

令和 2 年 5 月 26 日現在

機関番号：13301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K00010

研究課題名(和文) 仕事関数の解析的取扱いによる最適オンラインアルゴリズムの設計

研究課題名(英文) Design of Optimal Online Algorithms by Analytical Estimation of Work Functions

研究代表者

松林 昭 (Matsubayashi, Akira)

金沢大学・電子情報通信学系・准教授

研究者番号：10282378

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：高性能オンラインアルゴリズムについて研究し、次の通り成果を得た。まず、ページ移動問題と呼ばれるオンライン問題に対して、ユークリッド空間上で既存の性能を上回るアルゴリズムを提案した。また、 k -外平面グラフと呼ばれる構造を持つネットワークのランダムな木ネットワークによるより良い近似を与えることによって、数多くのオンライン問題に対して k -外平面グラフ上で既存の性能を上回るアルゴリズムを得た。この近似は様々な最適化問題に対する近似アルゴリズムも与える。

研究成果の学術的意義や社会的意義
オンライン問題の幅広いクラスに対して既存研究を超える性能のアルゴリズム、ならびに様々な最適化問題に対する近似アルゴリズムを与えており、学術的に意義がある。これらのオンライン問題は現時点までに得られた情報のみから将来に渡ってコストを最小化するようなシステム構築や運用に付随する、困難であるが現実的に重要な課題の解決方法を提示するもので、社会的にも意義がある。

研究成果の概要(英文)：We studied online algorithms and obtained the following results. First, we proposed an algorithm improving the previous algorithms for the page migration problem on the Euclidean space. Then, through a better embedding of k -outer planar graphs into random tree networks, we obtained online algorithms improving the previous algorithms for various online problems. This embedding also gives a better approximation algorithms for various problems.

研究分野：離散構造とアルゴリズム

キーワード：オンラインアルゴリズム ページ移動問題 k -外平面グラフ

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

「オンラインアルゴリズム」とは入力データが一つずつ逐次的に与えられ、その都度解を出力しなければならないという制約があるアルゴリズムのことである。オンラインアルゴリズムは入力データがあらかじめ全て判明していることが期待できないような、例えば、ジョブスケジューリングやキャッシュ管理などの応用に対して必要不可欠な枠組みである。一方で、入力データが一度に全て与えられて解を出力するアルゴリズムは「オフラインアルゴリズム」と呼ばれる。オンラインアルゴリズムの性能は「競合比」と呼ばれる、最適なオフラインアルゴリズムとのコスト比の最悪値で評価される。

オンラインアルゴリズムの設計手法の一つとして、「仕事関数(work function)」を用いるものがある。仕事関数とは、ある時点までに到着した入力データを全て処理した上で、アルゴリズムが選択し得る各状況に至るまでの最適オフラインアルゴリズムのコストである。仕事関数は、入力データが到着するごとに動的計画法と呼ばれる方法で更新しながら計算できるため、オンラインアルゴリズムが自身の選択を決定するための判断材料として用いることができる。

仕事関数は、距離的タスクシステム(metrical task system: MTS)と呼ばれる抽象化されたオンライン問題のアルゴリズムを設計するために初めて導入され[Borodin et al., J.ACM, 39, 1992], また MTS の一種である「 k サーバ問題」や「ページ移動問題」のある特別なケースに対する現在知られる最良のアルゴリズムの設計に利用された[Koutsoupias et al., J.ACM, 42, 1995][Chrobak et al., J.Alg., 24, 1997][Matsubayashi, Algorithmica, 2015]。しかし、問題を MTS に限定しても未解決問題は数多く残されている。

2. 研究の目的

申請者が提案したページ移動問題の特別なケースに対するアルゴリズムは、仕事関数を連続閉曲線上に拡張し、各点の片側微分係数が求めるといふ新しい手法が用いられていた。この手法をさらに広く応用し、次のような様々な問題に対して高性能オンラインアルゴリズムを設計することが目的であった。

(1) 一般の場合のページ移動問題

ここでページ移動問題とは、ネットワーク、ページと呼ばれるデータが最初に配置されているネットワークのノード、ページへのアクセス要求を発行するノード列が与えられ、アクセス要求が発行されるたびにページとアクセスノード間で通信を行ってサービスし、サービス後にページの新しいノード(移動しない場合も含めて)を決定する問題である。サービスには通信距離、移動には移動距離とページサイズを表すパラメータ D の積だけのコストがかかり、アルゴリズムの目標はサービスと移動のコストを最小化することである。

(2) ページ数を k に拡張した「 k ページ移動問題」

ただし、サービスはアクセスノードと最も近いページとの間の通信で行われる。

(3) さらに、ページ数の制約をなくし、要求の種類を読み出しと書き込みに増やした「ファイル配置問題」

ただし、読み出しアクセスはアクセスノードと最も近いページとの間の通信でサービスされ、書き込みアクセスはアクセスノードと全てのページとの間のユニキャスト通信でサービスされる。

3. 研究の方法

(1) まず目的(1)のための取り掛かりとして、リングネットワーク上でのページ移動問題に対する仕事関数の性質を詳細に調べた。仕事関数の変化の仕方の詳細や、良い競合比を達成するための条件とそのメカニズムなど、オンラインアルゴリズムの設計と解析に必要な部分の多くが判明した。しかしながら、ある特定の条件でメカニズムの成立が明確でなく、残念ながらこのアプローチによる目的(1)の達成は叶わなかった。そこで別の手法を検討することで、既存のアルゴリズムを上回る性能を達成するページ移動問題に対するユークリッド空間上でのオンラインアルゴリズムを設計した。

(2) 次に目的(2)のため、 k ページ移動問題に対する仕事関数の性質を詳細に調べた。しかしながら、ページ移動問題の拡張であるこの問題に対しても、既存の性能を上回るオンラインアルゴリズムの設計には至らなかった。しかしながら、計算機を用いてオンラインアルゴリズムとアドバーサリ(アクセス要求列を生成するアルゴリズム)のゲーム木を探索する実験を行なったところ、最良のオンラインアルゴリズムに対するこれまで知られていた性能上限(それ以上良い性能のアルゴリズムは存在しないという限界)を引き下げられることを示唆する結果を得ることができた。

(3) 目的(1)(2)に対して仕事関数を利用する手法が成功しなかったため、ネットワーク(距離空間)をランダムな木ネットワークで近似するという別の手法を検討した。MTS やファイル配置問題を含む多くの問題に対して木ネットワーク上では高性能なオンラインアルゴリズムが既に提案されているため、この手法によりそうした問題に対する近似元のネットワーク上での高性能

なオンラインアルゴリズムが得られ、この試みは k -外平面グラフと呼ばれる構造のネットワークに対して奏功した。

4. 研究成果

本研究課題で得られた成果を以下にまとめる。

(1) ページ移動問題に対する既存の性能を上回るオンラインアルゴリズムを提案した。具体的には、このアルゴリズムはユークリッド空間上で、ページサイズ $D=1$ という条件で動作し、性能上限に非常に近い性能を持つ。すなわち、このアルゴリズムの性能をさらに改善できる余地はあったとしても非常に小さい。

(2) k ページ移動問題に対する最良のオンラインアルゴリズムの既知の上限を引き下げることが示唆する観察結果を得た。このことは、最良のオンラインアルゴリズムが達成しうる性能(競合比)の範囲が狭まることを意味し、 k ページ移動問題のオンラインアルゴリズムが「これ以上改善できない最良の性能を持つか否か」を評価するために欠かせない進展である。なお、この上限の引き下げが可能か否かは 20 年以上に渡って未解決であった。

(3) k -外平面グラフと呼ばれる構造を持つネットワーク上で、MTS、ファイル配置問題、オンラインシュタイナー木問題など様々なオンライン問題に対する既存の性能を上回るオンラインアルゴリズムを提案した。この結果は k -外平面グラフのランダムな木による近似という手法に対し、既存の結果を上回る結果を得たことに基づく。また、ランダムな木による近似は非常に応用の広い手法であり、ここで得た近似の結果は数多くの最適化問題に対する近似アルゴリズムをも与える。

<引用文献>

[1] A. Borodin, N. Linial, and M. E. Saks, An Optimal On-Line Algorithm for Metrical Task System, J. ACM, vol. 39, no. 4, pp. 745-763, 1992.

[2] E. Koutsouplias and C. H. Papadimitriou, On the k -Server Conjecture, J. ACM, vol. 42, no. 5, pp. 971-983, 1995.

[3] M. Chrobak, L. L. Larmore, Nick Reingold, and J. Westbrook, Page Migration Algorithms Using Work Functions, J. Alg., vol. 24, no. 1, pp. 124-157, 1997.

[4] A. Matsubayashi, Asymptotically Optimal Online Page Migration on Three Points, Algorithmica, vol. 71, no. 4, pp. 1035-1064, 2015.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 0件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Akira Matsubayashi	4. 巻 2020-AL-177
2. 論文標題 Better Embedding of k-Outerplanar Graphs into Random Trees	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 情報処理学会研究報告	6. 最初と最後の頁 no. 4
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Akira Matsubayashi	4. 巻 2018-AL-170
2. 論文標題 An Improved Algorithm for Uniform Page Migration on Euclidean Space	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 情報処理学会研究報告	6. 最初と最後の頁 no. 2
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計2件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 松林 昭
2. 発表標題 Better Embedding of k-Outerplanar Graphs into Random Trees
3. 学会等名 情報処理学会第177回アルゴリズム研究会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 松林 昭
2. 発表標題 An Improved Algorithm for Uniform Page Migration on Euclidean Space
3. 学会等名 情報処理学会第170回アルゴリズム研究会
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

金沢大学, 並列計算・ネットワーク研究室webページ
<http://carrera.ec.t.kanazawa-u.ac.jp/>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----