

平成 21年 5月15日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2005～2008

課題番号：17540001

研究課題名（和文） テータ関数に関する幾何の研究

研究課題名（英文） Research on geometry related to theta functions

研究代表者 松本 圭司（MATSUMOTO KEIJI）

北海道大学・大学院理学研究院・教授

研究者番号：30229546

研究成果の概要：

テータ関数や超幾何関数のみならず関数等式を多数与えた。テータ関数のみならず関数等式により Whitehead link と Borromean rings の補空間に入る双曲構造を解明した。また、超幾何関数のみならず関数等式より、いくつかの多項版の算術幾何平均を定め、それらの値の表示公式を与えた。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2005年度	1,200,000	0	1,200,000
2006年度	700,000	0	700,000
2007年度	800,000	240,000	1,040,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
年度			
総計	3,400,000	450,000	3,850,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：テータ関数、超幾何関数、双曲幾何、算術幾何平均

1. 研究開始当初の背景

多変数超幾何関数やテータ関数などの新しい公式が研究代表者によって発見されていた。それらの公式の幾何学的な意味の解明が研究代表者および連携研究者たちによって始められていた。

2. 研究の目的

双曲構造をもつ結び目や絡み目の補空間、代数多様体のモジュライ空間、射影空間上の点の配置空間、等の幾何学的な対象物の構造解

明をテータ関数のみならず種々の公式を利用して実行することを目的とする。これらの構造が明らかになることにより、さらなる特殊関数たちの公式が系統的に得られる。このようにして得られた公式の他分野への応用をはかる。

3. 研究の方法

超幾何関数の公式や代数多様体の周期積分を考察することでテータ関数のみならず公式を具体的に構成し、その幾何学的な解釈を与える。

4. 研究成果

(1) テータ関数のみならず代数関係式や変数変換公式等を与えた。代数関係式は結び目や絡み目への応用があり、変数変換公式は算術幾何平均の拡張への応用がある。

(2) 超幾何関数のみならず変数変換公式を多数与えた。多変数超幾何関数の変数変換公式でパラメーターを含むものは最初に発見されたものであり、多項版の算術幾何平均への応用がなされている。

(3) Whitehead link と Borromean rings の補空間に入る双曲構造を実 3 次元上半空間の $I_{\{2,2\}}$ 型領域への保型埋め込みとそれによるテータ関数の引き戻しより解明した。保型形式の双曲幾何学への応用が最初に実行された研究であり、保型形式や対称空間の理論の結び目・絡み目論への応用の礎となる。

(4) 超幾何関数やテータ関数のみならず関数等式より、いくつかの多項版の算術幾何平均を定め、その値の表示公式を与えた。ガウスによって与えられた算術幾何平均の楕円積分や超幾何関数による表示定理の多変数版に相当し、ガウスの研究から 200 年経て得られた新しい結果である。重責分や超越数の高速数値計算への応用が期待されている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

① T. Kato and K. Matsumoto,
The common limit of a quadruple sequence and the hypergeometric function F_D of three variables,
Nagoya Math. J.
掲載決定 査読有

② K. Matsumoto and T. Terasoma,
Arithmetic-geometric means for hyperelliptic curves and Calabi-Yau varieties,
Internat. J. Math.
掲載決定 査読有

③ K. Matsumoto and K. Ohara,
Some transformation formulas for Lauricella's hypergeometric function F_D ,
Funkcial. Ekvac.
掲載決定 査読有

④ R. Hattori, T. Kato and K. Matsumoto,
Mean iterations derived from transformation formulas for the hypergeometric function,
Hokkaido Math. J.
掲載決定 査読有

⑤ K. Matsumoto, T. Minowa and R. Nishimura,
Automorphic forms on the 5-dimensional complex ball with respect to the Picard modular group over $Z[i]$,
Hokkaido Math. J.
36(2007), 143--173. 査読有

⑥ K. Matsumoto, H. Nishi and M. Yoshida,
Automorphic functions for the Whitehead-link-complement group,
Osaka J. Math.
43 (2006), 839--876. 査読有

⑦ Keiji Matsumoto,
Automorphic functions with respect to the fundamental group of the complement of the Borromean rings,
J. Math. Sci. Univ. Tokyo
13 (2006), 1--11. 査読有

⑧ Keiji Matsumoto,
Algebraic relations among theta functions on the bounded symmetric domain of type $I_{\{r,r\}}$,
Kyushu J. Math.
60 (2006), 63--77. 査読有

⑨ Keiji Matsumoto,
Attempts to construct automorphic functions for hyperbolic links,
双曲空間の複素解析と幾何学的研究,
数理研講究録
1518, (2006), 76--86. 査読無

[学会発表] (計 12 件)

① 松本圭司,
超幾何関数の変換公式と平均反復,
計算による数理学の展開 2009,
神戸大学,
2009 年 1 月 8 日

② 松本圭司,
Formulas of Thomae type and Mean Iterations,
テータ関数と可積分系,
九州大学,
2008 年 12 月 21 日

③ Keiji Matsumoto,
Some Analogies to the Relation between AGM
and the Hypergeometric Function,
-Hypergeometric Functions and Mean
Iterations -

Geometry and Arithmetic around
Hypergeometric Functions,
Mathematisches Forschungsinstitut
Oberwolfach, Germany
2008年10月2日

④ 服部良平, 加藤孝幸, 松本圭司,
算術幾何平均の拡張への試み,
超幾何方程式研究会 2008,
神戸大学,
2008年1月7日

⑤ 松本圭司,
ある4項算術幾何平均と3変数超幾何関数,
アクセサリ・パラメーター研究会,
熊本大学,
2007年10月9日

⑥ 松本圭司,
三輪絡み目補空間の逆黒写像,
アクセサリ・パラメーター研究会,
熊本大学,
2006年6月20日

⑦ 松本圭司,
と関数の周期関係式,
超幾何方程式研究会 2006,
神戸大学,
2006年1月6日

⑧ Keiji Matsumoto,
Automorphic functions for the
Borromean-rings-complement group,
双曲空間の複素解析と幾何学的研究,
京大数理研,
2005年12月7日

⑨ 松本圭司,
双曲絡み目保型関数の試作品,
日本数学会秋季年会特別講演,
岡山大学,
2005年9月20日

⑩ 松本圭司,
超幾何関数の幾何学・交点理論,
多変数関数論サマーセミナー,
湯沢グランドホテル,
2005年8月1日

⑪ Keiji Matsumoto,
Invariant functions with respect to the

Whitehead link,
Arithmetic and Geometry around
Hypergeometric Functions,
CIMPA-Istanbul AGAHF 2005,
Galatasaray University, Istanbul, Turkey
2005年6月22日

⑫ Keiji Matsumoto,
Automorphic functions for the
Whitehead-link,
Integrable Systems, Geometry, and Abelian
Functions,
首都大学,
2005年5月26日

[図書] (計 1 件)

① Keiji Matsumoto
Arithmetic and geometry around
hypergeometric functions, Invariant
functions with respect to the
Whitehead-Link, 245--271,
Progr. Math., 260, Edited by R.P. Holzapfel,
A. Muhammed Uludag and M. Yoshida,
Birkhauser Verlag Basel, 2007.

6. 研究組織

(1) 研究代表者
松本 圭司 (MATSUMOTO KEIJI)
北海道大学・大学院理学研究院・教授
研究者番号: 30229546

(2) 研究分担者 (2005~2007年度)
小野 薫 (ONO KAORU)
北海道大学・大学院理学研究院・教授
研究者番号: 20204232

中村 郁 (NAKAMURA IKU)
北海道大学・大学院理学研究院・教授
研究者番号: 50022687

島田 伊知朗 (SHIMADA ICHIRO)
北海道大学・大学院理学研究院・准教授
研究者番号: 10235616

岩崎 克則 (IWASAKI KATSUNORI)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号: 00176538

寺杣 友秀 (TERASOMA TOMOHIDE)
東京大学・大学院数理学研究科・教授
研究者番号: 50192654

吉田 正章 (YOSHIDA MASA AKI)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号: 30030787

(3)連携研究者 (2008年度)

小野 薫 (ONO KAORU)

北海道大学・大学院理学研究院・教授

研究者番号: 20204232

中村 郁 (NAKAMURA IKU)

北海道大学・大学院理学研究院・教授

研究者番号: 50022687

岩崎 克則 (IWASAKI KATSUNORI)

九州大学・大学院数理学研究院・教授

研究者番号: 00176538

島田 伊知朗 (SHIMADA ICHIRO)

広島大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号: 10235616

寺杣 友秀 (TERASOMA TOMOHIDE)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号: 50192654

吉田 正章 (YOSHIDA MASAACKI)

九州大学・大学院数理学研究院・教授

研究者番号: 30030787