

平成 21 年 6 月 10 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2005～2008

課題番号：17560404

研究課題名（和文） 対称性を持つ勾配的 Morse-Smale 制御系の設計・解析支援ツールの開発

研究課題名（英文） Development of software tools for design and analysis of gradient-like Morse-Smale controlled systems with symmetry

研究代表者

榎本 隆二（ENOMOTO RYUJI）

鳥羽商船高等専門学校・制御情報工学科・准教授

研究者番号：90203645

研究成果の概要：勾配的 Morse-Smale 制御系の理論は初めての本格的な大域非線形制御理論として建設が進められている日本発の次世代の制御理論である。本研究課題では位相幾何学的な対称性を考慮した勾配的 Morse-Smale 制御系の設計と解析の具体的な手順を詳細に検討したうえでアルゴリズム設計を進め、その結果に基づいて種々のプログラムパッケージを開発した。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2005年度	1,500,000	0	1,500,000
2006年度	500,000	0	500,000
2007年度	500,000	150,000	650,000
2008年度	600,000	180,000	780,000
年度			
総計	3,100,000	330,000	3,430,000

研究分野：工学・非線形制御理論

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：非線形制御、大域制御、大域漸近安定化、勾配的 Morse-Smale 制御系、CW 複体、コンパクトアトラクタ、Conley 指数理論、Morse ホモロジー

1. 研究開始当初の背景

(1) 台車振子系やアーム振子系などの劣駆動系は非線形非最小位相系に属し、厳密線形化と呼ばれる非線形制御の代表的な手法を使用できない。筆者らはこのような系の大域制御を念頭において、勾配的 Morse-Smale 制御系とよぶクラスの制御系を研究してきた。

(2) 勾配的 Morse-Smale 力学系の構造をもつ閉ループ系を勾配的 Morse-Smale 制御系とよぶ。このクラスのシステムは一般に有限複数個の双曲型特異点（以下、双曲点）をもつ。局所的な非線形制御理論では漸近安定性の

みを有するただひとつの構造を検討の対象とする。一方、勾配的 Morse-Smale 制御系では、与えられた特異点数データを満足し、位相幾何構造の異なるコンパクトアトラクタを数え上げるという種類の問題（大域的問題）が発生する。

(3) 例えば、無理のない設計条件（全部で14個の双曲点をもつ）のもとで台車振子系の大域漸近安定化問題を検討すると、約170万通りの異なる位相幾何構造をもつコンパクトアトラクタが出現する（ただし、最も基本的な分類による）。これらのうちのどれがフィ

ードバックによって実現可能であるのか。また、それらの定性的な違いは何かをどのようにして示せばよいのか、という重要な課題が存在する。そこで、位相幾何学的な対称性の概念を導入すると、この候補を数千通りまで絞り込むことができるだけでなく、解の定性的な挙動を理解するうえでも有用である。

(4) 台車振子系やアーム振子系などの大域漸近安定化問題は未だに解かれていない。本研究の方法では、フィードバックによって実現すべき大域コンパクトアトラクタの内部構造を予め特定してから設計を進める。そして、その位相幾何学的構造に同伴する Morse-Smale 関数とよぶスカラー関数を手がかりとしてその設計や解析を系統的に進めることができる程度まで可能である。従来の制御 Lyapunov 関数とは非常に異なる性質をもつことが予想されており、その詳細な解明が待たれる。

2. 研究の目的

本研究の目的は、状態空間の次元が2次元以上8次元程度以下の一般的な非線形制御系について、ある平衡点に大域的に漸近安定化、あるいは相対漸近安定化させる微分可能な状態フィードバック制御則を求めるための設計・解析支援プログラム群を開発することである。閉ループ系は勾配的 Morse-Smale 制御系のクラスに限定し、開発に際しては位相幾何学的な対称性の概念を導入して、プログラムの簡素化と計算時間の短縮を図る。開発したプログラムはインターネット上でその一部を公開する。

3. 研究の方法

(1) 勾配的 Morse-Smale 制御系の設計方法は、次の三種類に大別できる。

対称性の概念に基づく発見的方法

制御軌道の逆問題を解く方法

制御 Lyapunov 関数 (同伴 Morse-Smale 関数) を用いる方法

および は適用対象に制限があり、 は万能な方法であると期待されるが、多くの技術的な困難が存在する。

(2) 本研究では、上記の三種類の方法を統合して、勾配的 Morse-Smale 制御系の設計と解析を次の手順で再構築することを試みる。

特異点配置問題の解析

ホモロジー-接続行列の解析

システムの対称性の解析

ホモロジー-接続行列に同伴する

Morse-Smale 関数の生成と解析

Morse-Smale 関数に対する固有接点集

合および境界接点多様体の解析
連続フィードバック制御則の生成・解析
勾配的 Morse-Smale 制御系の位相幾何
構造の確認・解析

(3) 双曲点の不安定多様体の次元を Morse 指数とよぶ。各 Morse 指数毎の双曲点数の組を特異点数データ、それに安定点の位置を追加したものを特異点データとよぶ。(2)の では状態方程式から特異点データを導く。

は特異点数データから対応するコンパクトアトラクタを数え上げ、それを記述するデータを生成する段階である。 においては以上の種々のデータに基づき、(1)で示した三種類の設計手法を試行する(無理なく試行できるための有用なツールの開発が望まれる)。 において、設計された閉ループ系の位相幾何学的な妥当性を確認する。

(4) 本研究では以上の7段階の手順の詳細をアルゴリズム化し、対応するプログラムをC言語等で実装する。ただし、今回の開発ではアルゴリズムの汎用性をある程度まで犠牲にしても、システムの対称性の概念の導入によって、アルゴリズムの簡素化と計算の実行時間の短縮を図る。

4. 研究成果

(1) コンパクトアトラクタの逆問題

一般に勾配的 Morse-Smale 流れのコンパクトアトラクタは正規 CW 複体の位相幾何構造をもつ。特異点数データと状態空間の Betti 数データから状態空間に埋め込まれた正規 CW 複体を全て求める問題をコンパクトアトラクタの逆問題と呼んでおく(本研究の設計法は指定された内部構造をもつコンパクトアトラクタの実現を目指す。そのため、実現可能なコンパクトアトラクタのデータベースを構築する必要がある)。

(2) Z2 係数結合行列の数え上げ

特異点数データと状態空間の Betti 数データが与えられると、継承関係にある胞体間の結合係数が作る行列の自明でない部分行列の階数を決定できる(Morse 方程式)。決定できる行列はブール行列であり、非自明な要素は k-胞体の境界に現れる(k-1)-胞体数の偶奇性を表す。一方、勾配的 Morse-Smale 流れの Morse 指数 k の双曲点の不安定多様体に適当な向きを与えたものを k 次の R 加群の元とすると、その次数付き R 加群が複体を形成する条件は、対応する行列の 2 乗が零行列となることである。これに、特別な次元のサドル点に関する条件を考慮すると、Z2 係数 ($Z_2 = \{0, 1\}$) の結合行列を全て数え上げることができる。

双曲点の総数を $\#l$ とすると、その候補は2の $\#l$ 乗より多くはない(現バージョンは $\#l=64$ ビット、約 1.8×10^{19} 乗未満として制限している)。これを同一指数の双曲点の順番の入れ替えによって互いに移り替わる行列ごとに類別してデータ構造を多層化し、データ総数を圧縮するアルゴリズムを組み込んだプログラムパッケージを開発した(パッケージ名はPreConMat)。

(3) コンパクトアトラクタの図形データ

状態空間に埋め込まれた正規CW複体を表現するデータをその図形データとよぶ。正規CW複体の二つの埋め込みはそれらがアンビエントアイソトピーで移り合うならば、状態空間において同じ位相幾何構造を持つと定めておく。図形データは異なる位相幾何構造の埋め込みを完全に区別できる必要がある。この課題では図形データの詳細とその作成アルゴリズムを明らかにした。

まず、 Z_2 係数結合行列から非負整数(Z_+)係数の結合行列を生成する(多様体のみを問題とするMorseホモロジーと異なり、Morseホモロジーの結果を単純には適用できないことに注意する)。これを Z_2 係数結合行列の詳細表現とよぶ。0-セルの除去によって分離する連結成分の閉包を図形とする部分複体をユニットとよぶ。詳細表現から対応するCW複体のユニット分解が得られる。再帰的に各ユニットのユニット分解も得られる(サブユニットとよぶ)。補空間の自明性に関する仮定のもとで、各ユニット毎に0-骨格から1-骨格、 k -骨格から $(k+1)$ -骨格を作る過程をアルゴリズム化した。以上を図形データの生成プログラムパッケージmkFigDataとして集約した(アルゴリズムの複雑さは当初の想定を遥かに超えたため、事態の単純化のために最初に多くの仮定を設け、プログラムを改訂する毎にそれらの仮定を取り除くという手順をとった。また、3次元以上におけるアルゴリズムの検証は課題として残った)。

(4) 同伴Morse-Smale関数の解析

まず、2次元空間に埋め込まれた正規CW複体を考察する。その1-骨格にはそれに随伴する交代結び目・絡み目が存在する(1-骨格をグラフとみなせば、その双対グラフに対応する)。その射影図は元のCW複体に同伴する自己指数付きMorse-Smale関数のサドル点を通る等高線と一致する(そのMorse-Smale関数の負の勾配系のコンパクトアトラクタは、適当なRiemann計量のもとで元のCW複体の位相幾何構造をもつ)。

結び目・絡み目の射影図に対してA-分離およびB-分離という操作から交点をもたない絡み目の射影図が得られる。これはステイトとよばれて、絡み目のKauffmanブラケット

の算定に際して現れる。交点数を r とするとステイトは2の r 乗個存在する。双曲点における値が全て異なるようなMorse-Smale関数を単純という。単純なMorse-Smale関数の二つの等高線に囲まれた領域はコボルディズムである。ただひとつの双曲点をもつコボルディズムを初等的とよぶ。

単純なMorse-Smale関数は初等コボルディズムのみによる状態空間の分解をもつ。その分解は r 個のステイトの組合せで表現できる。その総数は $r!$ だけある(吸引点と反撥点の高低差を無視)。単純Morse-Smale関数による初等コボルディズム分解を具体的に表すデータをMorse-Smale関数データとよび、その詳細を検討した。そして、コンパクトアトラクタの図形データからこの関数データを算定するアルゴリズムを検討した(開発プログラムパッケージはmkMSFData)。高次元の場合には、結び目・絡み目に対するA-分離およびB-分離の代わりに、Morse再構成(位相的手術)および逆Morse再構成(位相的逆手術)を用いればよいことが判明しているが、アルゴリズム化に際しては高次元特有の困難がある。

(5) Morse-Smale関数の生成

Morse-Smale関数データはその関数を位相幾何学的に特徴づける。本研究で必要とされるMorse-Smale関数にはそれ以外に満足すべき定性的な性質や定量的な条件がある。勾配的Morse-Smale制御系の設計のためには、この関数が同時に制御Lyapunov関数でなければならない。また、設計された閉ループ系の確認・検証のためには(C.C.Conleyの意味の)Lyapunov関数である必要がある。

状態方程式が入力アファイン形式の場合について、Morse-Smale関数が同時に制御Lyapunov関数であるためのいくつかの必要条件が得られた。初等コボルディズム上に制御則が存在するための条件については引き続き検討が必要である。関数の等位面の数値データと双曲点の周辺の局所的な形状データを与えて制御Lyapunov関数やLyapunov関数を決定する問題は、陰関数の決定問題と同様の解曲面の不安定化に関連する現象を如何にして回避するかが重要な課題である(望まない位置に特異点が発生することが多い)。そのための方策としてGroebner基底を用いる方法を検討し、プログラムパッケージ(mkMSfunc)に組み込んだ。

(6) その他のプログラムパッケージの開発

対称性の概念に基づく台車振子系の設計条件の探索(gcdDP)、同じく2重振子系の設計条件の探索(gcdCP)、状態方程式の対称性の解析(stSym)を行うプログラムパッケージの開発を行った。これまでに述べたプログ

ラムパッケージと併せて、公開のための準備を進めている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 2 件)

榎本、島、微分位相幾何学と大域非線形制御理論、システム制御情報、52、72-77、2008、査読有

R. Enomoto, Boundary tangency manifolds and its local canonical form for 2-dimensional gradient-like Morse-Smale controlled systems, WSEAS Trans. on Systems, 5, 496-503, 2006、査読有

[学会発表](計 19 件)

榎本、勾配的 Morse-Smale 制御系の設計と解析について、計測自動制御学会第9回制御部門大会、2009年3月4日、広島大学

出江、榎本、山下、剛体振子制御系の散逸境界族について、計測自動制御学会北海道支部学術講演会、2009年2月26日、北海道大学

木下、榎本、三次元セル複体の逆問題とZ2係数結合行列について、平成20年三重県地区計測制御研究講演会、2008年12月1日、三重大学

荒川、榎本、出江、二次元 Morse-Smale 関数の逆問題の解法アルゴリズム、平成20年三重県地区計測制御研究講演会、2008年12月1日、三重大学

R. Enomoto, Y. Izue, K. Kinoshita, On the inverse problem of normal CW-complexes and Morse-Smale functions, Proceedings of 2008 CACS

International Automatic Control Conference, 2008年11月21日、台湾国立成功大学

木下、榎本、三次元セル複体の逆問題の解法アルゴリズム、第52回システム制御情報学会研究発表講演会、2008年5月18日、京都情報大学院大学

榎本、制御系の散逸境界について、第8回計測自動制御学会制御部門大会、2008年3月7日、京都大学

出江、榎本、山下、2次元勾配的 Morse-Smale 力学系の散逸境界族の算定、計測自動制御学会北海道支部学術講演会、2008年1月17日、北海道大学

木下、榎本、三次元セル複体の表現方法について、平成19年度三重地区計測制

御研究講演会、2007年12月5日、三重大学

出江、榎本、山下、2次元勾配的 Morse-Smale 力学系の散逸境界族の数値的算定、自動制御連合大会、2007年11月24日、慶応義塾大

R. Enomoto, Y. Izue, Y. Yamashita, On characteristic families of dissipative boundaries for two-dimensional gradient-like

Morse-Smale controlled systems, 2007 International Conference on Control, Automation and Systems, ソウル

R. Enomoto, S. Hamaguchi, Numerical realization of plane CW complexes under a given 'flow condition' in gradient-like Morse-Smale controlled systems, The 26th Chinese Control

Conference, 2007年7月29日、中国張家界

榎本、大域制御と勾配的 Morse-Smale 制御系について、理化学研究所バイオミメティックコントロールセンターフォーラム、2007年1月15日、理化学研究所(名古屋)

榎本、位相幾何学的方法による大域制御、SICE 制御部門非線形ダイナミクス制御ワークショップ 2006、2006年11月24日、神戸大学百年記念館

Y. Izue, R. Enomoto, Y. Yamashita, Numerical computation of dissipative boundaries for two-dimensional gradient-like Morse-Smale dynamical systems, 17th International

Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, 2006年7月27日、京都国際会館

大畑、榎本、平面的セル複体の逆問題の解法アルゴリズム、第50回システム制御情報学会研究発表講演会、2006年5月27日、京都テルサ

濱口、榎本、流れの条件のもとでの平面的セル複体の描画アルゴリズム、第50回システム制御情報学会研究発表講演会、2006年5月27日、京都テルサ

出江、榎本、山下、2次元勾配的 Morse-Smale 力学系の特異散逸境界の数値的算定、第34回制御理論シンポジウム、2005年10月31日、大阪市

R. Enomoto, On local canonical forms of boundary tangency manifolds for 2-dimensional gradient-like Morse-Smale controlled systems, 8th WSEAS

International Conference on Applied Mathematics, 2005年12月16日、Tenerife, Spain

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕

ホームページ

<http://www.info.toba-cmt.ac.jp/enomoto/contents/smss.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

榎本 隆二 (ENOMOTO RYUJI)

鳥羽商船高等専門学校・制御情報工学科・
准教授

研究者番号：90203645

(2) 研究分担者

出江 幸重 (IZUE YUKISHIGE)

鳥羽商船高等専門学校・制御情報工学科・
准教授

研究者番号：80280402

(3) 連携研究者

なし