

令和 2 年 4 月 23 日現在

機関番号：32641

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K00040

研究課題名(和文)連続緩和法の高速化による高性能組合せ最適化アルゴリズムの実用化

研究課題名(英文) Development of practical combinatorial optimization algorithms by speeding up the continuous relaxation method

研究代表者

福永 拓郎 (Fukunaga, Takuro)

中央大学・理工学部・准教授

研究者番号：60452314

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、解くのが難しい組合せ最適化問題に対して連続緩和法に基づく実用的な高性能近似アルゴリズムの開発を行った。連続緩和法には柔軟で適用性が高いという利点があるが、同時に、計算速度が遅いという欠点がある。本研究では、連続緩和法で用いる連続緩和の定式を工夫したり、連続緩和を高速に解くアルゴリズムを開発することで、連続緩和の欠点を克服することを目指した。研究成果として、ハイパーグラフ上での相関クラスタリング問題、ナップサック制約下での確率的劣モジュラ最大化問題、一般化予算割り当て問題など多様な最適化問題に対して新たなアルゴリズムを得るなどの成果を上げた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究により、多くの組合せ最適化問題について実用的なアルゴリズムを得ることができた。また、未知の組合せ最適化問題を効率的に解くための理論基盤になるような知見を得ることもできた。組合せ最適化問題は、ロジスティクスなどの産業分野から機械学習のような人工知能技術まで多様な場面で現れるので、組合せ最適化問題を解く効率的なアルゴリズムの実用化は利便性の高い情報システム実現につながる重要な成果である。

研究成果の概要(英文)：This project aims at developing practical efficient approximation algorithms for hard combinatorial optimization problems by the continuous relaxation method. The continuous relaxation method has advantages in flexibility and usability. Simultaneously, it has a disadvantage in the computational speed. To obtain practical approximation algorithms, the project worked on this issue by investigating formulations of continuous relaxations and by studying fast algorithms for solving continuous relaxations. As accomplishments of the project, we obtain new algorithms for various combinatorial optimization problems such as hypergraph correlation clustering problem, stochastic submodular maximization problem under knapsack constraints, and generalized budget allocation problem.

研究分野：組合せ最適化

キーワード：近似アルゴリズム 最適化 クラスタリング 劣モジュラ最適化

1. 研究開始当初の背景

本研究の研究対象は、組合せ最適化問題を解くための効率的なアルゴリズムである。組合せ最適化とは、離散構造をもつ解集合の中から、与えられた評価尺度の下で最適なものを求める計算問題のことである。ロジスティクスなどの産業分野から機械学習のような人工知能技術まで多様な場面で現れるので、組合せ最適化問題を解く効率的なアルゴリズムの実用化は革新的な情報システム実現につながる重要な研究課題である。

ほとんどの組合せ最適化問題は NP 困難と呼ばれる計算クラスに分類されることから、全ての問題を短時間で厳密に解くアルゴリズムは存在しないと考えられている。そのため、最適に近い解を多項式時間で計算する近似アルゴリズムの研究が国内・国外問わず理論計算機科学分野を中心に盛んに行われている。これらの研究では高度な数値技術を用いた近似アルゴリズムが多く提案されており、問題によっては理論限界に近い最適化精度を達成する近似アルゴリズムがすでに知られている。しかし、知られている近似アルゴリズムの多くは、次の理由から実用的とは言いがたい。

- 柔軟性: 組合せ最適化問題はバリエーションが豊富で、設定の細部の違いによって性質が大きく異なる。そのため、既存のアルゴリズムを実問題に適用しようとしても適用できないことが多い。
- 運用性: 実際にアルゴリズムを使用する際に、アルゴリズムの構造が入り組んでいるために非専門家には理解しがたく実装が難しい。
- 計算速度: 組合せ最適化の理論研究ではアルゴリズムの計算量が多項式時間であることが重要視されるが、多くの応用では単なる多項式時間よりも高速なアルゴリズムでないと役に立たない。

このような理由から、組合せ最適化問題を解くための実用的な高性能近似アルゴリズムが望まれていたのが、研究開始当初の背景である。

2. 研究の目的

本研究では実用的な近似アルゴリズムを得るために、近似アルゴリズムの中でも特に連続緩和法と呼ばれる手法に着目した。連続緩和法では、はじめに組合せ最適化問題から離散条件を取り除くことによって、線形計画問題のような連続凸最適化問題(連続緩和問題と呼ぶ)を定義する。組合せ最適化問題とは対照的に、連続凸最適化問題には実用的なアルゴリズムが知られており、ソルバーも多く開発されている。それらのソルバーを利用して連続緩和問題の最適解(連続最適解と呼ぶ)を計算する。計算した解は離散条件を満たしていないが、適切な離散解に丸めることで元の組合せ最適化問題に対する近似解を計算するのが、連続緩和法である。

連続緩和法には次のような利点がある。

- 柔軟なアルゴリズム設計が可能。組合せ最適化問題の設定が多少変わったとしても、連続緩和問題に制約として取り込むことで、アルゴリズムの動作や性能解析を容易に修正できる。
- アルゴリズム設計の汎用的なフレームワークを与える。この手法で設計されたアルゴリズムの構造はどれも似ているため、代表的なアルゴリズムをあらかじめ実装しライブラリとして整理しておけば、非専門家であっても実用化しやすい。
- 性能解析の理論研究が豊富。理論計算機科学や離散アルゴリズムの国際会議では毎回、連続緩和法に関する論文が多く発表されている。組合せ最適化分野の近年の進展の大部分が連続緩和法によってもたらされているといっても過言ではない。

特に最初の二つの利点は、他の近似アルゴリズムが持つ柔軟性や運用性に関する欠点を、連続緩和法では容易に回避できることを意味している。

このような連続緩和法の利点の一方で、連続緩和法には計算速度が遅いという欠点がある。連続凸最適化問題には実用的なソルバーが存在するが、組合せ最適化問題から得られる連続緩和問題は元の問題サイズと比較して大きくなる場合が多く、実用的なソルバーをもってしても計算時間がかかってしまう。中には、定式化サイズが指数的に増加するために通常のソルバーを適用できず、分離オラクルと呼ばれる手続きを通して問題を解く楕円体法を用いなければならないこともある。楕円体法は理論的には多項式時間アルゴリズムであるが、非実用的であるとい

う評価が定まっている。このため、多くの実問題には現状の連続緩和法では役に立たない。

以上の連続緩和法の特徴を踏まえ、本研究の目的は、連続緩和法を用いて実用性と計算性能、最適化精度を兼ね備えた組合せ最適化アルゴリズムを構築し、実際に現れる様々な課題に適用することである。

3. 研究の方法

連続緩和法の計算速度に関する欠点を克服するために、本研究では様々な組合せ最適化問題に対して、次の課題について取り組んだ。

- 連続緩和問題の定式化の調査：連続緩和法の従来研究では最適化性能を極限まで高めるために、サイズの大きな連続緩和問題を用いることが主流であった。この問題の克服のため、本研究では、どのような緩和問題の定式化を行えばどのような近似アルゴリズムが得られるかを調査した。
- 連続最適化ソルバーの高速化：連続緩和法では、連続緩和問題を解く計算時間がボトルネックとなっている。連続緩和問題のサイズが大きいため、実用的な汎用ソルバーを持ってしても計算時間が膨大となるからである。本研究では、汎用ソルバーを用いるのではなく、組合せ最適化のそれぞれの問題の性質を深く利用することで連続緩和問題を高速に解くアルゴリズムの開発を試みた。また、制約の個数が指数サイズとなるために汎用ソルバーさえも使用できず、非実用的な楕円体法を使用するしかないケースのためには、楕円体法を置き換えるアルゴリズムについて調査した。特に、乗算重み更新法と呼ばれる、一部の線形計画問題を非常に単純な仕組みで高速に解く手法の適用を試みた。
- ロバストな丸めサブルーチンの開発：一般に、連続最適解を離散近似解へ丸めるステップの計算コストはそれほど大きくはない。しかし、丸めサブルーチンが連続最適解の性質に大きく依存していると連続緩和問題を解く際に厳密アルゴリズムを使用しなければならず、このことがアルゴリズム全体の高速化を阻む要因となる。本研究では、連続最適解に要求する性質が少ないロバストな丸めサブルーチンについて調査を行った。

4. 研究成果

(1) ハイパーグラフ上での相関クラスタリング問題：相関クラスタリングは各データの相関関係から適切なクラスタリングを求める組合せ最適化問題である。通常は二つのデータ間の関係から定義された辺ラベル付き無向グラフ上で問題が定義されるが、より多くのデータ間の関係性を問題に取り組みすることで質の高いクラスタリングを得ることが期待できる。このことから本研究ではハイパーグラフ上の相関クラスタリングを定義し、連続緩和法に基づく近似アルゴリズムを与えた。

また、単にアルゴリズムの理論解析をするだけではなく、アルゴリズムを実装し、クラスタリングに適用するなど計算実験による評価も行った。得られた近似アルゴリズムは線形計画緩和問題を繰り返し解く必要があり、計算実験を通して計算時間が掛かるという欠点を観察できたので、近似保証が無いより簡便なアルゴリズムも提案し、その有効性を確かめた。

(2) ナップサック制約下での確率的劣モジュラ最大化問題：ナップサック制約下での単調劣モジュラ関数最大化問題は様々な応用があり広く研究されている。本研究ではいくつかの確率的な最大化問題について取り組み、連続緩和法に基づく近似アルゴリズムを与えた。

取り組んだ問題の一つは、ナップサックの容量が確率的に与えられているときにアイテムを順番に選択する問題である。達成される単調劣モジュラ関数の値の期待値を最大化することが目的である。本研究では、連続緩和法に基づく近似アルゴリズムを与えた。

加えて、アイテムのサイズや目的関数への貢献が確率的に決まる設定も本研究で導入し、連続緩和法に基づく新たな最適化アルゴリズムを与えた。このアルゴリズムでは、乗算重み更新法に似た手法で連続緩和問題を解く。この際の重みの更新法の工夫により、理論保証や計算速度の改善に成功した。また、このアルゴリズムを、教師あり学習に使用するデータの選択に適用した。これは、能動学習の設定に提案アルゴリズムを使用することをモチベーションとしている。シミュレーションの結果、提案アルゴリズムによってデータを選択した場合、ベースラインとして用意したアルゴリズムによる選択と比較すると誤識別率の低い識別器が得られることを確認できた。

(3) 一般化予算割り当て問題: 二部グラフ上での予算割り当て問題は, 各広告主が予算上限を持つときに, 消費される予算が最大化されるようユーザへ広告を割り当てる最適化問題である. 本研究ではこの問題を, ユーザが許容する広告の長さの上限を持つように一般化し, 連続緩和法に基づくアルゴリズムを複数与えた. これらのアルゴリズムは連続緩和の異なった定式化に基づいている. 得られたアルゴリズムは計算量の観点からはあまり実用的ではないが, 連続緩和の定式化について理解を深めることができた.

(4) b-bibranching 問題: 連続緩和に基づく近似アルゴリズム設計手法の一つに反復緩和法がある. 本研究では反復丸め法を b-bibranching 問題へ適用することを試みた. b-bibranching 問題は, 二部グラフマッチング, 最小有向木問題, bibranching 問題を一般化した問題であり, 線形計画緩和の整数性など多くの好ましい性質がある組合せ最適化問題であることが知られている. ただ, 線形計画緩和を反復丸め法の手法で調査した研究はこれまで知られていなかった. 本研究では, 既存の研究で知られている成果について, 反復丸め法の手法で別証明を与えることに成功するとともに, これまで知られていなかった場合についても新たなアルゴリズムを与えることに成功した. 反復丸め法に基づくアルゴリズムの解析手法について理解を深めることができたと考えている.

以上の研究成果により, 多様な組合せ最適化問題について連続緩和法に基づくアルゴリズムの実用性を高めることができたと考えている. また, 連続緩和法の解析手法の理解を深め, より高度な近似アルゴリズムを設計するための基盤を広げることに貢献できた.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Takuro Fukunaga	4. 巻 37
2. 論文標題 LP-Based Pivoting Algorithm for Higher-Order Correlation Clustering	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Combinatorial Optimization	6. 最初と最後の頁 1312-1326
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10878-018-0354-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Naoto Ohsaka, Tomohiro Sonobe, Naonori Kakimura, Takuro Fukunaga, Sumio Fujita, Ken-ichi Kawarabayashi	4. 巻 11029
2. 論文標題 Boosting PageRank Scores by Optimizing Internal Link Structure	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Database and Expert Systems Applications, DEXA 2018. Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 424-439
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-3-319-98809-2_26	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Fukunaga Takuro, Konishi Takuya, Fujita Sumio, Kawarabayashi Ken-ichi	4. 巻 33
2. 論文標題 Stochastic Submodular Maximization with Performance-Dependent Item Costs	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence	6. 最初と最後の頁 1485-1494
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1609/aaai.v33i01.33011485	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Kawase Yasushi, Sumita Hanna, Fukunaga Takuro	4. 巻 33
2. 論文標題 Submodular Maximization with Uncertain Knapsack Capacity	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Discrete Mathematics	6. 最初と最後の頁 1121-1145
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1137/18M1174428	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Shinji Ito, Daisuke Hatano, Hanna Sumita, Akihiro Yabe, Takuro Fukunaga, Naonori Kakimura, Ken-ichi Kawarabayashi	4. 巻 -
2. 論文標題 Efficient Sublinear-Regret Algorithms for Online Sparse Linear Regression with Limited Observation	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Advances in Neural Information Processing Systems 30: Annual Conference on Neural Information Processing Systems	6. 最初と最後の頁 4102-4111
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計7件 (うち招待講演 2件 / うち国際学会 4件)

1. 発表者名 Takuro Fukunaga
2. 発表標題 LP-Based Pivoting Algorithm for Higher-Order Correlation Clustering
3. 学会等名 24th International Computing and Combinatorics Conference (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuro Fukunaga
2. 発表標題 Stochastic Submodular Maximization with Performance-Dependent Item Costs
3. 学会等名 NUS SoC-RIKEN AIP Workshop on Artificial Intelligence (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuro Fukunaga
2. 発表標題 Stochastic Submodular Maximization with Performance-Dependent Item Costs
3. 学会等名 Thirty-Third AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI-19) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 福永拓郎
2. 発表標題 確率的組合せ最適化問題に対する適応的アルゴリズム
3. 学会等名 日本OR学会研究部会「最適化とその応用」(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 福永拓郎
2. 発表標題 ハイパーグラフ上の相関クラスタリングに対する近似アルゴリズム
3. 学会等名 情報処理学会第163回アルゴリズム研究会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Takuro Fukunaga
2. 発表標題 Recent progress on the network activation problem
3. 学会等名 10th Japanese-Hungarian Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 福永拓郎
2. 発表標題 単位円グラフ上での高連結度支配集合問題に対する主双対近似アルゴリズム
3. 学会等名 第16回情報科学技術フォーラム(FIT2017)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----