研究成果報告書 科学研究費助成事業



今和 元 年 5 月 1 3 日現在

機関番号: 13903

研究種目: 研究活動スタート支援

研究期間: 2017~2018 課題番号: 17H06758

研究課題名(和文)非凸性及び相関を有するスパースモデリングに対する統計力学的アプローチ

研究課題名(英文)Statistical-mechanical approach for nonconvex compressed sensing and sparse modeling for correlated signals

研究代表者

高邊 賢史 (Takabe, Satoshi)

名古屋工業大学・工学(系)研究科(研究院)・助教

研究者番号:60804218

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 2.000,000円

研究成果の概要(和文):本研究課題では、高次元データから疎な構造を抽出する方法論であるスパースモデリングの適用範囲拡大のため、非凸正則化に注目し、(1)その解空間の構造の統計力学的解析と、(2)深層学習の手法を利用した信号復元アルゴリズムの開発を推進した。 主要な成果として、非凸Lqノルム正則化は典型的に正しい解を得るのが困難な問題であることを明らかにした。また、既存の反復アルゴリズムの構造を活用し、そのパラメタを深層学習によって調節する学習可能アルゴリズムを提案し、従来手法と比較して収束速度と信号復元精度の両面で優れた性能を発揮することを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義 本研究課題の遂行により、非凸なスパースモデリングに対する統計力学的描像の深化に貢献した。また、学習可能信号復元アルゴリズムの提案は、従来手法と比較して大きな性能改善を達成しており、非凸なスパースモデリングに対する実用的なアルゴリズム設計の有力なアプローチであることが示された。同時に、研究成果は学習による性能改善の原理の解明等の新たな理論的課題も提示している。スパースモデリングはビッグデータ解析だけでなく、類似の数理構造が画像解析や無線通信で現れる等応用範囲の広い統計的手法である。今後、それらの分野への統計力学的解析や学習可能アルゴリズムによるアプローチの展開が見込まれる。

研究成果の概要(英文): The aim of this research project is to extend the application of the sparse modeling that is a well-known strategy to extract a sparse structure from high-dimensional data. In the project, we examined (1) a structure of the solution space of the non-convex Iq-norm regularization using statistical mechanics and (2) trainable iterative signal recovery algorithm by deep learning techniques. As a results, it is showed that correctly solving the Iq-norm regularization is typically hard. In

addition, we proposed trainable iterative algorithms based on a structure of an existing algorithm whose parameters can be tuned by deep learning techniques. The results show that the proposed algorithm is superior to other algorithms in terms of convergence speed and signal recovery performance.

研究分野: 情報統計力学

キーワード: 統計力学 圧縮センシング 情報統計力学 レプリカ法

様 式 C-19、F-19-1、Z-19、CK-19(共通)

1.研究開始当初の背景

実社会、科学、工学において蓄積され続ける高次元データからの法則抽出は重要な課題であるが、従来的な人間の直感的抽出は限界を迎えつつある。統計的機械学習におけるスパースモデリング (SpM) は高次元データから疎な構造を抽出する方法論であり、法則の抽出を目指すデータ駆動科学へ展開され注目を集めている。SpM は本来非凸な最適化問題(最適解を得ることが現実的に困難)として定式化されるため、解探索が容易な凸問題への緩和(置換)が多用される。凸な SpM に対しては、多くの解析やアルゴリズムが存在し、現在も活発な研究がなされている。一方で、強力な方法論である SpM の適用範囲拡大のためには、構造抽出に要する観測数や計算量の更なる低減が必要である。それを実現する手段として、非凸 SpM やデータや観測のもつ相関を考慮した推定効率化が近年注目されている。

最適化問題は統計力学におけるスピン系として記述でき、特にスピングラス理論に基づく平均場近似は最適化問題の研究に多く用いられてきた。この統計力学的アプローチは、最適化問題に対するアルゴリズムの提案という実用面と、ランダム化した問題の平均的性質の解析という数理面の両面を深化できる特色をもつ。研究代表者はこれまで様々な非凸最適化問題に対して近似アルゴリズムの提案とその平均近似精度の評価を行い、統計力学的アプローチが非凸最適化問題に対する強力な手法であることを明らかにしてきた。また、他の有力なアプローチとして深層学習に基づく信号復元アルゴリズムの提案も活発になっている。その性能は理論的には必ずしも明らかではないが、十分な訓練データを使用することで既存の非学習アルゴリズムよりも高い推定性能を発揮することが知られている。しかし、その多くは凸な SpM に基づいており、非凸 SpM への適用が課題として残されている。

2.研究の目的

本研究課題は SpM における非凸正則化や相関の要素に着目し、統計力学的アプローチによる低観測数アルゴリズム提案と数理の深化を目指す。これにより、データ駆動科学等における SpM の適用範囲拡大に寄与する。次節に述べるように、本研究では非凸正則化として Lq ノルム正則化(図1)に注目し、そのアルゴリズム設計に深層学習を組合せることで既存の凸な SpM や非学習アルゴルリズムと比較して高い推定性能を有する SpM アルゴリズムの提案を目指した。

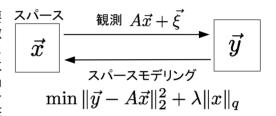


図 1: 非凸 Lq ノルム正則化を用いた圧縮 センシングの例

3.研究の方法

本研究課題は、(1) Lq ノルム正則化の統計力学的解析と(2) 深層学習を利用した学習可能アルゴリズムの開発の2つからなる。以下で各項目を詳述する。

(1) Lq ノルム正則化の統計力学的解析

従来の研究ではレプリカ対称性と呼ばれる平均場近似上の仮定に基づいた解析がなされてきたものの,非凸最適化問題である本問題ではレプリカ対称性の破れ、つまりレプリカ対称仮定が成立しない状況が予想される。本研究では、スピングラス理論(レプリカ法)の解析手法である Almeida-Thouless (AT)条件を利用し、レプリカ対称性の成否を調べた。ただし、一般にLq(q<1)ノルムに対応する射影演算子は非連続性を有するため直接の解析は困難である。そこで、解くべき系が統計力学的に零温度極限に対応することから、有限温度系に対応するソフト化した射影演算子を構成し、その漸近的な挙動を考察した。

(2)深層学習を利用した学習可能アルゴリズムの開発

(1)で示された Lq 正則化問題のレプリカ対称性の破れは問題を正確に解くことが典型的に困難であることを示唆する。そのため、典型的な近似精度の高いアルゴリズムの提案が重要である。アルゴリズム設計の方針の1つとして、統計力学的な平均場近似である、いわゆる1段階レプリカ対称性の破れを考慮したサーベイ・プロパゲーションを利用することが考えられる。しかし、この方針に基づく研究が研究期間中にフランスのグループから提案されたため、本研究では別のアプローチとして深層学習の利用を検討した。

本研究では、訓練コストを減少させるため、通常の深層ニューラルネットワークではなく、 反復アルゴリズムに深層学習を組合せる手法を検討した。この手法では、既存の反復アルゴリズムの処理過程を深層ネットワークに展開し、アルゴリズム内の調節すべきパラメタ(勾配法におけるステップサイズパラメタ等)を深層学習の手法により自動的に最適化する。これにより、深層ニューラルネットワークと比較して少数の学習パラメタを有する学習可能反復アルゴリズムが構成可能である。本研究では、凸正則化、非凸正則化の各々を解く反復アルゴリズムをベースとした学習可能反復アルゴリズムを設計し、その収束速度や信号復元性能を数値的に検証した。

4. 研究成果

(1) Lg ノルム正則化の統計力学的解析

AT 条件の使用により、従来研究では正しく検証されていなかった非凸ノルム正則化におけるレプリカ対称性の破れを明らかにした。特に、レプリカ対称性の破れは統計力学模型の零温度極限に対応する射影演算子の非連続性に起因することが明らかとなった。この結果は非凸 Lq ノルム正則化を解く反復アルゴリズムの性能がその初期解の選び方に強く依存することを示唆する。本成果は日本物理学会にて報告された(〔学会発表〕8)。

(2)深層学習を利用した学習可能アルゴリズムの開発

凸なL1正則化に対する学習可能反復アルゴリズム

L1 正則化は凸な SpM の代表例であり、多くのアルゴリズムが提案されている。L1 正則化に対する反復アルゴリズムの課題としては、収束に至る反復回数の減少(収束速度の向上)と雑音除去性能が挙げられる。本研究では、L1 正則化に対する最新の反復アルゴリズムであるOrthogonal Approximate Message Passing (OAMP)をもとに、学習可能パラメタを適切に付与することで OAMP よりも収束速度と信号復元性能を向上可能な学習可能反復アルゴリズム (Trainable ISTA)を提案した。先行研究と比較すると、提案手法は学習すべきパラメタの個数のオーダーを減少させることに成功しており、高いスケーラビリティを有するとともに優れた信号復元性能を発揮することが明らかとなった。また、相関のあるデータに対する圧縮センシングの例として手書き文字画像の復元を行った所、この場合でも既存手法に対して優位であることが明らかとなった。以上の結果は査読付き論文(「雑誌論文」1) および査読付き国際会議(「学会発表」5) 国内会議(「学会発表」2、11)等で発表された。

非凸正則化に対する学習可能反復アルゴリズム

研究成果(1)から示唆されるように、非凸正則化ではアルゴリズムが典型的に正しい推定解へ収束することが困難な場合がある。本研究では非凸正則化である Lq ノルム正則化と SCAD 正則化に対する近似的メッセージパッシングに着目し、学習可能反復アルゴリズムを設計した。まず、Lq ノルム正則化では、対応する射影演算子の非連続性が学習に悪影響を及ぼすことを確認したため、(1)で考察したソフト化した射影演算子を利用した。この場合、学習可能反復アルゴリズムは良い信号復元性能を示すものの、学習コストが比較的高いという問題が生じた。そこで、別の非凸正則化手法として知られる SCAD 正則化を用いた学習可能反復アルゴリズムを検討した。その結果、 の L1 正則化では理論的に信号復元が不可能な問題設定において、SCAD 正則化に基づく学習可能反復アルゴリズムは高い信号復元性能を発揮することを数値的に確認した。この結果は日本物理学会にて発表された(〔学会発表〕7)。

(3) その他の成果

工学上の各種問題に対する統計力学的な解析手法の応用を検討した.具体的には,無線通信分野における双方向通信路に対する低密度パリティ検査符号の典型性能解析やアドホック無線センサネットワークにおけるセンサノード故障に対する連結性についての解析が挙げられる(〔雑誌論文〕2、3、〔学会発表〕4等。これらの解析は、幅広い系の相転移現象の解析や有限系に対する近似理論の構築に対して、統計力学的な平均場近似が有効であることを示している。

5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計3件)

- 1. D. Ito, <u>S. Takabe</u>, and T. Wadayama, "Trainable ISTA for Sparse Signal Recovery," IEEE Transactions on Signal Processing vol. 67 (12) pp.3113 3125, 2019 [査読有り] DOI: 10.1109/TSP.2019.2912879
- 2. <u>S. Takabe</u>, T. Nakano, and T. Wadayama, "Fault Tolerance of Random Graphs with respect to Connectivity: Mean-field Approximation for Semi-dense Random Graphs," accepted to Physical Review E, 2019 [査読有り]
- 3. <u>S. Takabe</u> and T. Wadayama, "Approximation Theory for Connectivity of Ad Hoc Wireless Networks with Node Faults," accepted to IEEE Wireless Communications Letters, 2019 [査読有り]

DOI: 10.1109/LWC.2019.2912610

[学会発表](計20件)

1 . <u>高邊 賢史</u> , 和田山正 ,「ランダム幾何グラフ上の確率的ノード除去モデルの連結性に対する平均場解析」日本物理学会第 74 回年次大会 , 2019

- 2 . 高邉賢史 , 和田山正 , 「Trainable ISTA ~ 深層学習を利用した疎信号復元反復アルゴリズ ム ~ 」, 電子情報通信学会信号処理研究会, 2019
- 3.今西 真之,高邉 賢史,和田山 正,「大規模過負荷MIMO通信に適した深層学習を用いた反 復検出法」, 電子情報通信学会第 41 回情報理論とその応用シンポジウム (SITA2018), 2018
- 4 . Satoshi Takabe, and Tadashi Wadayama, "Connectivity of Ad Hoc Wireless Networks with Node Faults, "2018 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM), 2018 [査読有り] DOI: 10.1109/TSP.2019.2912879
- 5 . Daisuke Ito, Satoshi Takabe, and Tadashi Wadayama, "Trainable ISTA for Sparse Signal Recovery, " 2018 IEEE International Conference on Communications Workshops (ICC Workshops), 2018 「査読有り」

DOI: 10.1109/ICCW.2018.8403660

- 6.今西真之,高邉賢史,和田山正,「大規模過負荷 MIMO 通信における深層学習を用いた反復 検出法」,革新的無線通信技術に関する横断型研究会 (MIKA2018), 2018
- 7. 高邉賢史, 和田山正, 樺島祥介, 「圧縮センシングのための非凸ノルムを用いた学習可能ア ルゴリズム」, 日本物理学会秋季大会, 2018
- 8. 高邉賢史,和田山正,樺島祥介,「非凸 Lq ノルム正則化項をもつ圧縮センシングの統計力 学的解析」, 日本物理学会第73回年次大会, 2018
- 9 . Satoshi Takabe, and Tadashi Wadayama, "k-connectivity of Random Graphs and Random Geometric Graphs in Node Fault Model, "International Symposium on Information Theory and Its Applications (ISITA), 2019 [査読有り]

DOI: 10.23919/ISITA.2018.8664381

- 1 0 . Satoshi Takabe, Takafumi Nakano, and Tadashi Wadayama, "Mean-field Analysis of Network Reliability with respect to Connectivity against Stochastic Node Removals," American Physics Society March Meeting, 2018
- 11.伊藤 大輔,高邉 賢史,和田山 正,「スパース信号復元のための Trainable ISTA」,電 子情報通信学会第 40 回情報理論とその応用シンポジウム(SITA2017), 2017
- 12 高邊 賢史「組合せ最適化問題に対する近似アルゴリズムの典型性能評価と相転移現象」, 日本オペレーションズ・リサーチ学会「最適化の基盤とフロンティア」研究部会 第 13 回研究 会,2017
- 13. 高邉 賢史,中野 貴文,和田山 正,「ネットワーク上のノード故障時の連結性に関する 相転移現象の平均場解析」, 日本物理学会秋季大会, 2017

他7件

〔図書〕(計0件) なし

〔産業財産権〕 出願状況(計0件)

取得状況(計0件) なし

[その他]

ホームページ http://researcher.nitech.ac.jp/html/100000630 ja.html

6. 研究組織

(1)研究分担者 研究分担者氏名: ローマ字氏名:

所属研究機関名:

部局名:

職名:

研究者番号(8桁):

(2)研究協力者 研究協力者氏名: ローマ字氏名:

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。