様　式　C－19、F－19－1、Z－19　（共通）

科研費
KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　２年　６月１６日現在

機関番号：３２６６５
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2017～2019
課題番号：１７Ｋ００１７２

研究課題名（和文）微分幾何的性質に基づく曲線・曲面の生成

研究課題名（英文）Generation of Curves and Surfaces based on the Properties of Differential Geometry

研究代表者
吉田　典正（Yoshida, Norimasa）

日本大学・生産工学部・教授

研究者番号：７０２７７８４６

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,500,000円

研究成果の概要（和文）：CADやコンピュータグラフィックスでの曲線表現においては，Bezier曲線やB-spline曲線に代表される自由曲線が広く利用されている．自由曲線は，優れた性質を持つ曲線であるが，曲率の制御が容易でないという問題を持つ．本研究では，曲率関数を陽的Bezier曲線または陽的B-spline曲線で表現し，指定された両端点の位置や接線方向（および曲率）を満たしながら，曲線を生成する手法を構築した．本手法では，曲率変化を制御することも可能である．構築した手法をプログラムとして実装しリアルタイムに生成できることを確認した．本研究により，指定された条件を満たしながら，曲率変化を制御することが可能となった．

研究成果の学術的意義や社会的意義
自動車のボディなどに代表する高度に美的な曲面を生成するには，曲面を生成する曲線自体も高度に美的である必要がある．高度に美的な曲線は，曲率変化が単調であるか，または少ない数の曲率単調な領域を持つことが必要である．本研究は，曲率変化を陽に指定し，指定された条件を満足するによう曲線を生成することで，曲率変化の指定が可能な曲線生成手法の構築を行いプログラムとして実装した．本研究により，従来手法よりも，より広い範囲で曲率変化を制御することが可能となり，また，曲線生成の際に曲率制御の重要性がより認識されることが期待される．

研究成果の概要（英文）：Free-form curves, such as Bezier curves or B-spline curves, are widely used in CAD and computer graphics. Free-form curves are curves with many excellent properties, however they have the problem that the curvature is not easy to control. In this research, the curvature function is represented by an explicit Bezier curve or an explicit B-spline curve, and a method for controlling the curvature variation is constructed under the condition that the positions, the tangential directions (and curvatures) of both endpoints are specified. By implementing the method, we confirmed that curves can be generated in real time. This study made it possible to control the curvature variation satisfying the specified conditions.

研究分野：形状処理工学

キーワード：形状モデリング　曲率　対数美的曲線　美的曲線・曲面

１．研究開始当初の背景

研究開始当初の背景を次に述べる．

① 高度に美的な曲線形状の制御の問題

高度に美的な曲線・曲面の生成においては，曲面生成のガイドとなる曲線自体も高度に美的である必要がある．高度に美的とは，広い意味では，曲線が少ない数の曲率単調な領域で構成されること[Farin 01]を意味し，狭い意味では対数美的曲線などと捉えることができる．曲線の形状と曲率変化の両方を制御することのできる手法が望まれる．このような問題は，例えば，自動車のボディ形状の設計のプロセスにおいて，ある曲線の端点（曲線の位置，接線方向，曲率が指定される）と別の曲線の端点（同じ条件が指定）の間を補完する曲率変化が単調性に変化する曲線を生成したいという問題などが挙げられる．

② 自由曲線

現在 CAD システムなどにおいて，広く利用されている曲線は，Bézier 曲線や B-spline 曲線などに代表される自由曲線である．自由曲線は，多項式または有理式を用いたパラメトリック曲線であるが，曲率は複雑な式で表されるため，曲率の制御自体が容易でないという問題がある．この問題に対して，Farin による class A Bézier 曲線[Farin 06]なども提案されているが，一般的な class A Bézier 曲線の生成自体が容易でなく，また曲線の制御自体が容易でない（生成してみないと曲線の終点がどこにくるのか分からない）という問題がある．

③ 対数美的曲線

研究代表者および研究分担者は，高度に美的な曲線の生成の問題に対して，曲率対数グラフが直線となる対数美的曲線[Yoshida 06 など]に関する研究を行い，様々な論文を発表してきた．対数美的曲線は，その曲率関数が非常にシンプルな式で表すことのできる曲線（このことは曲線が自己アフィン性を持つこととも関連している）であるが，そのシンプルさゆえに，逆に，曲線自体としての自由度が低いという問題を持つ．ここで，自由度が低いとは，例えば，両端点の位置と接線方向が与えられて曲線を生成する G^1 Hermite 補間や，両端点の位置・接線方向・曲率が与えられて曲線を生成する G^2 Hermite 補間において，生成できる曲線の範囲が狭いという問題がある．

２．研究の目的

本研究では，曲線の形状（G^1 または G^2 Hermite 補間条件）と曲率変化の両方を同時に制御することを目的とし，曲率関数を陽的多項式または有理式曲率関数で表現し，曲率関数の制御曲率（制御点に相当）を変化させることによって補間条件を満足させる手法に関する研究を行う．本研究の主たる目的を次に示す．

① 与えられたG^1 または G^2 Hermite 条件のもとで，陽的多項式および陽的有理式 Bézier 曲率関数に基づき，曲線を生成するフレームワークの構築を行う．このフレームワークを利用すれば，陽的多項式・有理式 B-spline 曲率関数への応用は容易である．

② 与えられたG^1 Hermite 条件のもとで，様々な曲線が生成可能であることを，アルゴリズムを実装することによって確認する．また，曲率関数の次数が高くない場合には，曲線がリアルタイムに生成可能なことを確認する

③ G^1 Hermite 補間条件が与えられたとき，陽的多項式 Bézier 曲線について，曲率変化の単調性を維持して曲線の生成が可能な，両端点の曲率の値の領域を可視化する．

なお，本研究では，陽的多項式および陽的有理式 Bézier 曲率関数を対象としているが，陽的多項式 B-spline 曲率関数による手法および実装もできているが，現在研究が進行中かつ未発表のため割愛する．また，効率性がまだ十分には確保できていないが，曲率関数および捩率関数に基づく空間曲線の生成アルゴリズムも構築も行っている．

３．研究の方法

s_t を曲線セグメントの弧長とする．nを陽的 Bézier 曲線の次数とし， $\kappa_i (i = 0,1,\cdots,n)$ を制御曲率とする．sを弧長，$\tau = \frac{s}{s_t}$, $B_i^n(\tau)$を Bernstein 多項式とした時，陽的多項式 Bézier 曲率関数 $\kappa(s)$は，

$$\kappa(s) = s_t\, K(\tau)\ \ (s \in [0, s_t]),\quad K(\tau) = \sum_{i=0}^{n} B_i^n(\tau)\ \kappa_i\ \ (\tau \in [0,1]), \tag{1}$$

で表される．$w_i (i = 0,1,\cdots,n)$をウェイトとした時，陽的有理 Bézier 曲率関数$\kappa_R(s)$は，

$$\kappa_R(s) = s_t\, K_R(\tau)\ \ (s \in [0, s_t]),\quad \mathrm{K}_R(\tau) = \frac{\sum_{i=0}^{n} B_i^n(\tau)\ w_i \kappa_i}{\sum_{i=0}^{n} B_i^n(\tau)\ w_i}\ \ (\tau \in [0,1]). \tag{2}$$

で表される．弧長 sと方向角θは次式によって関係付けられる．

$$\mathrm{d}\theta = \kappa_G(s)\mathrm{d}s. \tag{3}$$

ここで，$\kappa_G(s)$は，多項式曲率関数の場合は式(1)の$\kappa(s)$を，有理曲率関数の場合は式(2)の$\kappa_R(s)$である．式(3)の両辺を積分すると，次式を得ることができる．

$$\theta\,(s) = \int_0^s \kappa_G(t)\mathrm{d}t. \tag{4}$$

式(4)右辺の積分は，陽的多項式 Bézier 曲線の性質を用いると，closed form で解くことができる．また，式(4)およびG^1 Hermite 補間条件およびすべての制御曲率が与えられると，曲線セグメントの弧長s_tを求めることができる． 標準形における弧長sの曲線の位置$\mathbf{P}(s)$は，次式によって計算することができる．

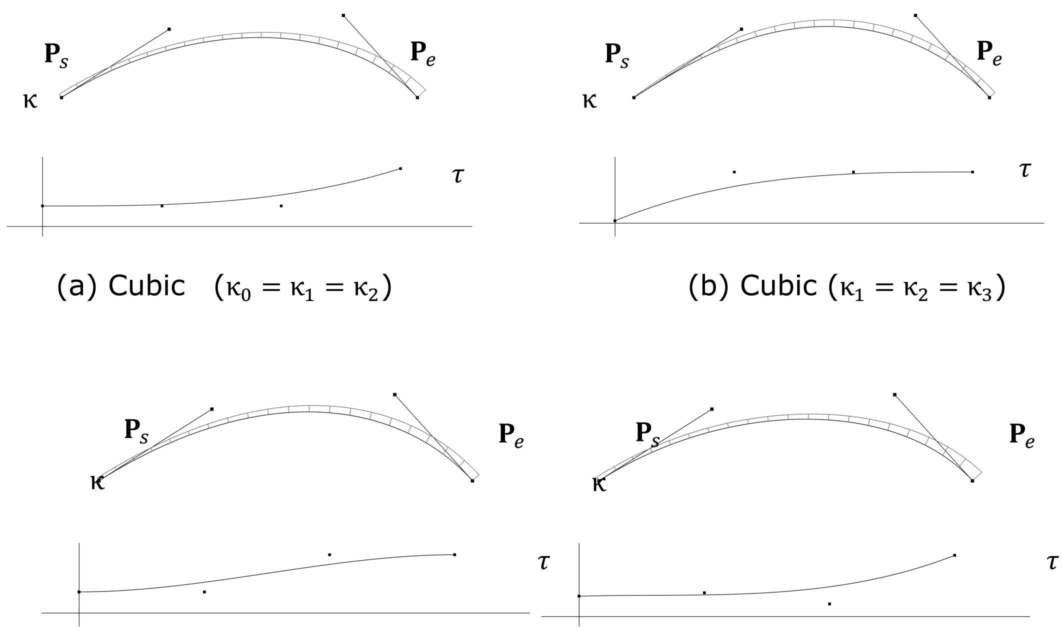
$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \int_0^s \cos\theta\,(s)\mathrm{d}t \\ \int_0^s \sin\theta\,(s)\mathrm{d}t \end{bmatrix}. \tag{5}$$

任意の位置の曲線は，式(5)で得られた曲線に適切な相似変換を施すことによる生成することができる．G^1 または G^2 Hermite 補間は，曲率関数の制御曲率を最適化によって指定された条件にあう曲線が生成することによって行う．

４．研究成果

本研究の理論を C++言語で実装し，Core i7 2.2GHz のノート PC においても十分にリアルタイムで実装可能なことを確認している．

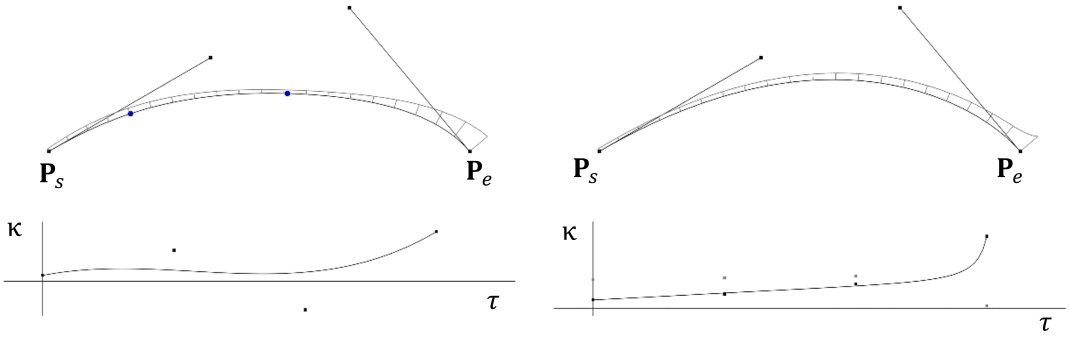
図１に生成された曲線の例を示す．図１(a)，(b)，(c)は同じG^1 Hermite 補間条件で 3 次の陽的多項式 Bézier 曲率関数を用いたものだが，様々に曲率を変化させられることが分かる．図１(d)はG^2 Hermite 補間を行った例である．



(a) Cubic　(κ$_0$ = κ$_1$ = κ$_2$)　　(b) Cubic (κ$_1$ = κ$_2$ = κ$_3$)

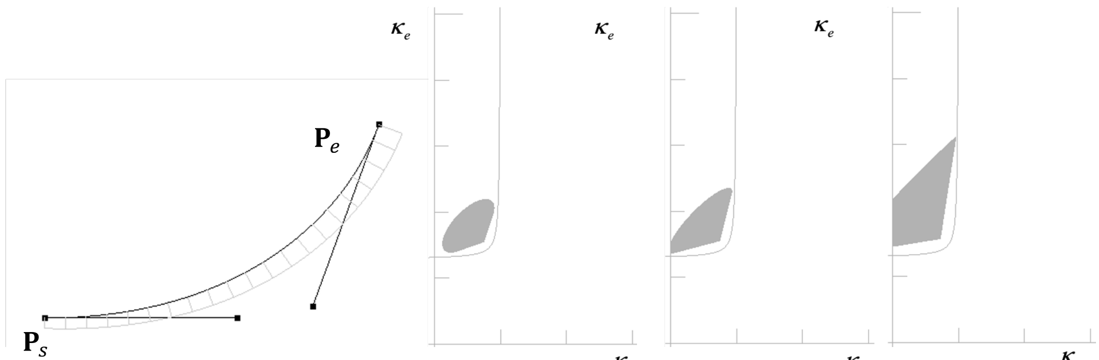
(c) Cubic (κ$_0$ = κ$_1$, κ$_2$ = κ$_3$)　　(d) Cubic, G^2 Hermite (κ$_s$ = 0.5, κ$_e$ = 1.5)

図１　陽的 Bézier 曲率関数で生成された曲線



(a) G^2 Hermite (多項式 Bézier)　　(b) G^2 Hermite （有理式 Bézier）

図２ 多項式および有理 Bézier 曲線を用いたG^2 Hermite 補間 ($\kappa_s = 0.5, \kappa_e = 2.0$).



(a) G^1 Hermite 補間条件　　(b) $n = 3$　　(c) $n = 5$　　(d) $n = 10$

図３　陽的多項式 Bézier 曲率関数による G^2 Hermite 補間領域

図２は，３次の多項式および有理 Bézier 曲率関数を用いてG^2 Hermite 補間を行った例である．図２(a)では多項式を用いているため曲率変化の単調な曲線を生成できていない．図２(b)は，有理式のウェイトを調整することにより，同じ条件のもとで曲率変化の単調な曲線を生成できた例である．

図３(b),(c),(d)は，(a)に示すG^2 Hermite 補間のもとで，曲率変化の単調な曲線を生成可能な始点の曲率κ_sと終点のκ_eを可視化したものである．次数nを高くすると曲率変化の単調な曲線を生成できる領域が広がっていることが分かる．

以上に述べたように，本研究では，曲率を陽的多項式関数で表現し，最適化手法によって制御曲率を変化させることによって，指定された条件を満足するような曲線生成手法の構築を行った．現在，陽的 B-spline 多項式曲率関数による実装もすすめており，複数セグメントを持たせることで，G^2 Hermite 補間領域の全て領域をカバーする手法の研究をさらに進めている．

＜引用文献＞

[Farin 01] G. Farin, Curves and Surfaces for CAGD, 5th edition, Morgan Kaufmann, 2001.
[Farin 06] G. Farin, Class A Bézier curves, Computer Aided Geometric Design, Vol. 23, Issue 7, pp.573-581, 2006.
[Yoshida 06] N. Yoshida and T. Saito, Interactive Aesthetic Curve Segments, The Visual Computer (Pacific Graphics), Vol. 22, No.9-11, pp.896-905, 2006.

5．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計3件（うち査読付論文　3件／うち国際共著　2件／うちオープンアクセス　2件）

1．著者名 Iglesias Andres、Galvez Akemi、Suarez Patricia、Shinya Mikio、Yoshida Norimasa、Otero Cesar、Manchado Cristina、Gomez-Jauregui Valentin	4．巻 10
2．論文標題 Cuckoo Search Algorithm with Levy Flights for Global-Support Parametric Surface Approximation in Reverse Engineering	5．発行年 2018年
3．雑誌名 Symmetry	6．最初と最後の頁 Article 58
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3390/sym10030058	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1．著者名 Rushan Ziatdinov, Norimasa Yoshida and Tae-wan Kim	4．巻 56
2．論文標題 Visualization and analysis of regions of monotonic curvature for interpolating segments of extended sectrices of Maclaurin	5．発行年 2018年
3．雑誌名 Computer Aided Geometric Design	6．最初と最後の頁 35-47
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.cagd.2017.06.003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 Norimasa Yoshida and Takafumi Saito	4．巻 17
2．論文標題 Planar Curves based on Explicit Bezier Curvature Functions	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Computer Aided Design and Applications	6．最初と最後の頁 77-87
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.14733/cadaps.2020.77-87	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

〔学会発表〕　計6件（うち招待講演　0件／うち国際学会　5件）

1．発表者名 Norimasa Yoshida and Takafumi Saito
2．発表標題 Intrinsically Defined Curves based on Explicit B-spline Curvature Functions and their Extension to 3D
3．学会等名 Curves and Surfaces（国際学会）
4．発表年 2018年

１．発表者名 Yuichi Yoshida, Takafumi Saito and Norimasa Yoshida
２．発表標題 B-Spline Tangential Angle Parameterization Curves for Aesthetic Design
３．学会等名 Curves and Surfaces（国際学会）
４．発表年 2018年

１．発表者名 斎藤隆文，吉田雄一，久田友海，吉田典正
２．発表標題 方向角パラメータ曲線　-研究の進展状況と展望-
３．学会等名 画像関連学会第5回秋季大会
４．発表年 2018年

１．発表者名 Norimasa Yoshida, Takafumi Saito
２．発表標題 Arc Length Parameterization Curves based on Explicit Polynomial B-splines
３．学会等名 Conference on Geometry: Theory and Applications (CGTA)（国際学会）
４．発表年 2017年

１．発表者名 Rushan Ziatdinov, Norimasa Yoshida, Tae-wan Kim
２．発表標題 Visualization and analysis of regions of monotonic curvature for interpolating segments of extended sectrices of Maclaurin
３．学会等名 International Conference on Systems of Design, Technological Preparation of Manufacture and Management Phases of the Life Cycle of Industrial Products (CAD/CAM/PDM-2017)（国際学会）
４．発表年 2017年

１．発表者名 Ferenc Nagy, Norimasa Yoshida
２．発表標題 Interactive modeling with Log-aesthetic spirals
３．学会等名 11th International Conference on Applied Informatics (ICAI 2020)（国際学会）
４．発表年 2020年

〔図書〕　計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

－

６．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究分担者	斎藤　隆文 (SAITO Takafumi) (60293007)	東京農工大学・工学（系）研究科（研究院）・教授 (12605)	
研究協力者	イグレシアス　アンドレ (IGLESIAS Andres)		
研究協力者	キム　タエワン (KIM Tae-Wn)		
研究協力者	ジィアディノフ　ルーシャン (ZIATDINOV Rushan)		
研究協力者	ナジィ　フェレンク (NAGY Ferenc)		