

令和 5 年 6 月 12 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2017～2021

課題番号：17H02854

研究課題名(和文)非線形波動方程式の大域ダイナミクス

研究課題名(英文)Global dynamics of nonlinear wave equations

研究代表者

中西 賢次(Nakanishi, Kenji)

京都大学・数理解析研究所・教授

研究者番号：40322200

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 9,300,000円

研究成果の概要(和文)：非線形波動を記述する様々な方程式の解について、波の分散性と非線形相互作用が強く競合することで生じる多様な時間大域挙動を特徴付けたり、初期値からの予測に当たる解の分類に成功した。また、そのような解析を行うための手法を開発した。具体的には、分散性波動に与える非線形性の影響が時間大域的に無視できない状況の発生について、方程式や解自体がソリトンなどを含む一般的な場合に拡張した。また、相互作用の一方の波動をポテンシャルと見なした線形方程式に対する一様時空評価を導出し、非線形解の分類に適用する手法を開発した。消散性波動に対しては、二重ソリトン近傍の解について大域挙動の完全分類を与えた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

非線形波動を記述する偏微分方程式は様々な物理現象に対して用いられているが、その純粋数学的な解析が大きく成功しているケースは物理的設定からかけ離れている事が多く、それらの方程式の特徴である多様な変化が生じるためには、非線形相互作用が分散性に対して弱過ぎる傾向にある。本課題の研究成果は、より物理的に自然な状況で、更に複雑な解を数学的に捉えるため、この分野の更なる発展に寄与すると期待される。特に非線形相互作用が分散性よりも台頭してくる状況で、より一般的な状況を扱うための理論設定や、複雑な漸近挙動の定式化、及び解析手法の枠組を与えたことは重要な進歩と考えられる。

研究成果の概要(英文)：For solutions of several equations describing nonlinear waves, we gave characterizations on various time-global behavior generated by strong competitions between wave dispersion and nonlinear interactions, and also classifications on solutions by initial data, which corresponds to predictions for the phenomena. Moreover, we developed methods for those mathematical analysis. Specifically, we extended the case where nonlinear interaction remains forever on dispersive waves such that the equation and/or the solution itself may include solitons etc. We also developed a method for the classification, deriving and using uniform and global space-time estimates for the linear equation where one of the interacting waves is regarded as a potential. For a dissipative equation, we gave a complete classification of global behavior for solutions near two solitons.

研究分野：偏微分方程式

キーワード：非線形波動 散乱理論 ソリトン 爆発解

1. 研究開始当初の背景

本研究課題での非線形波動方程式とは、非線形 Schrodinger 方程式や KdV 方程式など分散型を含む広義のもので、様々な物理状況での相互作用する波動の時間発展を記述する一群の非線形偏微分方程式である。それらの方程式は、線形部の効果(特に波の分散性)と非線形相互作用との競合により、初期状態を少し変えるだけでも、散乱・爆発・ソリトンなど、全く異なる挙動を示すことは古くから良く知られていた。その偏微分方程式としての解析は、分散性や Hamiltonian の構造等を利用する手法が近年かなり整備され、解の大きさを制限せず時間大域挙動を調べる事で、実際の物理現象に対応した解の多様性を数学的にも捉えられるようになりつつあり、特に、Euclid 空間の非線形 Schrodinger 方程式など、分散性が時空大域的に強く、非線形解構造の選別・局在化に働くような設定での進展は目覚ましいものであった。この方面の研究における指導原理である「ソリトン分解予想」は、非線形分散型方程式の一般的時間大域解について、時刻無限大で幾つかのソリトンと分散性波動の和へ分解する事を主張する。これは可積分系以外での証明は困難と思われていたが、Duyckaerts-Kenig-Merle はエネルギー臨界の波動方程式について、球対称という制限付きながら、全てのエネルギー有界な解に対し肯定的解答を与えた。小さな解については、ポテンシャル付き非線形 Schrodinger 方程式に対し、Cuccagna-Maeda が「Fermi 黄金律」の仮説付きながら、これまでの研究の決定版と言すべき一般的結果を与えた。また中西と Schlag の共同研究は、非線形 Klein-Gordon 方程式などについて、基底状態(最小エネルギーのソリトン)より少し上までのエネルギー制約下で、解の挙動を9通りに完全分類し、解の漸近状態だけでなく、途中の時間的遷移の様子も解明した。他方、具体的な解としては、無限個のソリトンの重ね合わせ、二重凝集爆発、時刻無限大での爆発や無限回振動など、複雑な解の構成が進みつつあった。

2. 研究の目的

広義の非線形波動方程式に対する様々な解の全体像を捉え、時間発展に基づいて解を分類し、それら解集合の位置関係や位相的構造、初期状態や方程式の影響を調べ、またその解析手法を開発する事を目指す。特に、大域分散性の散乱波や爆発解に加えて、ソリトン等の空間局在化した非線形構造が複数現れる設定で、大きな解の時間的変遷の解析と、新しいタイプの解の探索を中心的な課題とする。他方、一般的な解全体を効果的に捉える一つの手段として、ランダムな初期状態やノイズを含む方程式も考察し、確率0でも1でもない多様な非線形現象の確率的記述を目指す。また、空間無限遠への波動伝播と分散性を徐々に弱める方向から、波動乱流との関係についても調べる。

3. 研究の方法

非線形 Schrodinger 方程式や KdV 方程式など、分散性も非線形性も強く安定なソリトンを持つ方程式を主な対象に、中西と眞崎は、時空解析と変分法等を用いた解集合の分類及び構造解析、特異極限や位相的議論による新しいタイプの解の検証及び構成を目指す。同時に、中西と水谷は、スペクトル解析・作用素論等を用いて、線形化方程式に対する時間大域評価や固有値、散乱作用素について調べる。並行して中西は、解集合の確率的描像や、波動乱流との関係についても模索する。代表者と分担者は定期的に研究打ち合わせを行い、その他の情報交換やアイデア収集・醸成のため、海外の研究協力者を訪問・招聘し、国内外で研究集会を開催する。

4. 研究成果

非線形波動方程式に対する、分散性時間減衰を示す解やそのような波動成分について、非線形項がある程度強いと線形解から漸近挙動がズレることは、非線形修正散乱理論として古くから知られているが、解の挙動の多様性やソリトンとの関係から再検討し、幾つかの設定において理論の拡張に成功した。具体的には、1次元3次の非線形 Schrodinger 方程式について、眞崎は修正散乱理論を排斥的デルタポテンシャル付きの場合へ拡張した。他方、3次元臨界冪の一般斉次非線形項について、その絶対値部分が消えていない場合、通常位相修正による漸近形は成り立たないことを示した。また、空間2・3次元でゲージ不変の臨界非線形項を持つ Klein-Gordon 方程式に対し、複素数値解の場合に位相修正を超幾何関数で書き直し、また、解の存在する空間の滑らかさの範囲を拡張した。空間1・2次元の終値問題に対しても、複素数値の場合に楕円関数を用いて漸近形を与えた。

他方、中西は1次元で長距離型非線形項と時空依存の線形ポテンシャルを持つ Schrodinger 方程式の長時間挙動について調べ、解がソリトンの様な局在化部分と放射性部分に分解した場合、放射性部分が線形解に漸近することは無いことを証明した。局在部分の仮定は非常に一般的で、多重ソリトンやブリーザーなどの典型例だけでなく、時間減衰する速度で空間的に拡散する成分も許される。更に水谷はこの結果を一般の境界(接合)条件を持つ星型グラフ領域上に拡張した。証明の大筋は直線上の議論に従うが、線形散乱理論を用いて 0-Dirichlet 境界条件に帰着させる所がポイントである。これらの解の挙動を、ソリトンなども含めて具体的に記述するこ

とは今後の大きな課題として残された。長距離型相互作用下での線形評価としては、水谷が空間3次元以上で斥力 Coulomb ポテンシャルを持つ Schrodinger 方程式に対して時間大域 Strichartz 評価を証明した。先行研究はスケール則でポテンシャルが摂動と見なせる逆2乗の範囲に留まっていたが、スケール則を超えた所での時間大域的に非自明な線形挙動を、非線形に応用し易い評価で捉えられたことは理論的に大きな進展であり、今後の応用が期待される。

他方、スケール臨界な逆2乗の場合については、水谷は一般のポテンシャルについて局所平滑化効果と Strichartz 評価を組み合わせた時空間評価を証明した。また中西は、逆2乗の場合の Strichartz 評価について、Sobolev 指数での必要十分条件をある程度決定した。更に水谷は、線形散乱理論において、(修正) 波動作用素の Sobolev 正則性が上がるための十分条件を抽象的な枠組で導出した。例えば微分1階の場合、この条件は臨界特異性を持つ短距離型、滑らかな長距離型、一次元デルタ等のポテンシャルを含み、更に Schrodinger 方程式以外の分散型方程式にも適用できる。

上記のポテンシャルは時間に依存しない場合だが、中西は分散性の profile 分解の論法および球対称 Strichartz 評価の更なる平滑化効果を組み合わせることにより、4次元球対称の場合に、波動方程式を満たす二乗可積分ポテンシャルに対する大域的 Strichartz 評価を証明し、それを用いて Zakharov 系に対するエネルギー散乱と爆発を4次元球対称の場合に基底状態エネルギー未満まで拡張した。更に一様大域 Strichartz 評価は球対称の制限を外すことに成功し、それにより時間大域存在の結果も対称性制限無しに拡張された。球対称の条件を除くために本質的な役割を果たしたのが、空間非共鳴性を反映した(自由方程式に対する)双線形 Strichartz 評価である。また、concentration compactness における空間分離に対処するため、自由 Schrodinger 方程式の分散性減衰評価と局所平滑化効果を用いた。Zakharov 系は4次元では物理的な意味が無いが、ポテンシャル付きでの大きな解の大域解析は、非線形相互作用が大きい場合を扱うために今後さらなる発展が期待できる。

量子効果による4階項を含めた Zakharov 系について、中西と眞崎は時間大域挙動について考察し、ソリトンに対する変分法的特徴付けと、小さな解の散乱の結果を得た。これらは、安定・不安定のソリトンが共存する場合の大域挙動解析の第一歩である。中西は更に L2 解の初期値問題を考察し、局所・大域適切性および散乱について、成立する空間次元に関して古典系より大幅に改善されることを示した。方程式の斉次性が大きく壊れているため変分法による解の大域挙動の分類が難しいが、様々な大域挙動を示すモデルの一つとして更なる探求が望まれる。複数のスケールが混在する別のモデルとして、1次元のデルタポテンシャルと3次・5次の非線形項を持つ非線形 Schrodinger 方程式について、基底状態ソリトンの安定性を調べ、係数に応じて幾つかの場合に軌道安定性を示した。この方程式は、複数項の競合によりエネルギーと質量の最小化グラフが様々なパターンを持つにも拘らず具体的な形状が分かる所が特徴で、多彩な大域ダイナミクスを調べるモデルとして期待できる。

他方、1次元の吸引力的デルタポテンシャルと質量超臨界の非線形項の場合について、眞崎は小さなソリトンの漸近安定性を示し、大きいソリトンについても、線形化作用素のスペクトルに関する標準的条件の下で証明した。条件の検証は数値計算によるが、方程式の特殊性を生かした理論的証明も期待できる。質量劣臨界の非線形項については、スケール不変な負の Sobolev 空間に入る球対称解を調べ、反発性非線形項の場合には、臨界ノルムの大域有界性の仮定の下で散乱を示し、集約性の場合には、そのノルム上限値が最小となる非散乱解を構成した。更に、質量共鳴条件を満たす連立系について、解の大域挙動を分ける境界に対して保存則に依存しない特徴付けを与えた。質量劣臨界での大域挙動は未解明部分が大きく、今後の進展が望まれる。その散乱理論の終値問題について、非線形スケール則の呪縛を超える方策としてのランダム化を中西は考察し、質量空間のデータで所謂 Strauss 幕より低い非線形項まで確率1で散乱解の一意存在を示すことに成功した。特に3次元空間で2次幕まで扱えるようになったため、平面波近傍での終値問題にも適用することができた。ソリトンを含むような解への適用は今後の課題である。

基底状態などの最低閾値を大きく超えた所での大域解析として、中西は消散性非線形 Klein-Gordon 方程式について、基底状態2つの重ね合わせに近い初期値からの大域挙動を調べ、それらが異符号でかつ十分初期距離が離れている場合に、エネルギー空間での(小さな)開近傍からの挙動を5つに分類した。特に、時間減衰解と爆発解の境界は、漸近1ソリトン解集合の成す余次元1の2つの不変多様体を、漸近2ソリトン解集合の成す余次元2の不変多様体で繋いだもので与えられる。これは、多重ソリトン近傍での初期値に対する大域挙動を分類した初めての結果であり、結果自体は予想通りであるが、ソリトン分解予想に関する重要な進展と考えられる。また、その研究過程でソリトンの融合現象が初期値分類に対する障壁になることが判明した。

波動以外の方程式について、中西は2次元のエネルギー臨界である二乗指数型非線形項の熱方程式に対して初期値問題の強解一意性の崩れを示し、関連する Trudinger-Moser 不等式に対しては、最大化元の存在・非存在を分ける非線形項の境界を、第3項まで具体的な漸近展開で与えた。この第3項の導出はソリトン周りの線形化作用素を用いたものである。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計21件（うち査読付論文 21件 / うち国際共著 11件 / うちオープンアクセス 12件）

| | |
|---|-------------------------------|
| 1. 著者名 Inui Takahisa, Mizutani Haruya | 4. 巻 28 |
| 2. 論文標題 Scattering and asymptotic order for the wave equations with the scale-invariant damping and mass | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA | 6. 最初と最後の頁 33 pp |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00030-020-00671-7 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |
| 1. 著者名 Hamano Masaru, Masaki Satoshi | 4. 巻 41 |
| 2. 論文標題 A sharp scattering threshold level for mass-subcritical nonlinear Schrodinger system | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - A | 6. 最初と最後の頁 1415 ~ 1447 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2020323 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |
| 1. 著者名 Candy Timothy, Herr Sebastian, Nakanishi Kenji | 4. 巻 384 |
| 2. 論文標題 Global wellposedness for the energy-critical Zakharov system below the ground state | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 Advances in Mathematics | 6. 最初と最後の頁 107746 ~ 107746 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2021.107746 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |
| 1. 著者名 Guo Zihua, Nakanishi Kenji | 4. 巻 143 |
| 2. 論文標題 The Zakharov system in 4D radial energy space below the ground state | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 American Journal of Mathematics | 6. 最初と最後の頁 1527 ~ 1600 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1353/ajm.2021.0039 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |

| | |
|---|-------------------------------|
| 1. 著者名 Mizutani Haruya | 4. 巻 279 |
| 2. 論文標題 Strichartz estimates for Schrodinger equations with slowly decaying potentials | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Journal of Functional Analysis | 6. 最初と最後の頁 108789 ~ 108789 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2020.108789 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|---|-------------------------|
| 1. 著者名 Masaki Satoshi, Segata Jun-ichi, Uriya Kota | 4. 巻 139 |
| 2. 論文標題 Long range scattering for the complex-valued Klein-Gordon equation with quadratic nonlinearity in two dimensions | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Journal de Mathematiques Pures et Appliques | 6. 最初と最後の頁 177 ~ 203 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.matpur.2020.03.009 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|---|---------------------------|
| 1. 著者名 Masaki Satoshi, Murphy Jason, Segata Jun-ichi | 4. 巻 13 |
| 2. 論文標題 Stability of small solitary waves for the one-dimensional NLS with an attractive delta potential | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Analysis & PDE | 6. 最初と最後の頁 1099 ~ 1128 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/apde.2020.13.1099 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |

| | |
|---|-------------------------|
| 1. 著者名 Ibrahim Slim, Kikuchi Hiroaki, Nakanishi Kenji, Wei Juncheng | 4. 巻 380 |
| 2. 論文標題 Non-uniqueness for an energy-critical heat equation on R^2 | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Mathematische Annalen | 6. 最初と最後の頁 317 ~ 348 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-020-01961-2 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |

| | |
|---|---------------------------|
| 1. 著者名 Murphy Jason、Nakanishi Kenji | 4. 巻 41 |
| 2. 論文標題 Failure of scattering to solitary waves for long-range nonlinear Schrodinger equations | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - A | 6. 最初と最後の頁 1507 ~ 1517 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2020328 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |

| | |
|---|-----------------------|
| 1. 著者名 Satoshi Masaki | 4. 巻 B82 |
| 2. 論文標題 A survey on long range scattering for Schrodinger equation and Klein-Gordon equation with critical nonlinearity of non-polynomial type | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku Bessatsu | 6. 最初と最後の頁 103-135 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|---|-----------------------|
| 1. 著者名 Satoshi Masaki and Koki Sugiyama | 4. 巻 33 |
| 2. 論文標題 Optimal decay rate of solutions for nonlinear Klein-Gordon systems of critical type, Differential and Integral Equations | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Differential Integral Equations | 6. 最初と最後の頁 247-256 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名 Aoki Kazuki、Inui Takahisa、Mizutani Haruya | 4. 巻 21 |
| 2. 論文標題 Failure of scattering to standing waves for a Schrodinger equation with long-range nonlinearity on star graph | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Journal of Evolution Equations | 6. 最初と最後の頁 297 ~ 312 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00028-020-00579-w | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|---|-------------------------|
| 1. 著者名 Nakanishi Kenji, Yamamoto Takuto | 4. 巻 26 |
| 2. 論文標題 Randomized final-data problem for systems of nonlinear Schrodinger equations and the Gross-Pitaevskii equation | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Mathematical Research Letters | 6. 最初と最後の頁 253 ~ 279 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4310/MRL.2019.v26.n1.a12 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|-----------------------|
| 1. 著者名 Fang Yung-Fu, Nakanishi Kenji | 4. 巻 6 |
| 2. 論文標題 Global well-posedness and scattering for the quantum Zakharov system in L^2 | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Proceedings of the American Mathematical Society, Series B | 6. 最初と最後の頁 21 ~ 32 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/bproc/42 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |

| | |
|---|-------------------------------|
| 1. 著者名 Ibrahim S., Masmoudi N., Nakanishi K., Sani F. | 4. 巻 278 |
| 2. 論文標題 Sharp threshold nonlinearity for maximizing the Trudinger-Moser inequalities | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Journal of Functional Analysis | 6. 最初と最後の頁 108302 ~ 108302 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2019.108302 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |

| | |
|---|-----------------------|
| 1. 著者名 R. Killip, S. Masaki, J. Murphy, and M. Visan | 4. 巻 39 |
| 2. 論文標題 The radial mass-subcritical NLS in negative order Sobolev spaces | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems A | 6. 最初と最後の頁 553-583 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2019023 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 該当する |

| | |
|---|-----------------------|
| 1. 著者名 S. Masaki, and S. Miyazaki | 4. 巻 32 |
| 2. 論文標題 Nonexistence of scattering and modified scattering states for some nonlinear Schrodinger equation with critical homogeneous nonlinearity | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Differential Integral Equations | 6. 最初と最後の頁 121-138 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名 Zihua Guo, Ji Li, Kenji Nakanishi and Lixin Yan | 4. 巻 265 |
| 2. 論文標題 On the boundary Strichartz estimates for wave and Schrodinger equations | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 Journal of Differential Equations | 6. 最初と最後の頁 5656-5675 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2018.07.010 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) | 国際共著 該当する |

| | |
|---|--------------------|
| 1. 著者名 Satoshi Masaki, Jason Murphy, Jun-Ichi Segata | 4. 巻 rny011 |
| 2. 論文標題 Modified Scattering for the One-Dimensional Cubic NLS with a Repulsive Delta Potential | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 International Mathematics Research Notices | 6. 最初と最後の頁 1-27 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rny011 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 該当する |

| | |
|--|-----------------------|
| 1. 著者名 Haruya Mizutani | 4. 巻 146 |
| 2. 論文標題 Global-in-time smoothing effects for Schrodinger equations with inverse-square potentials | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 Proc. Amer. Math. Soc. | 6. 最初と最後の頁 295-307 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/proc/13729 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|-----------------------|
| 1. 著者名 Zihua Guo, Zaher Hani, Kenji Nakanishi | 4. 巻 359 |
| 2. 論文標題 Scattering for the 3D Gross-Pitaevskii Equation | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 Communications in Mathematical Physics | 6. 最初と最後の頁 265-296 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-017-3050-3 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |

〔学会発表〕 計2件 (うち招待講演 2件 / うち国際学会 2件)

| |
|--|
| 1. 発表者名 Kenji Nakanishi |
| 2. 発表標題 Global wellposedness for the Zakharov system in 4D below the ground state |
| 3. 学会等名 International Workshop on Recent Advances in Nonlinear Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Kenji Nakanishi |
| 2. 発表標題 Global dynamics around two solitons for the damped nonlinear Klein Gordon equation |
| 3. 学会等名 Long Time Behavior and Singularity Formation in PDEs; Part III (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2021年 |

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

| | 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
|-------|--|---------------------------------------|----|
| 研究分担者 | 水谷 治哉 (Mizutani Haruya) (10614985) | 大阪大学・理学研究科・准教授 (14401) | |

6. 研究組織（つづき）

| | 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
|-------------------|--|---|----|
| 研究 分 担 者 | 眞崎 聡 (Masaki Satoshi) (20580492) | 大阪大学・基礎工学研究科・准教授 (14401) | |

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 | | | |
|---------|----------------------------------|--|--|--|
| 台湾 | National Cheng Kung University | | | |
| 米国 | Courant Institute | | | |
| カナダ | University of Victoria | | | |
| イタリア | Universita degli Studi di Milano | | | |
| オーストラリア | Monash University | | | |
| ドイツ | Bielefeld University | | | |