

令和 6 年 6 月 13 日現在

機関番号：12501

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2023

課題番号：17K00005

研究課題名（和文）古典論理に基づく計算系とその性質の検証

研究課題名（英文）Verification of Properties of Classical Calculi

研究代表者

桜井 貴文（SAKURAI, Takafumi）

千葉大学・大学院理学研究院・教授

研究者番号：60183373

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,000,000円

研究成果の概要（和文）：本研究の目的は古典論理に基づく計算系に関する様々な性質を研究することであったが、まずその土台となる伝統的ラムダ計算の性質を検証系minlogを使って証明していく過程で、簡約が同値関係になるというよく知られた定理に新しい証明があることに気付いた。同値関係になることの証明のうち困難なのは対称律であるが、簡約を行うときに必要な名前替えの動きを詳しく分析することにより変数の衝突回避がどのような順序で起こるかを正確に把握することができる。すると、衝突回避のための変数の名前替えを単純なものに分解できるので、それを逆にたどることにより注目する簡約を逆にたどる簡約を構成することができる。

研究成果の学術的意義や社会的意義

伝統的ラムダ計算は20世紀初頭から研究されており、現代の多くの計算系の土台になるものである。伝統的ラムダ計算において簡約が同値関係になるという基本的な定理は古くからよく知られており様々な方法で証明されているが、それにも関わらずまだ新しい証明があることは驚きであった。簡約では変数の衝突を防ぐために変数の名前替えを行うが、それは代入の特別な場合とみなすことができ、代入の過程を詳しく把握することにより変数の名前替えを単純なものに分解し、それを利用して簡約の性質を考えるとというアプローチは今までに見られなかったアイデアであり、変数の名前替えについて新しい知見を得ることができた。

研究成果の概要（英文）：The purpose of this research is to study various properties of computational systems based on classical logic. But, in the process of first proving the properties of traditional lambda calculus, which is the foundation of this, using the verification system minlog, we realized that there is a new proof of the well-known theorem that β -reduction becomes an equivalence relation. The symmetry law is the most difficult to prove when proving that an equivalence relation exists, but by closely analyzing the renaming required when performing β -reduction, we can accurately determine the order in which variable collision avoidance occurs. Then, we can decompose the variable renaming required for collision avoidance into simpler ones, and by tracing them in reverse, we can construct an β -reduction that reverses the β -reduction of interest.

研究分野：計算の論理と意味、プログラム意味論

キーワード：ラムダ計算 同値 古典論理 証明検証系 minlog

1. 研究開始当初の背景

(1) 本研究の当初の目的は古典論理に基づく計算系に関する様々な性質を研究することであり、 $\bar{\lambda}\mu$, $\bar{\lambda}\mu$ -CBN, λ^{\wedge} といった古典論理の計算系の性質やその間の翻訳等に取り組む予定であった。一方で、本研究代表者は平成 29 年度に開始した「クラス理論に基づく自己拡張可能なソフトウェア検証体系の深化」(代表者:佐藤雅彦)という科研費の研究課題の分担者になっていたが、その研究課題では、ラムダ計算を改良・発展させた計算系を開発するために minlog を使ってその計算系の性質を証明している。さらにその研究課題では minlog を使ってその計算系と伝統的ラムダ計算 [B84] の関係を明かにした。伝統的ラムダ計算は古典論理の計算系に含まれるので、その研究で開発している技術は本研究に応用できるという見込みの下にその分担研究課題に取り組んでいた。特に、伝統的ラムダ計算における代入の性質を調べることは当初の目的のひとつである古典論理の計算系を実現するたても抽象機械の設計のヒントにもなるので、伝統的ラムダ計算での研究を優先した。

2. 研究の目的

(1) 研究開始当初の目的は古典論理に基づく計算系の研究であったが、上に記した伝統的ラムダ計算の研究の過程で、 α 簡約が同値関係になるというよく知られた定理 [HS08] に新しい証明があることに気付いた。同値関係になるになることの証明のうち困難なのは対称律であるが、 α 簡約を行うときに必要な名前替えの動きを詳しく分析することにより変数の衝突回避がどういう順序で起こるかを正確に把握することができる。すると、衝突回避のための変数の名前替えを単純なものに分解できるので、それを逆にたどることにより注目する α 簡約を逆にたどる α 簡約を構成することができる。このような視点での名前替え(代入の特別な場合)の分析はこれまでに見られなかったので、名前替えの過程の詳細をきちんと把握することを目的とする。

3. 研究の方法

(1) 共同研究者や関連する研究をしている方と互いに訪問して研究打ち合わせをしたり、研究集会等での発表や面会を通じて議論を行なった。

4. 研究成果

(1) ラムダ計算における代入 $[N/x]M$ (M の自由変数 x を N で置き換える) の定義のうち M がラムダ抽象 $\lambda_y K$ のときの定義を記すと

$$[N/x](\lambda_y K) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \lambda_y K & (x \equiv y) \\ \lambda_y [N/x]K & (x \not\equiv y, y \notin FV(N)) \\ \lambda_w [N/x]([w/y]K) & (x \not\equiv y, y \in FV(N) \text{ かつ} \\ & w \notin FV(K), w \notin FV(N), w \not\equiv x) \end{cases}$$

となり、3 番目の変数の衝突が起こる場合である。(ただし w は条件を満たす変数を一定の仕方で取り出す。)

名前替えを代入を使って定義するとき、項 $\lambda_z K$ 中の自由変数 x を変数 z に名前替えする手順は $[z/x](\lambda_z K)$ によって実現できるが、これを代入の定義に沿って普通に読むと、まず M 中の自由変数 z を新しい変数 w に置き換え次に変数 x を新しい変数 z に置き換えるという 2 段階を経て新しいラムダ項 $\lambda_w [z/x]([w/z]K)$ を得る、ということになる。これをさらに詳しく以下のような観察ができる。

x と z は異なる変数とし、項 $\lambda_z K$ 中の自由変数 x に変数 z を代入する場合、 K が

$$\dots x \dots z \dots$$

のように x と z が自由に出現する形だったら、

(i) K 中の z を新しい変数 w に置き換え(変数の衝突を避ける処理)

$$\dots x \dots w \dots$$

(ii) x を z に置き換える

$$\dots z \dots w \dots$$

という 2 段階の手順を踏んで $\lambda_w \dots z \dots w \dots$ を得る、ということになる。しかし、さらに K が

$$\dots x \dots z \dots (\lambda_z \dots x \dots z \dots) \dots$$

というように λ_z を含んでいる形だった場合、(i) では K に自由に出現する z を w に置き換えることになるので

$$\dots x \dots w \dots (\lambda_z \dots x \dots z \dots) \dots$$

という形になる。そして (ii) での「置き換え」は単純な置き換えではなく本当は代入で、左から代入していくとするとまず

$$\dots z \dots w \dots (\lambda_z \dots x \dots z \dots) \dots$$

となって、さらに右の x に代入しようとする、再度 z を新しい変数 w' に置き換えるという衝突回避処理がここでも必要になり (全体から見ると)

$$\dots z \dots w \dots (\lambda_{w'} \dots x \dots w' \dots) \dots$$

という形になって、 x を z に置き換えることになるが、さらに λ_z がネストしていたら、、、というように続いていく。代入を普通に定義すると単純に2ステップで終わるのではなくこのような動きになることに注意する必要がある。実際、 α 簡約関係が反射的であるという定理を、 α 簡約関係を変数の衝突が起こらない単純な α 簡約関係の列に分解してその列を逆転したものを逆向きの α 簡約関係として構成するという方針で証明をしたのであるが、それには衝突回避のための新しい変数への置き換え処理がいつどこで出現するかを正確に記述する必要がある、最初の (i) が終了した段階で衝突回避処理はすべて終了していると思ってしまうと証明に苦勞することになる。本研究では minlog を使った計算機上での検証により見落していたケースに気付くことができたのが成果であった。

<引用文献>

[B84] H. Barendregt, The Lambda Calculus, Its Syntax and Semantics (revised ed.), North-Holland, 1984.

[HS08] J.R. Hindley and J.P. Seldin, Lambda-Calculus and Combinators, an Introduction, Cambridge University Press, 2008.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Kentaro Kikuchi, Takahito Aoto, Isao Sasano	4. 巻 21
2. 論文標題 Inductive Theorem Proving in Non-terminating Rewriting Systems and Its Application to Program Transformation	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of the 21st International Symposium on Principles and Practice of Declarative Programming (PPDP 2019)	6. 最初と最後の頁 13:1 ~ 13:14
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3354166.3354178	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Makoto Hamana, Tatsuya Abe, Kentaro Kikuchi	4. 巻 187
2. 論文標題 Polymorphic computation systems: Theory and practice of confluence with call-by-value	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Science of Computer Programming	6. 最初と最後の頁 102322 ~ 102322
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.scico.2019.102322	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kentaro Kikuchi, Takahito Aoto and Yoshihito Toyama	4. 巻 10483
2. 論文標題 Parallel closure theorem for left-linear nominal rewriting systems	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Lecture Note in Computer Science (Proceedings of FroCoS 2017)	6. 最初と最後の頁 115-131
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-66167-4_7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計1件（うち招待講演 0件/うち国際学会 0件）

1. 発表者名 菊池健太郎, 篠埜功
2. 発表標題 無限のデータを含む等式に対する帰納的定理証明
3. 学会等名 日本ソフトウェア科学会第35回大会
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担 者	菊池 健太郎 (KIKUCHI Kentaro) (40396528)	東北大学・電気通信研究所・助教 (11301)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------