

令和 2 年 5 月 20 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K00041

研究課題名(和文)非対称カーネル法及びベルンシュタイン型近似に基づく非負データの推測理論の新展開

研究課題名(英文)Nonparametric inference for nonnegative data using asymmetric kernel/Bernstein polynomial approximation and its development

研究代表者

柿沢 佳秀(Kakizawa, Yoshihide)

北海道大学・経済学研究院・教授

研究者番号：30281778

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：非負データの確率密度をノンパラメトリック推定するための非対称カーネル法を整備した。特に、(i) Amorosoカーネル族、(ii) 対称分布ベースの $q$ -MIGカーネル族、または、歪分布ベースの非心 $q$ -BSカーネル族による密度推定量を構築し、(iii) (高次の) バイアス修正された非対称カーネル密度推定量、(iv) 多変量非心BSカーネル密度推定量も考察した。それら新しい推定量についてバイアス・分散、平均(積分)2乗誤差の漸近公式を導出し、強一致性や漸近正規性を証明した。さらに、数値実験から漸近性能を確認した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

非負データのノンパラメトリック推測に応用可能な非対称カーネルが、個別的ではなく、統一的に構築された。特に、対称分布ベースの $q$ -MIGカーネル族、及び、歪分布ベースの非心 $q$ -BSカーネル族は、密度生成機と呼ばれる無限次元の関数の自由度を持ち、多義的に拡張が可能であり、極めて柔軟な非対称カーネル族を形成できている特徴がある。これらは単変量の非負データに関する密度推定に留まらず、多変量非負データの密度、2標本問題における密度比、条件付き密度、ハザード比などのノンパラメトリック関数推定へ応用できる見込みがあり、今後、この方面からの進展が期待される。

研究成果の概要(英文)：We mainly study the asymmetric kernel methods to estimate the probability density for nonnegative data. Especially, we have aimed at developing unified asymmetric kernels (rather than the kernel specific analysis); thus, to create asymmetric kernel density estimators in a flexible way, we have proposed (i) a family of Amoroso kernels, including gamma/inverse gamma kernels as special cases and (ii) a family of symmetrical-based  $q$ -MIG kernels or a family of skew-based non-central  $q$ -BS kernels. Also, we have discussed (iii) (higher-order) bias-corrected asymmetric kernel density estimators, (iv) multivariate non-central BS kernel density estimators, and so on. We have derived asymptotic formulas of bias, variance, and mean (integrated) squared error of the proposed estimator, together with strong consistency and asymptotic normality. We further have conducted the simulation studies to confirm our theoretical results.

研究分野：統計科学、数理統計学

キーワード：ノンパラメトリック法 密度推定

## 1. 研究開始当初の背景

本研究で考察する『ノンパラメトリック法』とは、推測対象とする関数に対し何らかの関数近似を動機に統計的な推測問題を議論していく統計学の1つの体系である。推測対象の関数に、有限次元の母数モデルを仮定して、その母数を例えば、尤度原理(尤度関数の最大化)から推定する『パラメトリック法』及び、両者の中間に位置づけられる『セミパラメトリック法』と並んで3つの柱をなす。

ノンパラメトリック関数推定法を歴史的に振り返れば、独立同一分布設定では確率密度・分布関数・分位点関数が基本的であり、その他に定常な単変量(またはベクトル値)離散時間時系列のスペクトル密度(行列)関数・分布関数、回帰分析における回帰関数、生存時間分析におけるハザード比関数などを題材として議論されてきた。伝統的なカーネル平滑化法の背後には推定するターゲット関数を対称なカーネル関数による畳み込み積分として近似するアイデアがあり、畳み込み積分以外の近似法もしばしば使用された。例えば、十分滑らかな関数のテーラー近似(局所的に多項式で近似して、係数を推定する問題)三角多項式・ウェーブレット近似(推定対象の関数空間に付随する直交関数で展開し、それらの係数を推定するような定式化をする)、スプライン基底関数近似、ベルンシュタイン多項式による有界閉区間上の連続関数の近似などである。統計的な推測理論を構築する際に、データからどのようにすれば有効に推測できるか?及び、その限界の解明が重要になり、通常は標本数を無限大にするという『漸近論』を考える。ノンパラメトリック推測法で考慮すべきことは、統計的な漸近性能を決める『平滑化パラメータ』があって、関数近似誤差(統計学の専門用語では推定量の『バイアス』に相当する)と推定量の『分散』とのトレードオフ関係を制御している事実である。このようなノンパラメトリック法は、国内・国外で著しい進歩がみられて、現在でも統計科学の重要なテーマの1つである。

研究代表者は1990年代後半、カーネル法に基づいたスペクトル密度(行列)推定量の汎関数を主な対象とし様々な漸近的性質を明らかにした。特に、スペクトル密度行列の擬似距離を定義し、多変量定常時系列データを周波数領域から判別・クラスタリングするという手続きの提案、並びに、その擬似距離をスペクトル密度行列の推定・検定問題へと応用することで、尤度解析と漸近同等なものをも提示した。

研究代表者がベルンシュタイン多項式近似法を応用する研究を開始したのは、2003-2005の科学研究費(若手研究)の頃で、確率分布・密度関数をベルンシュタイン多項式近似に基づいてノンパラメトリックに推定するという、ある先行論文を読んだことが動機であった。当時の1つの研究課題(定常時系列のスペクトル密度(行列)推定)に対し、カーネルスペクトル推定量をベルンシュタイン多項式で重み付けすることを検討し、2008-2010の科学研究費(基盤研究C)の中で、一般化ベルンシュタイン多項式近似も応用した。他方で、確率密度推定の境界バイアス問題の研究話題への関心が高まっていき、2011-2013の科学研究費(基盤研究C)の研究成果の1つとして、バイアス修正されたベルンシュタイン多項式密度推定量を提案し、その漸近性能を解明した。その頃、異なるアプローチである『非対称カーネル推定法』に着手する構想を持ち、その方向からの研究へと転換し、特に(漸近性能の良い)ガンマカーネル密度推定量の再考察、さらに、逆ガウス(IG)・相反逆ガウス(RIG)・バーンバウム・サンダース(BS)カーネルを含むような、MIGカーネル密度推定量族の提案をした。2014-2016の科学研究費(基盤研究C)の研究成果の1つとして、バイアス修正されたMIGカーネル密度推定量族をベルンシュタイン多項式密度推定量の対抗馬として提案した。他方で、漸近論を遂行する際、不可欠となる非対称カーネルの性質が解っていき、最終的に、個別的議論でなく、柔軟な(様々な意味から)一般化された非対称カーネル族へ体系化していくアイデアに至り、そのような発想は非対称カーネル推定法に関する本研究の骨格をなす。

## 2. 研究の目的

本研究では、台を半無限区間(または多次元の第1象限)とする密度をノンパラメトリック法で推定する問題を扱う。特に、境界バイアスのない密度推定量の開発に焦点をおき、上述のMIGカーネル密度推定量の族を拡張することを通じて、非対称カーネル推定法の理論を体系化する。研究において新たに密度推定量を提案し、その漸近性能(主に、平均2乗誤差及び平均積分2乗誤差)を数学的な基礎研究から詳細に調べていく。通常はそのような基準の0への収束の速さは、標本数 $n$ の逆数の $4/5$ 乗になる場合が多い(なお、もし $4/5$ より遅い場合、少なくとも上述のベルンシュタイン多項式密度推定より漸近性能が悪く研究の対象外となる)ので、そのような収束比が改善可能であるかを検討していくことも重要である。そのため、 $4/5$ レベルの推定量開発から研究を進めていき、その後、あるノンパラメトリック密度推定量の収束比が $8/9$ へと改善できるかを調べ、もし可能なら、これをさらに高次まで改良していく。このような研究方針は、先行論文で古くから扱われた推定密度の台を実数全体とする、所謂、対称な高階のカーネル密度推定量に並行するが、本研究では推定密度の台を半無限区間(または多次元の第1象限)と仮定し、境界バイアスのない推定量の開発に焦点をおいている。このような問題意識から、柔軟な非対称カーネル族、並びに、改良された推定量を複数提案して、その統計的な性質を数学的な基礎研究から解明し、この方面からノンパラメトリック関数推定の理論を発展させていくことをめざした。

### 3. 研究の方法

#### (1) 概要

台を半無限区間（または多次元の第 1 象限）とする密度関数の推定に関する研究を進めていく際、以下の ~ のフィードバックを重ねることで、研究の質を高めていった。

##### 数学的基礎研究

統計科学分野からの種々なノンパラメトリック関数推定法の関連領域に対して十分な文献調査を行った。先行研究で採用されたアイデアの本質を先ず掴み、既存の結果の問題点を整理、あるいは、その拡張を試みて、本研究の中で随時検討されていく問題に対し解決を図った。推定量の性能比較を平均 2 乗誤差や平均絶対誤差とその積分基準（平均積分 2 乗誤差、平均積分絶対誤差）で議論するから、研究の初期段階では、まず、推定量の漸近バイアス・分散公式などを導出した。ただし、それらの公式を導くための基礎的な分布論研究も含まれた。

##### 情報収集

学会・研究集会・ワークショップに参加し、最先端の研究動向を掴み、他の研究者と意見交換をした。

##### 数値計算

数値実験を実施し、本研究で得られた知見との整合性を確認した。

##### 研究成果発表

学会・研究集会・ワークショップにて成果を発表した。

国際的なジャーナルへ投稿した。

#### (2) 研究経過

当該分野の先駆的な「ガンマカーネルを用いた密度推定」、及び、その類似である研究代表者の先行研究で扱われた「逆ガンマカーネル密度推定」を含む「Amoroso カーネル密度推定の族」へと拡張し、境界バイアス問題の対処法の一つの形を提示した。この密度推定量の平均積分 2 乗誤差の収束比が  $4/5$  であることを示し、さらに、加法型・積型バイアス修正した密度推定量の平均積分 2 乗誤差の収束比が  $8/9$  であるという結果を専門雑誌 *Journal of Nonparametric Statistics* へ掲載した。この成果に関連し、パラメータ  $a$  を  $a \rightarrow 1$  とするような加法型・積型の極限による密度推定についても、同様の結果を専門雑誌 *Communications in Statistics: Theory and Methods* へ掲載した。

Amoroso 族とは異なる、新しい非対称カーネル密度推定を提案するため、次の 4 点について文献調査を行い、ノンパラメトリック推論に応用可能な分布論を整備した。

(i) 正規分布ベースの従来の BS 分布（または、IG、RIG、BS を含む、MIG 分布）。

(ii) BS 分布（または、MIG 分布）と対数正規分布とを母数  $q$  で繋いだ分布族への拡張。

(iii) 中心ケースから非心 BS 化。

(iv) 対称分布ベースから歪分布ベースの BS 化。

その後、これらの方向で、MIG 分布論としての多義的な拡張をノンパラメトリックな密度推定に応用して「対称分布ベースの  $q$ -MIG カーネル密度推定の族」へと拡張に成功し、漸近性能（漸近バイアス・分散公式、平均 2 乗誤差・平均積分 2 乗誤差公式、強一貫性、漸近正規性など）を解明して、その成果を専門雑誌 *Journal of Statistical Planning and Inference* へ掲載した。他方で、MIG 族を BS に制限すれば、対称分布を土台にすることは本質的でなく、非心ケース、及び、歪分布ベースによる BS 化ができることも解り、「歪分布 (Azzalini 型及びツーピース化) ベースの非心  $q$ -BS カーネル密度推定の族」へ拡張した（そのような新しい密度推定量の概要を学会・研究集会で報告した）。

この研究の一部に対して多次元化も考察し、多変量非心 BS カーネル密度推定の提案とその漸近性能を詳細に調べた。特に、2 次元密度推定において 2 次元正規分布ベースの BS カーネルに含まれる母数  $q$  がゼロの場合、積型カーネルに一致するから、非ゼロの場合として、相関構造を考慮した非積型カーネルが重要で、これにより、平均積分 2 乗誤差が小さくなりうることも解明した（研究成果は専門雑誌 *Journal of Statistical Planning and Inference* に掲載されることが確定）。この発展として、多変量楕円ベースの非心  $q$ -BS カーネル密度推定も考察した（この途中経過を研究集会で報告した）。

ノンパラメトリック推定量のバイアス修正に関し、で議論した積型の他に、古典的な（対称）カーネル推定量で有力な JLN 型のバイアス修正法の漸近分散公式について再検討をし、単変量及び多変量の区間または非負データにおける JLN 型バイアス修正においても、修正前に比べて漸近分散ファクターだけ増大し、かつ、その係数が古典的な正規カーネルの場合のファクターに等しい理由も解明し、その成果を専門雑誌 *Computational Statistics and Data Analysis* へ掲載した。他方で、JLN 型や のような加法型・積型バイアス修正法は、単変量の場合、収束比を  $8/9$  へ改良できたが、このレベルの推定量をさらに改良する「高次のバイアス修正法」も提案した（そのような研究概要を学会・研究集会で報告しており、専門雑誌 *Journal of Nonparametric Statistics* に掲載されることが確定）。

~ の研究では、非対称カーネル推定の定式化が、“非再帰的”になされていたが、これではデータが逐次得られるような場合に計算コストの意味で不利であり、これを有効にするため「再帰的な非対称カーネル密度推定量」の研究にも取り組み、この方面からの進展が期待できる

(この途中経過を学会・研究集会で報告した)。他方、の中で、単変量から多変量の密度推定に題材が転換したが、非対称カーネル法の他の応用として、“密度比”、“条件付き密度”などの研究も開始している(この途中経過を学会で報告した)。

#### 4. 研究成果

(1)半無限区間を台とする単変量の密度推定において、境界バイアスのないノンパラメトリックな密度推定に応用可能な非対称カーネルを個別的にではなく、先行研究からの既存のカーネルを含む族として体系化した。特に、本研究の成果として

- (i)Amoroso カーネル族
- (ii)対称分布ベースの  $q$  - M I Gカーネル族
- (iii)歪分布ベースの非心  $q$  - B Sカーネル族

を用いた非対称カーネル推定法の開発をし、これら推定量の漸近性能(漸近バイアス・分散公式、平均2乗誤差・平均積分2乗誤差の公式の導出、平均積分絶対誤差のバウンド評価、強一致性、漸近正規性の証明)を数学的に解明し、提案された多くの密度推定量の小標本特性も膨大な数値実験で検証した。具体的には、(i)の Amoroso カーネル族は当該分野でしばしばベンチマークとされるガンマカーネルと、その類似である逆ガンマカーネルを1つの巾の母数で繋いだ分布族である。もしこの巾を正に限定するならば、逆ガンマカーネルを扱うことはできず、数値実験から、推定密度が  $f(0)=0$  あるいは  $f(0)>0$  が小さい、のような場合、負の巾を用いた密度推定量が良い傾向も示唆された。(i)の Amoroso 族では1つの巾の母数が非対称カーネルを特定するのに対し、(ii)(iii)では、密度生成機  $g$  と呼ばれる無限次元の関数も関与し、柔軟な族を形成できていることが特徴である。密度生成機を正規生成機にすれば、従来の M I G (この特別な場合として I G、R I G、B S)カーネルであったが、これを1つの母数  $q$  で対数正規カーネルへと繋げることもでき、(正規分布ベースの)  $q$  - M I Gカーネルへ整理した。本研究で、まず、対称分布ベースの  $q$  - M I Gカーネル族を密度推定に応用した(これにより、 $q=0$  の場合には対数正規カーネルを含む、対数対称カーネルのサブクラスも提示できた)。特に、正規生成機と比較することで、平均積分2乗誤差を小さくできるような密度生成機も提示できて、そのパフォーマンスを数値実験により検証した。このような  $q$  - M I G 拡張に際しては(原点に関する)対称分布を土台にすることが不可欠であったが、B S に制限したならば、ベース分布に非心母数あるいは歪み母数を導入できることが解り、Azzalini 型、及び、ツーピース化による歪分布ベースの非心  $q$  - B Sカーネル族も提案した。

(2)半無限区間を台とする単変量の密度推定において、境界バイアスのないノンパラメトリックな密度推定量の平均積分2乗誤差の収束比を改良する研究として、

- (i)加法型・積型(T S型、J F型、J L N型)のバイアス修正
- (ii)高次のバイアス修正

を検討した。加法型では密度推定量の非負性を犠牲にするのに対し、積型は非負性を保つ特徴がある。また、加法型及びT S・J F型は、それぞれパラメータ  $a$  で定式化されており、 $a \rightarrow 1$  として得られる極限による密度推定量についても議論した。具体的には、(1)の研究を進める中で、加法型・積型(T S・J F型)のバイアス修正された Amoroso 密度推定量族、及び、 $a \rightarrow 1$  とした極限による推定量を考察し、最終的に、パラメータ  $a$  の選択について、加法型とT S型では、 $a=1$  が最良であること、T S型とJ F型は  $a \rightarrow 1$  で一致して、その結果、J F型でパラメータ  $a$  を動かしたときには、平均積分2乗誤差の基準で、どの  $a$  を用いたT S型よりも優越することを示し、これを膨大な数値実験で検証した。他方で、古典的な(対称)カーネル推定量で有力なJ L N 型のバイアス修正法の漸近分散公式について再検討をし、単変量及び多変量の区間または非負データにおけるJ L N 型バイアス修正においても、修正前に比べて漸近分散ファクターだけ増大し、かつ、その係数が古典的な正規カーネルの場合のファクターに等しい理由も解明した。これらの成果から、境界バイアスを回避する目的で開発されてきた非対称カーネル推定法でも8/9の収束比に改善できる例を提示したが、この収束比をさらに改良できる高次のバイアス修正にも取り組んだ。この副産物として、非対称カーネルの構成の仕方によってはバイアス修正が機能しない現象も示した。

(3)単変量の密度推定から多変量の密度推定へ進展させた。(1)のような単変量の下で開発されたカーネルの積を作る方法(積カーネル法)とは別に、非積型カーネルの構築(具体的には多変量非心B Sカーネル密度推定量)さらに、(1)(ii)の観点による、多変量楕円ベースの非心  $q$  - B Sカーネル密度推定量の研究も開始した。特に、2次元密度推定において2次元正規分布ベースのBSカーネルに含まれる母数  $q$  がゼロの場合、積型カーネルに一致するから、非ゼロの場合として、相関構造を考慮した非積型カーネルが重要で、これにより、平均積分2乗誤差が小さくなりうることも解明した。

(4)上記では、非対称カーネル推定量は“非再帰的”に定式化がされていたから、新展開として、「再帰的な非対称カーネル密度推定量」にも取り組み、その漸近性能を示した。また、推定対象を密度比、条件付き密度などにも広げており、これらの方面から進展が期待できる。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Yoshihide Kakizawa	4. 巻 193
2. 論文標題 Nonparametric density estimation for nonnegative data, using symmetrical-based inverse and reciprocal inverse Gaussian kernels through dual transformation	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Planning and Inference	6. 最初と最後の頁 117-135
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jspi.2017.08.008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Gaku Igarashi, Yoshihide Kakizawa	4. 巻 47
2. 論文標題 Limiting bias-reduced Amoroso kernel density estimators for nonnegative data	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Communications in Statistics: Theory and Methods	6. 最初と最後の頁 4905-4937
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03610926.2017.1380832	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Gaku Igarashi, Yoshihide Kakizawa	4. 巻 30
2. 論文標題 Generalised gamma kernel density estimation for nonnegative data and its bias reduction	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Nonparametric Statistics	6. 最初と最後の頁 598-639
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/10485252.2018.1457791	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Gaku Igarashi, Yoshihide Kakizawa	4. 巻 141
2. 論文標題 Multiplicative bias correction for asymmetric kernel density estimators revisited	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Computational Statistics and Data Analysis	6. 最初と最後の頁 40-6
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.csda.2019.06.010	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yoshihide Kakizawa	4. 巻 209
2. 論文標題 Multivariate non-central Birnbaum-Saunders kernel density estimator for nonnegative data	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Planning and Inference	6. 最初と最後の頁 187-207
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jspi.2020.03.009	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Gaku Igarashi, Yoshihide Kakizawa	4. 巻 -
2. 論文標題 Higher-order bias corrections for kernel type density estimators on the unit or semi-infinite interval	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Nonparametric Statistics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/10485252.2020.1770754	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計15件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件)

1. 発表者名 柿沢佳秀, 五十嵐岳
2. 発表標題 非対称カーネル密度推定量の高次バイアス修正について
3. 学会等名 2019年度統計関連学会連合大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 柿沢佳秀
2. 発表標題 再帰的な非対称カーネル密度推定量について
3. 学会等名 日本数学会2019年度秋季総合分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 柿沢佳秀
2. 発表標題 非負データに対する再帰的な密度推定について
3. 学会等名 研究集会「統計的推測および確率解析に関する総合的研究」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 柿沢佳秀
2. 発表標題 多変量バーンバウムサンダース型分布：非負データの密度推定への応用
3. 学会等名 研究集会「多様な高次元モデルにおける理論と方法論，及び，関連分野への応用」
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 柿沢佳秀
2. 発表標題 非負データに対する密度比推定，条件付き密度推定
3. 学会等名 日本数学会2020年度年会(学会は中止だが、アブストラクト提出で講演は成立)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 柿沢佳秀,五十嵐岳
2. 発表標題 非対称カーネル密度推定量のバイアス修正の再考について
3. 学会等名 2018年度統計関連学会連合大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 柿沢佳秀,五十嵐岳
2. 発表標題 非対称カーネル密度推定量のバイアス修正の再考察
3. 学会等名 日本数学会2018年度秋季総合分科会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshihide Kakizawa, Gaku Igarashi
2. 発表標題 Some boundary-bias-free density estimators and their bias-reductions
3. 学会等名 Waseda International Symposium
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 柿沢佳秀,五十嵐岳
2. 発表標題 非対称カーネル密度推定量の高次バイアス修正
3. 学会等名 日本数学会2018年度年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 柿沢佳秀,五十嵐岳
2. 発表標題 非対称カーネル密度推定量の高次バイアス修正について
3. 学会等名 研究集会「ノンパラメトリック統計解析とベイズ統計」
4. 発表年 2019年



1. 発表者名 柿沢佳秀
2. 発表標題 ジョンソンシステムをベースにした, 境界バイアスのないBS型カーネル密度推定について
3. 学会等名 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 五十嵐岳, 柿沢佳秀
2. 発表標題 Amoroso カーネル密度推定量に対する収束比の改良について
3. 学会等名 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 柿沢佳秀
2. 発表標題 対称分布をベースにしたq-MIGカーネル密度推定
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 柿沢佳秀
2. 発表標題 対称分布ベースq-MIGカーネル, 及び, 歪分布ベースq-BS カーネルに基づく, 非負データに対する密度推定
3. 学会等名 研究集会「多様な分野における統計科学の総合的研究」
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 柿沢佳秀
2. 発表標題 q-BS型カーネルに基づく, 非負データに対する密度推定
3. 学会等名 研究集会「ノンパラメトリック統計解析とベイズ統計」
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----