

平成 21 年 4 月 8 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2005～2008

課題番号：17540066

研究課題名（和文） 楕円型作用素の行列式と有限群作用

研究課題名（英文） The finite group action and the equivariant determinant of elliptic operators

研究代表者

坪井堅二（TSUBOI KENJI）

東京海洋大学・海洋科学部・教授

研究者番号：50180047

研究成果の概要：楕円型作用素の行列式を用いて次を得た。(1) コンパクトなリーマン面に有限群が作用するとき，その回転角を求めるための新しい方法を得た。(2) 定スカラー曲率 Kahler 多様体上に S^1 が固定点が点のみからなるように作用するための新しい条件を得た。さらに，有限群作用の不動点集合の情報を用いて，ある 1 群の Kahler-Einstein 多様体ではない Kahler 多様体に対して，定スカラー曲率 Kahler 計量を含む Kahler 類の特定に成功した。

交付額

(金額単位：円)

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|---------|-----------|---------|-----------|
| 2005 年度 | 700,000 | 0 | 700,000 |
| 2006 年度 | 1,000,000 | 0 | 1,000,000 |
| 2007 年度 | 800,000 | 240,000 | 1,040,000 |
| 2008 年度 | 800,000 | 240,000 | 1,040,000 |
| 年度 | | | |
| 総計 | 3,300,000 | 480,000 | 3,780,000 |

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：トポロジー，群作用，楕円型作用素，不動点集合，行列式

1. 研究開始当初の背景

多様体上に多様体のある幾何構造を保つようにコンパクト群 G が作用するとき、幾何構造に対応する楕円型作用素をとれば、 G 作用の情報を含む G から S^1 への準同型写像が作れることが、K. Tsuboi, The finite group action and the equivariant determinant of elliptic operators, J. Math. Soc. Japan で示された。この結果を用いれば、群作用に関する新しい方法が開発されることが期待された。

2. 研究の目的

多様体上にコンパクト群 G が作用しているとき、群作用と可換な M 上の楕円型作用素 D に対して、 G から S^1 への群準同型写像 \det が (同変) 行列式によって定義される。この写像 \det はアティヤ・シンガーの同変指数定理を用いて、群作用の不動点の情報から求められる。 \det が群準同型写像であるということにより、群作用に関する情報を得ることができる。この楕円型作用素の行列式を用いるという方法の多様体上の群作用および他の分野への応用を目的とする。

3. 研究の方法

まず、(コンパクト) リーマン面に対して、その複素構造から定義される楕円型作用素である Dolbeault 作用素の (同変) 行列式を用いて、ある有限群が作用できるかの判定と作用する場合の不動点の情報を導き出す方法を開発する。次に、高次元の場合に、不動点集合が点のみからなるという状況の下で、ある有限群が作用できるかの判定と作用する場合の不動点の情報を導き出す方法を開発する。さらに、有限群作用の不動点の情報を用いて、Kahler 多様体上の Kahler-Einstein 計量や定スカラー曲率 Kahler 計量の存在について調べる。

4. 研究成果

(1) リーマン面上に有限群が作用する場合、楕円型作用素 (Dolbeault 作用素) の行列式を用いて、不動点の周りの回転角に関する情報を与える方法を開発した。リーマン面に作用する有限群については Harvey, Quart. J. Math. 17 (1966) において巡回群の場合、Bujalance, Cirre, Gamboa and Gromadzki, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 134(2003) において二面体群の場合が詳しく調べられているが、本研究で開発された方法は一般の有限群に対して適応できる全く新しい方法である。この結果については、次で出版した。K. Tsuboi, On the rotation angles of a finite subgroup of a mapping class group, Proc. Japan Acad., 84, Ser.A(2008), 184-185.

(2) リーマン面は定スカラー曲率 Kahler 計量を持つ複素多様体であるが、一般次元の定スカラー曲率 Kahler 計量を持つ複素多様体に対して、不動点集合が点のみからなるという仮定の下で、不動点の周りの回転角に関する情報を与える方法を開発した。これも今まで知られていなかった新しい方法である。この結果については、次で出版した。K. Tsuboi, A fixed point formula for 0-psudofree S^1 -actions on Kahler manifolds of constant scalar curvature, Tokyo J. Math., 31-2(2008), 541-550.

(3) A. Futaki and K. Tsuboi, Fixed point formula for characters of automorphism groups associated with Kahler classes, Math. Res. Lett. 8 (2001) において、概複素多様体上の Dolbeault 作用素を用いて、ある複素多様体が定スカラー曲率 Kahler 計量を持つための必要条件である Bando-Calabi-Futaki 不変量を有限群作用の不動点情報から具体的に計算する方法を得た。この方法を用いて、Kahler-Einstein 計量を持たず、無限個の非相似な定スカラー曲率 Kahler 計量を持つ複素多様体に対し、定スカラー曲率 Kahler 計量を含む Kahler 類を特定することに成功した。全ての Kahler 類が定スカラー曲率 Kahler 計量を含む複素多様体および定スカラー曲率 Kahler 計量を全く持たない複素多様体の例は以前から知られていたが、上記の性質を持つ複素多様体は今まで知られていないものである。この結果は K. Tsuboi, On the existence of Kahler metrics of constant scalar curvature, Tohoku J. Math. 61-2(2009) で出版予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 10 件)

1. K. Tsuboi, On the existence of Kahler metrics of constant scalar curvature, 査読有, to appear in Tohoku J. Math., 61-2(2009).
2. K. Tsuboi, A fixed point formula for 0-psudofree S^1 -actions on Kahler manifolds of constant scalar curvature, 査読有, Tokyo J. Math., 31-2(2008), 541-550.
3. K. Tsuboi, On the rotation angles of a finite subgroup of a mapping class group, 査読有, Proc. Japan Acad., 84, Ser. A(2008), 184-185.
4. A. Futaki, Holomorphic vector fields and perturbed extremal Kahler metrics, 査読有, J. Symplectic Geom., 6-2 (2008), 127-138.
5. Y. Kamimura, Energy dependent inverse scattering on the line, 査読有, Differential and Integral Equations, vol.21, No.11-12(2008), 1083-1112.
6. K. Cho-A. Futaki-H. Ono, Uniqueness and examples of toric Sasaki-Einstein manifolds, 査読有, Comm. Math. Phys., 277 (2008), 439-458.
7. Y. Kamimura, Energy dependent inverse scattering, 査読有, Funkcialaj Ekvacioj, 51(2008), 189-219.
8. Y. Kamimura, An inverse formula in energy dependent scattering, 査読有, J. Int. Eq. Appl., 19(2007), 473-512.
9. A. Futaki, Harmonic total Chern forms and stability, 査読有, Kodai Math. J. Vol. 29, No. 3 (2006), 346-369.
10. K. Tsuboi, On the BCF-characters of complex manifolds with Kahler metrics of constant scalar curvature, 査読有, J. Tokyo Univ. Marine Science and Technology, 2(2006), 19-27.

[学会発表] (計 2 件)

1. K. Tsuboi, Finite transformation groups and the equivariant determinant of elliptic operators, 第35回変換群論シンポジウム, 平成20年11月11日, 岡山県立図書館
2. K. Tsuboi, On the Kahler classes containing Kahler metrics of constant scalar curvature, 第14回複素幾何国際シンポジウム, 平成20年10月25日, 長野県上田市ホテルゾントック

[その他]
なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

坪井 堅二

東京海洋大学・海洋科学部・教授

研究者番号：50180047

(2) 研究分担者

二木 昭人

東京工業大学・理学部・教授

研究者番号：90143241

上村 豊

東京海洋大学・海洋科学部・教授

研究者番号：50134854

(3) 連携研究者

なし