

令和 3 年 6 月 4 日現在

機関番号：13302

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2020

課題番号：17K00011

研究課題名（和文）項書換えの正規化性解析

研究課題名（英文）Normalization Analysis for Term Rewriting

研究代表者

廣川 直（Hirokawa, Nao）

北陸先端科学技術大学院大学・先端科学技術研究科・准教授

研究者番号：50467122

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,500,000円

研究成果の概要（和文）：実数や無限リストなどをコンピュータ上で扱う際に必要になる技術の基礎研究を行った。そのようなデータを扱うプログラムは潜在的に停止しない関数を用いることが多く、遅延評価と呼ばれる特殊な計算方法が必要となる。本研究はプログラムを変形することで、多くの場合、最左最外書換えと呼ばれる単純な計算方法で遅延評価が可能になることを示した。またプログラムの実行の安全性を保証するためには遅延評価が停止性を持つこと（有限ステップで計算を終えること）を証明する必要があるが、それを自動的に行う手法を開発した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究において遅延評価の実現方法とその停止性（正規化性）を解析する枠組み・手法を構築した。遅延評価は関数型プログラミング言語のみならず、数学的な定理を証明する定理証明支援システムにおいても採用されている。実数や無限列などの数学的構造を扱う上で必須の技術であり、本研究はそれらをより良く扱うための計算・演繹機構の理論基盤、より良い自動化の枠組みを与えるための技術基盤の確立に貢献する。

研究成果の概要（英文）：We studied foundational techniques for dealing with infinite data structures such as real numbers and infinite lists. Programs that operate on such infinite data often employ potentially non-terminating functions. Therefore, their evaluation requires a special computation method called lazy evaluation. In this research project we showed that in many cases a program can be turned into another form of a program so that a simple calculation by the leftmost outermost strategy achieves lazy evaluation. We also developed an automatic method for verifying termination of lazy evaluation, which is a crucial property for running programs safely.

研究分野：計算モデル

キーワード：項書換え 正規化性 正規化戦略

## 1. 研究開始当初の背景

項書換えシステムは向きのついた等式の集合からなる計算モデルであり、宣言型プログラミング言語および自動定理証明システムの理論基盤となっている。この計算モデルでは等号を矢印で表し、矢印の向きに沿った等式変形（項書換え）によって計算が行われる。計算を行う目的は与えられた項の計算結果を得ることであるが、停止性を持たない項書換えシステムにおける計算は自明ではない。例えばペアノ数の無限リストを扱う項書換えシステム

$$\begin{array}{ll} \text{nth } 0 & (x : xs) \rightarrow x, & \text{from } x & \rightarrow x : \text{from } (s \ x), \\ \text{nth } (s \ n) & (x : xs) \rightarrow \text{nth } n \ xs, & \text{main } n & \rightarrow \text{nth } n \ (\text{from } 0) \end{array}$$

に対して  $\text{main } (s \ 0)$  を計算することを考える。関数の引数から計算すると  $\text{from}$  の計算が延々と続いてしまうが、外側からうまく計算することで計算を終えることができる：

$$\text{main } 1 \rightarrow \text{nth } (\text{from } 0) \ 1 \rightarrow \text{nth } (0 : \text{from } 1) \ 1 \rightarrow \text{nth } (\text{from } 1) \ 0 \rightarrow \text{nth } (1 : \text{from } 2) \ 0 \rightarrow 1$$

ここで 1 と 2 は各々  $s \ 0$  と  $s \ (s \ 0)$  を表す。このように与えられた項が計算結果（正規形）を持つ性質を「正規化性（あるいは弱正規化性）」といい、正規形が存在する場合に正規形に必ず辿り着ける書計算方法を「正規化戦略」という。正規化性はプログラムの正当性、特に無限リストや実数を扱う再帰関数の well-definedness や productivity を示すために必要となる重要な性質である。多くの応用においては存在性を示すことだけでは足りず、実際に正規形を求めることが必要なる。そのため正規化性を保証すると同時に正規化戦略を導出することが肝要になる。

## 2. 研究の目的

本研究の目標は正規化性を自動解析する技術を開発・発展させることである。停止性のない項書換えシステムの正規化性と、正規形を効率的に計算する正規化戦略の二つを包括的に研究し、正規化性の自動証明の実現を図り、また対応する正規化戦略を自動構成する枠組みの構築を目指す。上記の例に当てはめれば、任意のペアノ数  $n$  に対して  $\text{main } n$  が正規形を持つことを自動証明できるようにし、かつ実際にその正規形を計算するための正規化戦略のアルゴリズムを自動生成することが本研究の目標である。

## 3. 研究の方法

前節の目的を達成するためインスブルック大学のグループと協力し研究を行った。当初は研究を次の 4 課題に分割し段階的に取り組む予定であった。

- (1) 正規化性解析。与えられた項書換えシステムに対し、正規化性を自動証明・自動反証する理論体系を創出する。
- (2) 戦略抽出。正規化性の「証明」から正規化戦略をアルゴリズムとして抽出・構成する枠組みを構築する。
- (3) 正規化性自動解析。上記の 2 項の成果に基づく正規化自動解析を実現する。
- (4) 局所解析。遅延評価を採用するプログラムの停止性解析をはじめ、多くの応用では全ての項ではなく、 $\text{main } n$  のような特定の項（の集合）の正規化性が求められる。前項 (3) の技法を発展させ、正規化性解析を特定の項に制限する枠組みを開発する。これが最終目標である。

しかし研究の進展により、より良い着想を得たため目標実現のためのアプローチを変更した：

- (5) **最左最外戦略が正規化戦略になるシステムに変換。** 項書換えシステムの規則を組み替えることで、最左最外戦略で正規形を求められるように変換する。
- (6) **正規化性問題を停止性問題に帰着。** 前項の変換により最左最外戦略の停止性がもとのシステムの正規化性に対応するようになる。項書換えシステムをさらに組み換え、最左最外停止性を通常の意味での停止性問題へと帰着させる。

前者 (5) の変換により戦略の抽出無しで正規化戦略を構成でき、後者 (6) の変換を組み合わせることで正規化性解析を停止性解析として行うことが可能になる。項書換えシステムの停止性自動証明技法は半世紀に渡り盛んに研究されており、現代では強力な停止性自動証明ツールが存在する。それらを用いることで正規化性の自動解析が実現される。

## 4. 研究成果

### (1) 正規化性に関する成果

**左正規化変換。**最左最外戦略が正規化戦略となるように項書換えシステムを変換する手法を開発した。左正規性を持つ直交システムにおいて最左最外戦略が正規化戦略になることが O'Donnell の正規化性定理 (1977) として知られている。直交システムは宣言型言語でしばしば合流性 (計算結果の一意性) を保証するために用いられるクラスである一方で、左正規性は非常に厳しい構文的制約であり、通常のプログラムが左正規性を満たすことはほとんどない。後者の条件が定理の適用範囲を制限していた。本研究で開発した左正規化変換は、構成子直交システムを左正規性を持つ構成子直交システムに作り変える変換技法である。この変換は元の項書換えシステムの計算の意味を保存する変換であり、最左最外戦略による正規形計算を可能にする。

**左正規化変換可能なクラスの特定。**遅延評価を行うための計算方法として必須戦略がよく知られている。必須戦略による計算を行うためには必須位置と呼ばれる書換え位置を特定する必要があるが、残念ながら必須位置は一般には計算不可能である。その計算可能性を保証する条件の一つとして、強逐次性と呼ばれる項書換えシステムの性質が知られている。本研究により、強逐次性を持てば左正規化変換が可能であり、逆に変換可能なシステムは強逐次性を持つことを証明した。つまり変換可能性は強逐次性により特徴づけられ、強逐次性を持つ項書換えシステムは必須戦略を最左最外戦略で模倣可能であることを示した。

**作用項書換えへの拡張。**多くの関数型言語は「高階関数」と呼ばれる関数を引数にとる、あるいは関数を返り値とする関数を扱える。高階関数を扱う計算モデルの一つに作用項書換えシステム (applicative term rewrite system) がある。上記の成果をこの体系に適応させ、可変長引数ではない関数からなる作用型構成子システムに対する左正規化変換の構築に成功した。前項と同様、強逐次性が翻訳可能性を特徴づけることも判明した。

**最左最内停止性の自動証明技法。**左正規化変換により項の正規化性問題を最左最外停止性問題に帰着させることができる。Giesl らが Haskell プログラムの停止性証明のために導入した停止性グラフ (記号実行グラフ) の手法 (2011) を最左最外停止性証明に応用した。この手法によって最左最外停止性問題は標準の意味での停止性問題に帰着でき、停止性自動証明ツールを用いてそれを判定することが可能になる。

以上が本研究の主要成果である。現在、これらの成果をとりまとめた論文の投稿準備を進めている。

### (2) 正規化性研究からの派生成果

正規化戦略の研究を通じて次の二つの関連成果を得た。

**左線形項書換えシステムのための合流性定理。**合流性は計算結果の一意性を保証する性質である。critical pair closing system と呼ばれる概念を導入・発展させ、strong closedness (Huet 1980), development closedness (van Oostrom 1996) をそれぞれ一般化した合流性の十分条件を得た。

**完備化理論への貢献。**完備化 (Knuth and Bendix, 1970) とその派生である順序付き完備化 (Bachmair et al. 1989) は定理自動証明の理論基盤となる手続きである。それら手続きの健全性と完全性について抽象書換えを利用した新しい、簡潔な証明を与えた。さらに Isabelle/HOL を用いた形式証明を与えた。加えて、戦略による合流性の特徴づけを発見し完備化高速化のための新たな危険対基準を得た。

これらは国際会議 CADE-27, FSCD 2017 で成果発表され、論文誌 LMCS に採録された。また前項の危険対基準の成果は FSCD 2021 の招待講演にて発表予定である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Nao Hirokawa, Aart Middeldorp, Christian Sternagel, and Sarah Winkler.	4. 巻 15(3)
2. 論文標題 Abstract Completion, Formalized	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Logical Methods in Computer Science	6. 最初と最後の頁 1:1 - 1:19
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.23638/LMCS-15(3:19)2019	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計5件（うち招待講演 2件/うち国際学会 5件）

1. 発表者名 Nao Hirokawa, Julian Nagele, Vincent van Oostrom, and Michio Oyamaguchi
2. 発表標題 Confluence by Critical Pair Analysis Revisited
3. 学会等名 Proceedings of the 27th International Conference on Automated Deduction（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Nao Hirokawa, Julian Nagele, and Aart Middeldorp
2. 発表標題 Cops and CoCoWeb: Infrastructure for Confluence Tools
3. 学会等名 Proceedings of the 9th International Joint Conference on Automated Reasoning, Lecture Notes in Artificial Intelligence 10900, pp. 346-353, 2018（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takahito Aoto, Makoto Hamana, Nao Hirokawa, Aart Middeldorp, Julian Nagele, Naoki Nishida, Kiraku Shintani, and Harald Zankl
2. 発表標題 Confluence Competition 2018
3. 学会等名 Proceedings of the 3rd International Conference on Formal Structures for Computation and Deduction, Leibniz International Proceedings in Informatics, pp. 32:1-32:5, 2018（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Nao Hirokawa, Aart Middeldorp, Christian Sternagel, and Sarah Winkler
2. 発表標題 Infinite Runs in Abstract Completion
3. 学会等名 Proceedings of the 2nd International Conference on Formal Structures for Computation and Deduction, Leibniz International Proceedings in Informatics 84, pp. 19:1-19:16, 2017. (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Nao Hirokawa
2. 発表標題 Completion and Reduction Orders
3. 学会等名 Proceedings of the 6th International Conference on Formal Structures for Computation and Deduction, Leibniz International Proceedings in Informatics, 2021. To Appear. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

合流性ツール Saigawa <a href="https://www.jaist.ac.jp/project/saigawa/">https://www.jaist.ac.jp/project/saigawa/</a> 完備化ツール Maxcomp <a href="https://www.jaist.ac.jp/project/maxcomp/">https://www.jaist.ac.jp/project/maxcomp/</a> 研究者代表のホームページ <a href="https://www.jaist.ac.jp/~hirokawa/">https://www.jaist.ac.jp/~hirokawa/</a>
---

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------