

科学研究費助成事業（基盤研究（S））研究進捗評価

課題番号	17H06127	研究期間	平成29(2017)年度 ～令和3(2021)年度
研究課題名	代数幾何と可積分系の融合 - 理論の深化と数学・数理解物理学における新展開 -	研究代表者 (所属・職) (令和5年3月現在)	齋藤 政彦 (神戸大学・数理・データサイエンスセンター・教授)

【令和2(2020)年度 研究進捗評価結果】

評価	評価基準
A+	当初目標を超える研究の進展があり、期待以上の成果が見込まれる
○ A	当初目標に向けて順調に研究が進展しており、期待どおりの成果が見込まれる
A-	当初目標に向けて概ね順調に研究が進展しており、一定の成果が見込まれるが、一部に遅れ等が認められるため、今後努力が必要である
B	当初目標に対して研究が遅れており、今後一層の努力が必要である
C	当初目標より研究が遅れ、研究成果が見込まれないため、研究経費の減額又は研究の中止が適当である

(意見等)

本研究は、バブルヴェ方程式等の可積分系に表れる相空間を放物接続のモジュライ空間として捉え、接続のモノドロミー保存変形の方程式の解や  $\tau$  関数の漸近展開、特に WKB 解析を  $h$ -接続のモジュライ理論として、自然に定式化し、数学的に深く理解することを目的としている。モノドロミー保存変形の漸近展開の幾何学の確立を目指す課題では、これまでに、分岐する不確定特異点を許す接続の場合への代数幾何学的基本定理の拡張など多くの成果が上がっている。また、高次元双有理幾何学の研究とその可積分系への応用を目指す課題や、種々の量子不変量とモジュライ空間やミラー対称性の数学的理解を深める課題においても重要な進展が認められる。なかでも、幾何学的ラングランズ対応に関する研究において、発展性のある研究結果が得られており、今後の研究の進展が期待できる。大規模な研究組織であるにもかかわらず、研究代表者の指導的な組織力が十分に発揮され、有機的に統合された構想のもとに多数の具体的な研究成果が着実に上がっている点は高く評価できる。

【令和5(2023)年度 検証結果】

検証結果	当初目標に対し、期待どおりの成果があった。
A	モノドロミー保存変形と漸近展開の幾何学という方向性では、ヒッグス場のモジュライ空間の標準座標の理論の研究が大きく進んだ。放物接続のモジュライ空間の詳細な記述を与えるなど、多くの応用が見込まれる重要な成果である。高次元双有理幾何学との関連についても、ある曲面上のモジュライ空間の双有理変換がフーリエ-向井変換と関係することを突き止めるなど、数学的理解を深める多くの成果が得られている。量子不変量やミラー対称性についても、モノドロミー保存変形の観点から数学的基礎付けを深めることに成功している。2020年3月までは、神戸大学・京都大学数理解析研究所・ブルゴーニュ大学（フランス）などで国際ワークショップや国際研究会を行い、国内外の多くの数学者を巻き込んで研究を進めたが、新型コロナウイルス感染症の影響のため2020年度以降は研究計画の一部を変更せざるを得なかった。しかし、オンラインによるセミナーや、対面とオンラインの併用による国際研究会（MSJ-Seasonal Institute）を開催し、影響を最低限に食い止めた点は高く評価できる。