

令和 4 年 9 月 6 日現在

機関番号：33801

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2021

課題番号：17K00987

研究課題名(和文) 数学的活動を実現するための授業設計チャートの作成及び効果の検証に関する実践的研究

研究課題名(英文) Practical research on the creation of lesson design charts and verification of effects for realizing mathematical activities

研究代表者

坂本 正彦 (Sakamoto, Masahiko)

常葉大学・教育学部・准教授

研究者番号：60779510

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：数学学習において、問題解決の重要性は前後まもなく主張されたが中等教育においては未だに実現できているとは言いがたいのが現状といえる。そこで、まず現場の先生方の状況を調査し、その中で問題点の解決に当たり、筆者自身が中学学生を指導する機会を得つつ、何をすることが必要なかを仮説検証の形で実践してきた。その結果、授業設計のためのフローチャートを筆者自身の実践を通して現在の形としてまとめることができた。問題解決の授業の為には、まず教師が取り上げる題材に対する探求が重要であると感じたが、そのように深く教材を研究した題材であれば、Polyaの問題解決の段階に従って授業を展開できることを明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

す、筆者が参観した多くの学校現場である中学校や高等学校の数学の授業では、相変わらず、知識注入、反復練習による授業展開が見受けられる。静岡のある公立の中学校では、教師が一方的に解説し、生徒は一言も発言がなかった授業もあった。

一方、多くのそのような授業を受けてきた教員は、それではよくないと分かりながらも具体的にどうしたらよいかについて解を持たないままに教室に向かっている。そのような状況を少しでも改善するために、生徒が主体的に数学を探究する授業を設計したり、その授業を展開していくために一つの示唆を与えると考えられる本研究は教育的な意義を持つと考える。

研究成果の概要(英文)：It is difficult to say that problem-solving classes have yet been realized. In my interactions with teachers in the field, it was pointed out that I was not sure what I should do to design lessons of problem-solving. Therefore, I first investigated the situation of the teachers in the field, and in order to solve the problems there, I myself have had the opportunity to instruct junior high school students and put into practice what is necessary in the form of hypothesis verification.

As a result, I was able to create a flowchart for lesson design and summarize it as the current form through trial and error through my own practice.

In order to give better problem-solving lessons for students, I first felt that it was important to explore the subject matter taken up by the teacher as a study of teaching materials, and then clarified that if the subject material was studied in such depth, the lesson could be developed according to the problem solving stage of G.Polya.

研究分野：数学教育

キーワード：問題解決 授業設計 問題事象の確認 解決計画の協議 振り返りと知見の整理

1. 研究開始当初の背景

(1) 数学的活動

「数学的活動は、基本的に問題解決の形で行われる」と示されて10年が経過した。新学習指導要領においても、引き続き数学的活動の充実が掲げられている。しかしOECDの調査でも、「教員と多数の生徒の間で広がりのある学習目標に向かった会話」が、「行われたエビデンスのある授業はほとんど見られなかった」とある（GTI 報告書, 2018, p.91.）。また筆者がこれまで参観した授業の多くは、丁寧ではあっても教師による説明中心の授業で、中には50分間生徒は一言も発することのない授業もあった。教育現場では、数学的活動の前提となる問題解決の授業は実践されないという現実がある。

(2) 問題解決

筆者が参観した問題解決を標榜する授業の多くは、授業の冒頭で教師から生徒に問題が提示され、その後、それぞれの生徒が自力解決に取り組み、適当な時間が経過した後、自発的に挙手したり、机間巡視中に選んだ生徒を指名して解答させるといったスタイルであった。その結果、解にたどり着ける生徒はわずかで、その他の多くの生徒は、発言者の話を聞いたりノートに書き取るだけになってしまい、学習経験を次の問題解決に活かしていない現実がある。

2. 研究の目的

(1) 数学教育の現状の把握

問題解決（数学的活動）がなぜ授業で取り上げられていないかその理由について、現場の教師から聞き取りしたり、アンケート調査により、明らかにする。

(2) 授業設計チャートの開発

聞き取り調査やアンケート結果から明らかになった理由を改善できるように、授業設計チャートを開発し、実際に使用してもらうことで、授業の中で問題解決（数学的活動）が実現できるようにする。

3. 研究の方法

(1) 現場の授業参観と分析

静岡市内の数学の研究会に参加したり授業参観や事後研究会を通して、授業者や参加者と意見交換することで、教育現場の状況を把握し、理由を分析する。

(2) 現場の教師からの聞き取り、アンケート調査の集約

静岡ではこれまで6年間「数学的活動の実現」というテーマで教員免許状更新講習の講師をしてきたが、参加者から聞き取り値要さしたり、アンケート調査を行い、それを集約する。

(3) 開発された授業設計チャートを使った授業設計と授業実践を通じた改善

公立の協力校で筆者による授業実践を通して、授業設計チャートの利用と改善を図る。また、常葉大学附属橘中学校で非常勤講師として週5時間の授業を担当しながら、授業設計チャートの利用と改善を図る。

4. 研究成果

(1) 現場の教師の問題解決に対する意識調査結果から得た情報

現場の教師に対する聞き取りとアンケート結果をもとに、授業で問題解決を取り上げることへの抵抗感として次のことが挙げられることが分かった。

① 次の意見に代表されるような、問題解決への否定的な見解を持つ教師がいる。

- ・「解決が自力で図れる生徒にとって、その授業で何も学べないという問題解決の授業は、それが授業としてどんなに良かったとしても、意味が無いと感じます。」
- ・「教室での議論の中で、不確かな発言が結構飛び出す。数学の内容とは別に、教室で人望のある生徒が発言すると、内容の是非を吟味するのでは無く、〇〇さんの発言だから、正しいのだろうと受け止めてしまう生徒もいる。不確かだったり間違った発言を聞かせるよりは、正しい内容を授業で取り上げる方がよっぽど良いと思う。問題解決学習で、不確かなやりとりに時間を使うよりも、正しいことを教えて、それを類題を解くことで定着を図らせることが大事だと思う。」
- ・「教科書的な学習活動（基礎的な活動）を通して、その中に「問題解決」を盛り込むのが理想であるが、公立の中学校では、規定の時間数ではとてもじゃないが時間が足りなくてできない。」
- ・「問題解決するまでに個人個人でかなりの時間差が生じ、解けなかった生徒は結局解決手順や解法の考えを書くだけになってしまうということが問題だと考える。」
- ・「問題解決は大切だと思うが、基礎・基本の定着のためには、補足的・ドリル的な学習の方が、生徒たちには達成感が得られやすい。」
- ・「生徒は、見通しを持って問題を解けるわけではない。Polyaの4段階のプロセスを取る上で、教師サイドがある程度道筋を立ててあげないと問題解決学習にはならない。」

② 次の意見に代表されるような、授業展開や授業中の指導に自信を持ってない教師が少なくない。

- ・「問題を把握するのに、支援が必要な生徒への対応が難しい。」
- ・「多様な考えをどのように練り上げていくか。練り上げ方に困難性を感じる。単なる発表会ではなく、お互いの考えや解決を読み取る視点を生徒がもつような練り上げ場面を作るのが難しい。」

- ・「ヒントの出し方に悩む。ピンとくるポイントが私とは違うし、問題に取り組む糸口は一つではない。このような場合、どうしたらよいか。」
- ③ 次の意見に代表されるような、授業構成に自信が持てない教師が少なくない。
 - ・「授業設計するためのアイデア不足が問題解決を実施することに二の足を踏んでしまう。」
 - ・「中学校では学力差が大きいので、自力解決の場面で生徒に合わせたワークシートなどを用意した場合、解決に向けての一つのパターンで進めさせてしまうことがある。必要と考えて用意したワークシートが（ワークシートが無いと、何も手を付けられない生徒が少なくない）、生徒の自由な発想を阻害してしまっていることがしばしば確認できる。」
 - ・「問題解決場面で、どこまで『自力解決』を求めるかについていつも困っている。授業を通して、何かを得ることが大切であるならば、問題の解決そのものは『自力』である必要はないと考える。」
- ④ 次の意見に代表されるような、教材選定について困難を感じている教師が少なくない。
 - ・「問題解決に適した課題を選ぶ（教材選定）ことが難しい。」
 - ・「課題設定を、どのように生徒と投げかけていくか。生徒が、解決してみたい、「何故だろう」と思うように課題提示するにはどうしたらよいか。」
 - ・「問題設定の難しさが最大の問題点だと思う。」
 - ・「生徒が主体的に考える教材を作る時間が取れない。」
- ⑤ 生徒の学習の習熟状態、学力格差の問題により問題解決に二の足を踏んでいる実態がある。
 - ・「中学生になり、基礎・基本の定着に大きな差がある中で、全く手を付けられないという問題を指摘することは、ますますの欲の減退を引き起こしてしまう。そのような生徒にどう接するかが問題として残っている。」
 - ・「同じ課題に対する問題解決だと、内容をすぐに理解して素早く実験観察する一方、問題の本質を理解できず、主体的に活動しない生徒がいる。むしろ後者が多い。」
 - ・「生徒の個人差が大きく、課題把握で止まっている者も少なくない。自力解決場面と、他者との練り上げの場面とで切り変えるポイントが難しい。」
 - ・「比較検討までの自力解決をして、自分の考えをまとめ、発表するまで時間が不足気味になってしまふことや、前時までの授業の理解度に差があるため、授業の目標まで到達できないことがしばしば見られる。」
- ⑥ 生徒の受動的な学習観を指摘するものが少なくなく、それが問題解決をうまく実現できていないと考えている実態がある。
 - ・「暗記型の学習をしている生徒が多く、直ぐに正解を知りたがる。もっと柔軟な考え方ができるようにするのが難しい。」
 - ・「解き方や考え方を教えてもらおうと、待ちの姿勢でいる。」
 - ・「『与えられること』に慣れている生徒が『自発的』に考えることができるかという点に問題がある。」
- ⑦ 生徒の主体性が時にマイナスに働くと考えている教師がいる。
 - ・「自分なりのやり方でやるというように自ら問題解決していこうという考えの強い生徒は、基本的な問題でさえも、遠回りした方法であっても自分の解法にこだわり、公式等が上手く使えない。」
 - ・「自分の間違いの原因をしっかりと理解させることに難しさがある。」

表 1 授業設計のための事前準備のチェックシート

(2) 問題の理解、解決計画及び振り返りに焦点を当てた授業展開への転換

よく目にする問題解決の授業では、冒頭でへ教師が問題を提示し、個々の生徒に自力解決を促し、その後解決した生徒による発表が中心となっている。この展開における問題点として、次の点を指摘したい。

- ① 提示された問題を正しく読み取ることができない生徒は、次の段階に進むことができない。
- ② 解決計画が練れず、その段階で留まってしまう生徒が少なくない。
- ③ 発表者の解決内容を理解できた生徒はともかく、発表を聞いても理解できなかった生徒にとっては、何も獲得できない授業となってしまう。

そこで G. Polya の問題解決 4 つの段階の内、問題の理解、解決計画の立案は教室全体で取り組ませると、計画が立った生徒は自然と計画の実行に移る。解決計画の立てられていない生徒と計画を練るために議論すると、解決計画を立てられる生徒は増える。また解決経験を次の問題解決に活かすようにするために、振り返りも全体で議論させると、言語化できていない生徒が自分の足りない所に気付くことがある。

(3) 事前準備のチェックシートの作成 (表 1)。

授業設計では、事前に確認しておかなければならないことがあるが、それを明示的に示した。

(4) 授業設計チャートの作成

[1] 授業展開の流れ

授業は、(1) 導入 (表 2-1)、(2) 主展開 (表 2-2)、(3) 振り返り (表 2-3) とする。取り上げる題材毎に、生徒の実態を考慮しながら (予想される生徒の発言、行動をよく検討する)、指導案に落とししていく。

[2] チャートから指導案へ

指導案への転換では、まず取り上げる題材に対して十分な教材研究は必須である。教材研究が不足すると、表現が不確かだったり、まだアイデアの段階で未分化な発言でも、授業の展開においては、本質的に意味のある場合を見逃してしまうことがある。生徒に多様な考えを要求しながら、せっかくのアイデア授業に活かすためには、予め十分な教材研究により、生徒の予想される考えを押さえておかなければならない。

その上でそれらを授業の展開に沿って埋めていくと表 3 の様な指導案となるだろう。またそこでの生徒の発言を引き出すために、指導上の留意点についてはよく検討する必要がある。

特に、問題に取り組める生徒を増やすこと、問題解決の経験を次の問題解決に活かすようにさせるために、問題の把握と解決計画立案を教室全体でできるようにすることが授業設計チャートの前提で

何時間構成の授業か	5 時間 ① 平行四辺形の定義から性質を証明する ② 平行四辺形の決定条件から定義を証明する ③ ①、②の条件を分解して異なる組み合わせを作り、同じ命題とそうではない命題とを区分けし、順に証明していく。
単元は何か	平行四辺形の性質、決定条件
探求させたいことは何か (教材研究は授業に十分な程度に行えたか)	(1) 定義から平行四辺形の性質を演繹するにはどうしたらよいか (2) 定義から決定条件を演繹するにはどうしたらよいか (3) 2 条件の組を分けて異なる組み合わせを考えるとどうなるか
授業の目標は何か (数学科の目標のどこに焦点を当てた授業か)	(1) 次のような知識及び技能を身に付けること (B11)。 (ア) 平行線や角の性質を理解すること。 (イ) 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。 (イ) 基本的な平面図形の性質を見いだし、平行線や角の性質を基としてそれらを確かめ説明すること。 (ウ) 図形の合同について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導すること。 (ア) 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること。 (イ) 証明の必要性と意味及びその方法について理解すること。 (エ) 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。 (イ) 三角形の合同条件などを見いだして角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。 (ウ) 三角形や平行四辺形の基本的な性質などを具体的な場面で活用すること。
生徒の状況は把握したか (授業中のクラスの状況、一人一人の生徒の状況を想像できるか)	(略)
授業の中で生徒に行わせたい活動(予想される生徒の反応)は検討されているか (授業の評価を生徒の行為として記述しているか)	(1) 獲得した知見を基にして、発展的に考えようとする。 (2) 「もし〇〇ならば……」と考えようとする。 (3) 他者の発表を批判的に聞き、論理的な整合性を確かめようとする。 (4) 説明を聞いて理解できなかったのが理解できたとき、何に気が付いたかを整理して発表しようとする。 (5) 「平行四辺形の定義⇔平行四辺形の性質」と「平行四辺形の決定条件⇔平行四辺形の定義」が、互いに逆命題となっていることに気づく。 (6) 平行四辺形の定義と決定条件は同値であることを気づく。 (7) 決定条件の組み合わせを要したとき、進んで証明しようとする。
授業を通して生徒に感得させたいことは何か (授業の評価を生徒の行為として記述しているか)	(1) 小学校の時に観察から知った平行四辺形の性質は、論証できるということ。 (2) 証明するには、仮定から結論を演繹するための方針が必要だということ。 (3) 与えられた命題だけを証明するのではなく、仮定を工夫すること、証明すべき対象が拡張され、すべてを証明すると達成感が得られること。
習得させたいことは何か (数学科の目標・単元目標のどの部分の達成に繋がっているか)	(1) 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること。 (2) 証明の必要性と意味及びその方法について理解すること。 (3) 平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。
振り返りを通して獲得させたいことは何か (次の学習に活かせる知見は何か)	(1) それぞれの命題に対して、何に気付くことができたから証明が完成したのかを整理すると、次なる証明において、その知見を生かそうとすること。 (2) それぞれの命題に対して、何に気付くことができなかったから証明がうまく完成させられなかったかを整理して、次なる証明において、その知見を生かそうとすること。 (3) 証明するために、まず条件を確認し、その条件に適合する既習を講入ると良いこと。

表 2-1 授業設計チャート (導入)

指導案作成の流れ	授業の流れ	導入		
		解決すべき問題の提示		展開 1
	検討すべき項目	問題事象の確認	問題の焦点化	問題の理解
		前時の振り返りによる導入	振り返り内容の焦点化	何が問題となっているのか
検討すべき項目	問題文による事象の説明に基づく導入	問題の定立	問題が解決された状態とはどんな状態か	
	新たな活動から問題を作り出す導入	問題の焦点化	わかっている条件は何か	
			既知の条件から演繹できることは何か	

表 2-2 授業設計チャート (主展開)

指導案作成の流れ	展開 2 (解決方針の検討)	主展開			
		展開 3 (解決計画の定立)	解決計画の実行	解決計画の修正	解決計画の実行
	既知の条件、演繹された条件から問題解決までの道筋の検討	問題文を解決するために必要な条件は何か	問題文を解決するために必要な条件までの道筋は何か	道筋を構成する諸条件で、分かっていることは何か	まだ解決されていない諸条件は、どのようにして明らかになるか
	⇒ 解決計画は論理的に組み立てられたか	⇒ 計画実行でうまくいかない点は何か	⇒ 解決計画のどこかの点を修正すれば良いか	⇒ 計画通り実行できたか	

表 2-3 授業設計チャート (振り返り)

振り返り	振り返り			
	実行された解決過程の振り返り	解決計画の振り返り	問題解決における教訓帰納の抽出	習得内容の確認
計画通り実行できたか	⇒ 解決計画立案でうまくいった点は何か	⇒ 何に気付くことができたことが良かったのか	⇒ 次の問題解決に活かせることは何か	⇒ 探求を通して学んだことは何か
	⇒ 計画立案で困難だったことは何か			

表 3 作成された指導案の一部

あるので、問題事象の確認、問題の焦点化、解決方針・解決計画の定立場面では、生徒の実状をよく振り返っておくことが必要となる。

また、授業設計チャートのもう一つの重点は、振り返り場面の充実である。問題解決がうまくいった場合、何に気づけたことが成功に結びついたのか、あるいは、何に気づけなかったことが解決計画立案を妨げていたのかについてしっかり確認する場面を設定することが必要である。

以上、筆者自身の授業実践を通して、授業設計チャートの改善と指導案作りを行ってきた本研究の成果といえる。

授業展開（主展開の一部） ○：教師の発問、△予想される生徒の発言	指導上の留意点
<p>○【課題1】⑥の組み合わせを調べましょう。命題の形にすると、次の様になります。 AD // BC... ①, ∠A=∠C... ② ⇒ □ABCD は平行四辺形</p> <p>【問題事象の確認】 ○この命題は、どんなことを言っていると思いますか。 △①と②のどちらの条件もそれぞれが他の条件と組み合わせると決定条件になっているから、この場合も平行四辺形になる可能性はある。 △ということは、図をかいてみると何か分かるかも知れないね。</p> <p>【問題の焦点化】 △結論の、「□ABCD は平行四辺形」ということは、定義を考えると、AD // BC... ①と AB // DC... ②が成り立つということだから、この命題は、AD // BC... ①, ∠A=∠C... ② ⇒ AB // DC... ③と書き換えられるね。 △それを証明すれば良いのか。</p> <p>【解決方針・解決計画の定立】 △二直線の平行を示すのだとすると、平行線の錯角とか同位角とかの関係が使えるかも知れないね。 △錯角とか同位角を使うのだとすれば、どこかに補助線を引いて、錯角や同位角ができる形にする必要があるね。</p>	<p>○仮定で提示された条件と、結論との関係について、先ず把握させたい。ここでは、条件の必要性と十分性が話題となるが、必要条件、十分条件という用語を使わずに、命題が何を示しているのかを検討させたい。</p>
授業展開（振り返りの一部）	指導上の留意点
<p>【実行された解決過程の振り返り】 ○それでは、今までのことを振り返ってみましょう。まず証明がうまくいったのは、どんなことに気付いたからだと思いますか。 △□ABCD が平行四辺形であることは、定義の条件が成り立つことだと数学の表現に置き換えられたことが良かった。 △やっぱり、AB // DC... ③の条件式が出てきたから証明に持ち込めたんじゃないかな。 △それから、二直線が平行であることを、錯角の問題に置き換えられたことは良かった。 △そうそう。それでうまく補助線をかくことができたからね。 △それでも、僕は証明が思いつかなかった。 △証明の方針が立ったのは、平行線と錯角の関係を図をかいて調べたからです。 △私も図をかいて調べていたけれど、うまくできなかった。 △図をかきながら、もう一つの条件と一緒に考えていなかったからじゃないのか。 △そうか。図だけかいても、うまく証明には繋がられないんだね。ということは、初めに条件をしっかり確認しておくことが、やっぱり重要だったということなんだろう。 ○今まで出た意見は、皆参考にしながら、次の課題に取り組んでみましょう。今度は表の中の⑫です。</p>	<p>○次の問題解決に活かせるような内容にまとめられるよう、今日の活動を振り返っていく。</p> <p>○生徒の感覚に沿った形で言葉を引き出し、できるだけ一般化してまとめられるように留意する。</p>

<引用文献>

- ① OECD グローバル・ティーチング・インサイト GTI, 指導と学習の国際比較, 国立教育政策研究所編, 明石書店, 2018, p.91
- ② 垣内賢信訳, G.Polya, いかにして問題をとくか, 丸善, 1954, pp.9-23
- ③ 長谷川栄, 授業を成り立たせるもの, 現代教育学の基礎, 筑波大学教育学研究会編, ぎょうせい, 1982, pp.252-3

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 0件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 坂本 正彦	4. 巻 臨時増刊号
2. 論文標題 問題解決：生徒に焦点を当てた授業設計	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 第102回日本数学教育学会全国大会総会特集号	6. 最初と最後の頁 249
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 坂本 正彦	4. 巻 臨時増刊号
2. 論文標題 数学的活動を実現するための授業設計	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 第103回日本数学教育学会全国大会総会特集号	6. 最初と最後の頁 250
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計1件（うち招待講演 0件/うち国際学会 0件）

1. 発表者名 坂本 正彦
2. 発表標題 問題解決：生徒に焦点を当てた授業設計
3. 学会等名 日本数学教育学会
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------