

⑥ Ichino, Atsushi,

Trilinear forms and the central values of triple product L -functions.

Duke Math. J. 145 (2008), no. 2, 281-307. 査読有

⑦ Kashio, Tomokazu; Yoshida, Hiroyuki,

On p -adic absolute CM-periods I, Amer. J. Math. 130 (2008), 1629-1685. 査読有

⑧ Saito, Hiroshi.

Two remarks on a theorem of Dipendra Prasad. Pacific J. Math. 234 (2008), no. 1, 185-199. 査読有

⑨ Ichino, Atsushi,

On the Siegel-Weil formula for unitary groups. Math. Z. 255 (2007), no. 4, 721-729. 査読有

⑩ Ikeda, Tamotsu

Pullback of the lifting of elliptic cusp forms and Miyawaki's conjecture.

Duke Math. J. 131 (2006), 469-497. 査読有

⑪ Ichino, Atsushi,

Pullbacks of Saito-Kurokawa lifts.

Invent. Math. 162 (2005), no. 3, 551-647. 査読有

[学会発表] (計 32 件)

(1)

発表者名: 市野篤史

発表表題: On endoscopy and the refined Gross-Prasad conjecture for $(\mathrm{SO}_5, \mathrm{SO}_4)$

学会等名: Number Theory Seminar

発表年月日: 2009年3月26日

発表場所: University of Wisconsin (米国)

(2)

発表者名: 吉田敬之

発表表題: Cohomology and L-values

学会等名: Number theory seminar

発表年月日: 2009年3月24日

発表場所: Columbia University (米国)

(3)

発表者名: 市野篤史

発表表題: Periods of automorphic forms and special values of L -functions

学会等名: Number Theory Seminar

発表年月日: 2009年2月18日

発表場所: Rutgers University-Newark (米国)

(4)

発表者名: 池田保

発表表題: On lifting of modular forms

学会等名: PANT 2009

発表年月日: 2009年1月8日

発表場所: POSTECH (韓国)

(5)

発表者名: 市野篤史

発表表題: Formal degrees and adjoint γ

factors
学会等名 : Shimura varieties and trace formula seminar
発表年月日 : 2008 年 12 月 5 日
発表場所 : Institute for Advanced Study (米国)

(6)
発表者名 : 吉田敬之
発表表題 : On a generalization of the Shimura-Taniyama conjecture
学会等名 : International symposium on automorphic forms, L-functions, and Shimura varieties
発表年月日 : 2008 年 11 月 25 日
発表場所 : Inha University (韓国)

(7)
発表者名 : 池田保
発表表題 : DII lifting over a totally real field, I, II
学会等名 : 第 1 1 回白馬整数論オータムワークショップ
発表年月日 : 2008 年 9 月 14 日
発表場所 : 白馬ハイマウントホテル

(8)
発表者名 : 平賀郁
発表表題 : Authur multiplicity formula
学会等名 : 第 1 1 回整数論オータムワークショップ
発表年月日 : 2008 年 09 月 13 日
発表場所 : 白馬ハイマウントホテル

(9)
発表者名 : 平賀郁
発表表題 : Langlands functoriality for classical groups
学会等名 : 第 1 1 回整数論オータムワークショップ
発表年月日 : 2008 年 09 月 12 日
発表場所 : 白馬ハイマウントホテル

(10)
発表者名 : 池田保
発表表題 : 保型形式の周期と保型的 L 関数の特殊値について (概説講演)
学会等名 : 第 1 6 回整数論サマースクール
発表年月日 : 2008 年 8 月 21 日
発表場所 : 千葉幕張メッセ

(11)
発表者名 : 市野篤史
発表表題 : On Ichino-Ikeda formalism
学会等名 : Generalizing theta correspondences
発表年月日 : 2008 年 7 月 30 日
発表場所 : American Institute of Mathematics (米国)

(12)
発表者名 : 市野篤史
発表表題 : Formal degrees and adjoint gamma factors
学会等名 : Number Theory Seminar
発表年月日 : 2008 年 1 月 30 日

発表場所 : Harvard University (米国)

(13)
発表者名 : 池田保
発表表題 : " 保型形式の周期と L 関数の特殊値について (概説講演)"
学会等名 : "保型表現・保型形式と L 関数の周辺"
発表年月日 : 2008 年 1 月 23 日
発表場所 : 京都大学数理解析研究所

(14)
発表者名 : 市野篤史
発表表題 : Formal degrees and adjoint gamma factors
学会等名 : Harmonische Analysis und Darstellungstheorie Topologischer Gruppen
発表年月日 : 2007 年 10 月 16 日
発表場所 : Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (ドイツ)

(15)
発表者名 : 池田保
発表表題 : "Periods and global Gross-Prasad conjecture"
学会等名 : "Harmonische Analysis und Darstellungstheorie Topologischer Gruppen"
発表年月日 : 2007 年 10 月 15 日
発表場所 : Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (ドイツ)

(16)
発表者名 : 市野篤史
発表表題 : On the periods of automorphic forms on special orthogonal groups and the Gross-Prasad conjecture
学会等名 : Joint Princeton University/IAS Number Theory Seminar
発表年月日 : 2007 年 10 月 4 日
発表場所 : Institute for Advanced Study (米国)

(17)
発表者名 : 平賀郁
発表表題 : Formal degrees and adjoint γ -factors
学会等名 : 表現論シンポジウム「群の表現と等質空間上の調和解析」
発表年月日 : 2007 年 9 月 4 日
発表場所 : 数理解析研究所

(18)
発表者名 : 平賀郁
発表表題 : On the packets for inner forms of $SL(N)$
学会等名 : Tambara Workshop 2007 Geometry and Representations in Lie Theory,
発表年月日 : 2007 年 8 月 23 日
発表場所 : 東京大学玉原国際セミナーハウス

(19)
発表者名 : 市野篤史
発表表題 : Formal degrees and adjoint gamma

factors

学会等名 : Japan-France conference on Automorphic Endoscopy

発表年月日 : 2007年6月15日

発表場所 : CIRM (フランス)

(20)

発表者名 : 池田保

発表表題 : "On the periods of automorphic forms on special orthogonal groups and the Gross-Prasad conjecture"

学会等名 : "Japan-France conference on automorphic endoscopy"

発表年月日 : 2007年6月13日

発表場所 : CIRM (フランス)

(21)

発表者名 : 平賀郁

発表表題 : On packets for inner forms of $SL(N)$, France-Japan conference on Automorphic Endoscopy

学会等名 : France-Japan conference on Automorphic Endoscopy

発表年月日 : 2007年6月12日

発表場所 : CIRM (France)

(22)

発表者名 : 池田保

発表表題 : "Construction of lifting of holomorphic modular forms on adèle groups"

学会等名 : "Jacobi Forms and Applications"

発表年月日 : 2007年5月10日

発表場所 : CIRM (フランス)

(23)

発表者名 : 市野篤史

発表表題 : Trilinear forms and the central values of triple product SL_3 -functions

学会等名 : 京都大学 数理解析研究所 研究集会「保型形式とその周期の構成と応用」

発表年月日 : 2007年1月18日

発表場所 : 京都大学 数理解析研究所

(24)

発表者名 : 市野篤史

発表表題 : On the periods of automorphic forms on special orthogonal groups and the Gross-Prasad conjecture

学会等名 : Representation Theory Seminar

発表年月日 : 2006年12月5日

発表場所 : University of Toronto (Canada)

(25)

発表者名 : 市野篤史

発表表題 : On integral representations of automorphic SL_3 -functions for $SO^*(n)$

学会等名 : 第9回整数論オータムワークショップ

発表年月日 : 2006年11月8日

発表場所 : 白馬ハイパウントホテル

(26)

発表者名 : 平賀郁

発表表題 : Endoscopy on $GSp(4)$

学会等名 : 第9回整数論オータムワークショップ

発表年月日 : 2006年11月07日

発表場所 : 白馬ハイマウントホテル

(27)

発表者名 : 市野篤史

発表表題 : On the periods of automorphic forms on special orthogonal groups and the Gross-Prasad conjecture

学会等名 : Colloquium

発表年月日 : 2006年10月18日

発表場所 : University of Toronto (Canada)

(28)

発表者名 : 市野篤史

発表表題 : Trilinear forms and the central values of triple product SL_3 -functions

学会等名 : Number Theory/Representation Theory Seminar

発表年月日 : 2006年10月18日

発表場所 : University of Toronto (Canada)

(29)

発表者名 : 市野篤史

発表表題 : Formal degrees and adjoint gamma factors

学会等名 : Number Theory/Representation Theory Seminar

発表年月日 : 2006年9月20日

発表場所 : University of Toronto (Canada)

(30)

発表者名 : 平賀郁

発表表題 : ラングランズ予想について～エンドスコピーをめぐる～

学会等名 : 代数学シンポジウム

発表年月日 : 2006年08月06日

発表場所 : 東京大学

(31)

発表者名 : 市野篤史

発表表題 : On the restriction of automorphic forms on an orthogonal group to a smaller orthogonal group and the Gross-Prasad conjecture

学会等名 : 京都大学 数理解析研究所 研究集会「保型表現・L関数・周期の研究」

発表年月日 : 2006年1月26日

発表場所 : 京都大学 数理解析研究所

(32)

発表者名 : 市野篤史

発表表題 : 特別講演 : 保型形式の周期と SL_3 関数の特殊値

学会等名 : 日本数学会秋季総合分科会 岡山大学

発表年月日 : 2005年9月19日

発表場所 : 岡山大学 [その他]

6. 研究組織

(1)研究代表者

池田 保 (TAMOTSU IKEDA)

京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：20211716

(2)研究分担者

平賀 郁 (KAORU HIRAGA)

京都大学・大学院理学研究科・講師

研究者番号：10260605

吉田 敬之 (HIROYUKI YOSHIDA)

京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：40108973

斎藤 裕 (HIROSHI SAITO)

京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：20025464

(3)連携研究者

市野 篤史 (ATSUSHI ICHINO)

大阪市立大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：40347480

高橋哲也 (TETSUYA TAKAHASHI)

大阪府立大学・総合教育研究機構・教授

研究者番号：20212011