

令和 2 年 9 月 13 日現在

機関番号：22604

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K01261

研究課題名(和文) マルチカーブモデルとXVAの統合による金融リスク管理

研究課題名(英文) Financial risk management with integration of multi-curve models and XVA

研究代表者

田中 敬一 (Tanaka, Keiichi)

首都大学東京・経営学研究科・教授

研究者番号：00381442

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,300,000円

研究成果の概要(和文)：格付の変化をレジームスイッチと捉え、レジームスイッチにより金利変動を表す確率微分方程式の形がVasicekモデルやCIRモデルの間で変化するモデルに基づいて債券価格の導出を行った。債券価格を解析的に表現することはできないが、多重積分表示の級数和として表現できた。また、複数の企業の格付推移の遷移確率が自社および他社の格付推移によって変動するモデルの考察および分析を行った。1社の格付変更が当該企業および他社の遷移確率に影響を及ぼすこと(自己励起、感染)、および、その遷移確率の変化がその後の時間の経過とともに薄れていくことを Hawkes processによりモデル化した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

自己励起・感染の有無により、債券価格に特徴的な影響を与えることが判明した。これらの結果を各モデルに適用すればマルチカーブモデルによる評価が可能となる。金融機関のポートフォリオにおける信用リスクの評価において、各社の格付推移は独立ではなく各社の格付推移の遷移確率を支配する状態変数の変化に自己励起と感染を導入した債券価格付けやデリバティブ評価が可能である。

研究成果の概要(英文)：We assume that a change of credit rating is a regime switch and then we have developed a bond pricing method based on a regime-switching model where the stochastic differential equation for an interest rate is switched among, for example, Vasicek type and CIR type. Although the bond pricing formula is not expressed in an analytic form, it is shown as a series of multiple integral. The second result is that we have developed a credit-rating model where the possibility of a change of the credit-rating of a firm is affected by a change of the credit-rating of the firm and other firms. The development of the self-exciting and the contagion is based on a Hawkes process.

研究分野：ファイナンス

キーワード：マルチカーブ 遷移確率

1. 研究開始当初の背景

金融機関等での市場リスクの評価では取引種別毎に様々なモデルが用いられるが、単なる理論値ではなく実際にそれらの取引を精算もしくは再構築するためのコストを反映することが求められている。そのために、取引に伴うリスクを考慮した取引価格を調整する XVA(valuation adjustment) を導入することが増えている。

XVA には、具体的には CVA,DVA,FVA,KVA がある。CVA(credit valuation adjustment) は取引相手方の信用リスクに基づく価格調整である。倒産の可能性の高さを表す倒産強度 (default intensity) の設定により計算できるが、キャッシュフローの割引に用いる金利は無リスク金利を用いている。FVA(funding valuation adjustment) は市場で観察される標準的な金利と自己が調達・運用できる金利との差に基づく価格調整である。したがって FVA には自然にマルチカーブモデルが適用されている。一方、DVA(default value adjustment) は自己が倒産する際の精算価値とその直前の評価価値の差である。自己の倒産の可能性は資金調達コストに反映されるので、FVA と DVA は密接に関連する。KVA(capital valuation adjustment) は取引実行による資産・負債計上および自己資本比率への影響に伴う内部課金である。このような様々な価格調整を総称して XVA と呼び、その計算方法等の考察は成されている。

マルチカーブモデルは、将来の変動金利に基づくキャッシュフローを計算するためのフォワードレートの金利体系と、キャッシュフローを割引くための金利体系を個別に設定するフレームワークである。リーマンショック直後から注目され、Kijima, Tanaka and Wong [2009] をはじめとした研究が行われている。

Kijima, Tanaka and Wong (2009) "A Multi- Quality Model of Interest Rates," *Quantitative Finance*, **9**, 133-145.

2. 研究の目的

XVA が基礎とするモデルは多種多様であるために、モデル間で整合的ではない設定を行っていることもありえる。その非整合性は主に金利モデルや信用リスクモデルに起因することがあるので、金利リスク・信用リスク等の管理に役立つよう、様々なリスクの価格調整である XVA とマルチカーブモデルを整合的に統合した金融リスク管理のフレームワークを提示することが求められている。その端緒として将来の確率的な格付推移を反映することが考えられる。

本研究では、XVA のうち、特に資金調達コスト (FVA) と信用リスク (CVA,DVA) の計算に格付推移を導入し、マルチカーブモデルと共に、価格計算およびリスク量の計算を考察し、格付の変動が及ぼす効果を解明する。マルチカーブモデルと XVA は相互に関連することでありながら、FVA を除き個別に議論されていたが、相互に整合的な考察は成されていない。本研究によって格付推移を状態変数のひとつとしてマルチカーブモデルと XVA に組み込むことにより、統合された金融リスク管理の構築が可能となる。すなわち、取引相手方の格付推移によりまず CVA が定まる。また、自己の格付推移から DVA が定まり、それが FVA に影響する。この FVA ではマルチカーブモデルを主体としてモデル化が必要になる。

3. 研究の方法

格付により、(a) 自身が資金調達可能な金利、(b) 自身の信用リスク (倒産が引き起こされる強度) および (c) 取引相手方の信用リスクが定まるとモデル化する。そして、それらの要

素を加味して金融取引を評価した結果と一般的に市場で観測可能な金利のみを用いて評価した結果の差異が評価調整項 XVA である。その差異の原因を (a) と認められる部分が FVA、(b) に由るものを DVA、(c) に由るものを CVA となる。

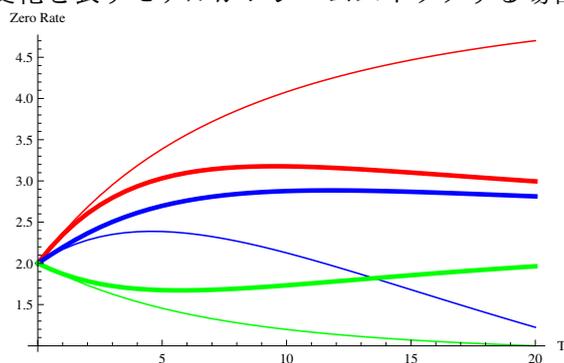
格付推移はレジームスイッチングと見なすことができるので、格付推移を状態変数の一部として含む場合の価格付けは、Feynman-Kac の定理により連立微分方程式等に帰着することとなる。本研究の遂行にはこれらの点に留意して解明する必要がある。派生証券の価格の表現では、微分演算子 \mathcal{N} による方程式 $\mathcal{N}\mathbf{F} = \mathbf{O}$ の解 \mathbf{F} (行列に値を取る関数) を求めることに帰着する。ただし解 \mathbf{F} の存在が保証されている場合においても、方程式の係数行列が定数でなければ、解を陽に表すことはできずに数値計算に依存しなければならない。本研究では、非線型微分方程式に対するホモトピー摂動原理の考え方をを用いて行列の非可換性に対処しながら、線形行列方程式の解を級数の形で明示的に表現するとともに、その形式から解の特徴を解明することを目指す。

また、金融機関のポートフォリオにおける信用リスクの評価において、各社の格付推移は独立ではないので、各社の格付推移の遷移確率を支配する状態変数 (y) の変化に自己励起と感染を導入する。すなわち、自社および他社の格付変化によって状態変数の変化を通して遷移確率が変動する。自己励起とは、自社の格付変更により、更なる格付変更の可能性を一時的に高めることである。感染では、他社の倒産そのものによって自社の格付が変化するわけではないが、格付が変更される蓋然性は高まることとなる。

4. 研究成果

格付の変化をレジームスイッチと捉え、レジームスイッチにより金利変動を表す確率微分方程式の形が Vasicek モデルや CIR モデルの間で変化するモデルに基づいて FVA に与える影響を見るために債券価格の導出を行った。債券価格を解析的に表現することはできないが、多重積分表示の級数和として表現できた。レジームスイッチ導入によって直面する困難な部分は、解くべき方程式が多次元であることと行列の非可換性であるが、それらを克服するため、その展開にはホモトピー摂動原理を用いた。図 1 は、金利の変化を表すモデルが異なるパラメータから成る Vasicek モデルの間でレジームスイッチする場合のゼロレートを表す。

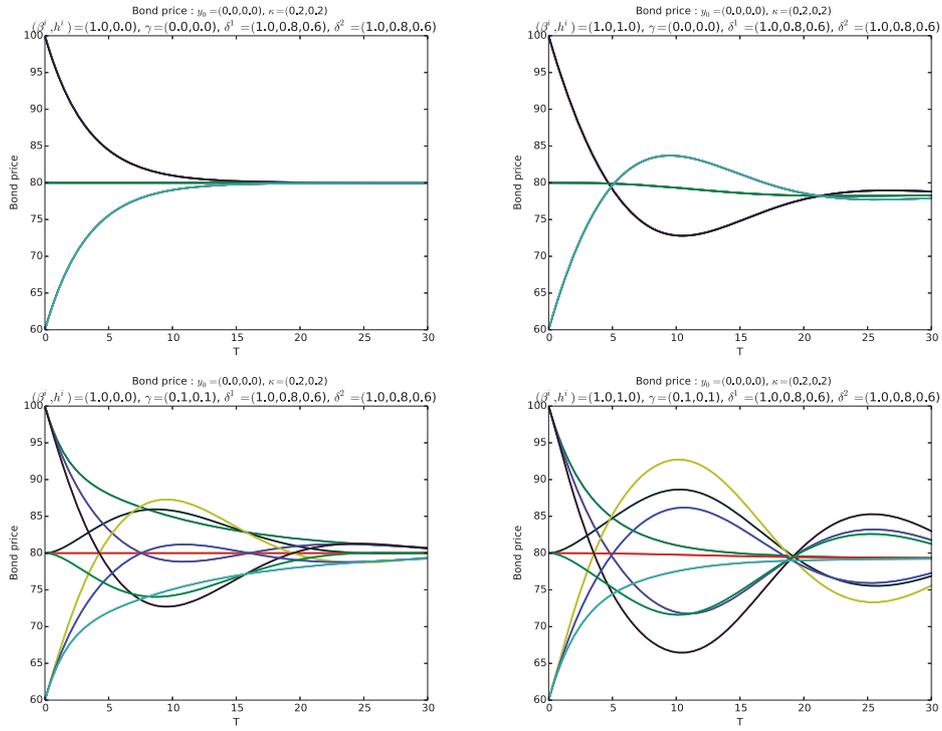
図 1: 金利の変化を表すモデルがレジームスイッチする場合のゼロレート



また、DVA と CVA の関連で、複数の企業の格付推移の遷移確率が自社および他社の格付推移によって変動するモデルの考察および分析を行った。1 社の格付変更が当該企業および他社の遷移確率に影響を及ぼすこと (自己励起、感染)、および、その遷移確率の変化がその後の時間の経過とともに薄れていくことを Hawkes process によりモデル化した。いくつかのパラメータの設定の下、有限差分法により数値計算を行った。図 2 は、自己励起・感染の有無の組合せ毎に、満期 (年、横軸) に対する債券価格 (縦軸) のグラフを表示したもので

ある。1つの図に9種類の倒産時回収率 (1.0, 0.8, 0.6) の組合せによる債券価格のグラフを描いている。左上が自己励起：無、感染：無の場合、右上が自己励起：有、感染：無の場合、左下が自己励起：無、感染：有の場合、右下が自己励起：有、感染：有の場合である。

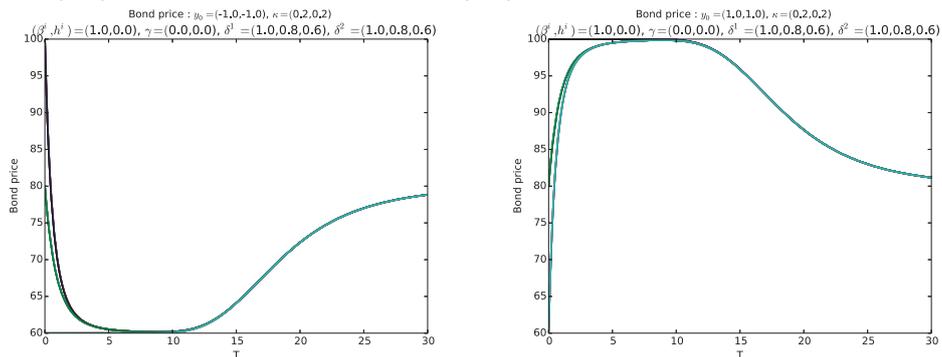
図 2: 自己励起・感染の有無による債券価格



自己励起：無、感染：無の場合であっても、遷移確率を変動させる状態変数の初期値の符号によって、債券価格のグラフは大きく変化する (図 3)。

図 3: 遷移確率を変動させる状態変数の初期値毎の債券価格

左: $(y_0^1, y_0^2) = (-0.5, -0.5)$ 右: $(y_0^1, y_0^2) = (0.5, 0.5)$



以上により複数の満期 (最長 30 年) に対する債券価格のグラフの曲線は、このような自己励起・感染の有無により、債券価格に特徴的な影響を与えることが判明した。これらの結果を Kijima, Tanaka and Wong [2009] で扱われる各モデルに適用すればマルチカーブモデルによる評価が可能となる。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----