

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 2 年 5 月 19 日現在

機関番号：34304

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K03825

研究課題名(和文)曖昧性下の新たな意思決定モデルの構築とその資産価値評価への応用

研究課題名(英文) Construction of a new decision model under ambiguity and its application to asset valuation

研究代表者

岩城 秀樹 (IWAKI, Hideki)

京都産業大学・経営学部・教授

研究者番号：40257647

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：1.従来のリスク下での経済保険料計算原理を滑らかな曖昧性モデルの双対定理を用いてより現実的な曖昧性下での保険料原理に拡張した。2.確率値が幅を持つというファントム確率空間によって曖昧さを表現したファントム意思決定モデルを用いた場合に曖昧性の意思決定に及ぼす影響を考察し、ファントムな不確実性とそれに対する態度の変化が資産需要に与える十分条件を導出した。3.滑らかな曖昧性モデルの双対理論に基づいて曖昧さに対する選好が表現されるという仮定の下で、曖昧性下での均衡資産価格評価モデルを導出し、均衡価格の存在と一意性を示した。4.不確実な確率を持つ期待効用理論において曖昧さの大きさを測る測度を導出した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

保険料原理を曖昧性下に拡張したことは保険料が割高といった現実現象の理論的説明をもたらす、現象解明の礎を与える。また、曖昧性下での新たな意思決定モデルに基づき、曖昧性の大きさを測る尺度を考案し、曖昧性の大きさと曖昧性に対する個人の態度の変化が資産需要と資産価格に与える影響を考察した成果は、実際に観測される株式のリスクプレミアム乖離が従来の経済学で標準的に用いられているモデルでは説明できないというエクイティプレミアムパズルの問題や人々は、保有資産について、その価値が上昇した場合と比べて下落した場合には、保有資産の売却を行わないという気質効果に対して説明を与えるものとして意義がある。

研究成果の概要(英文)：1. We have extended the existing economic premium principle of insurance under risk to the more realistic premium principle under ambiguity using the dual theory of the smooth ambiguity model. 2. We have considered the effect of ambiguity on decision making under phantom decision theory, which expresses ambiguity using a phantom probability space in which the probability value takes any value within a certain real interval. Then, we have derived sufficient conditions such that the phantom uncertainty and the change in attitude toward it increase or decrease asset demands. 3. Under the assumption that the decision maker's preference for ambiguity is expressed based on the dual theory of the smooth ambiguity model, we have derived an equilibrium asset pricing model under ambiguity and showed the existence and uniqueness of the equilibrium price. 4. We have derived a measure to measure the degree of ambiguity in the theory of expected utility with uncertain probability.

研究分野：ファイナンス

キーワード：不確実性 曖昧性 意思決定 保険料計算原理 均衡資産価格 ポートフォリオ選択

### 1. 研究開始当初の背景

Frank H. Knight はリスクと不確実性を測定可能性によって分類した。一意な確率分布で表現される状況をリスクと呼び、一意な確率分布で表現できない状況を不確実性と呼んだ。また、リスクと不確実性という言葉は区別しづらいので、不確実性の代わりに曖昧性を使うことも多く、この文書でも以下、曖昧性を Knight 的不確実性と同義として用いる。従来、リスク下の意思決定においては、期待効用が一貫して支配的な役割を果たしてきた。これは、他の意思決定モデルと比較して扱いやすく、効用関数さえ特定できれば、具体的な答えを一意に導出することが容易であるからである。しかしながら、期待効用が実際の意思決定を忠実に描写できていないことはよく知られており、Ellsberg (1961) は、曖昧性が存在する状況では、期待効用では実際の意思決定と矛盾する結果を生じてしまうことを実験によって示している。その後、Schmeidler (1989) が Ellsberg (1961) の実験と矛盾しない意思決定モデルであるショケ期待効用(Choquet Expected Utility、CEU)を考案した。CEU は、効用関数の確率測度による積分に代えて非加法的確率容量によるショケ積分によって選好を表現するものである。以降、CEU に派生していくつかの意思決定モデルが提案されたが、CEU は、公理的に導出された曖昧性下の意思決定理論では現在においても最もポピュラーなものであると言える。しかし、CEU は、確率容量の特定が困難であることに加えて、加法性をもたないがゆえに通常の微分積分を用いることができず、これを使った分析には高度な数学が必要になる。このことは、実証を含む現実の意思決定問題への応用では大きな障壁となっていた。

Ellsberg (1961) の実験に基づく意思決定を説明する一つの方法として、Segal (1990) は二次信念(second-order belief) と呼ばれる概念を導入した。二次信念とは、複数のリスクを表現する確率分布(一次信念)の集合に対する確率分布である。Klibanoff, Marinacci and Mukerji (2005) は、いくつかの公理の下で、曖昧性下での選好が、一次信念による期待効用の効用の二次信念による期待値で与えられることを示し、この意思決定モデルを滑らかな曖昧性モデル(smooth ambiguity model) と名付けた。滑らかな曖昧性モデルは、不確実性下の意思決定を表現できる記述性を有する一方、二重期待効用とはいえず、通常確率測度による期待値を用いていることから、期待効用と同様の分析の扱いやすさも保持している。しかしながら、二重期待効用であるがゆえに、モデルの特定化は難しく現実の意思決定問題解決への応用は通常期待効用に比べてかなり困難であると言わざるを得ない。そこで、我々はいくつかの公理に基づいて、意思決定者の選好が、意思決定者の曖昧性回避度に応じて変換した二次信念による一次信念の混合分布の下での効用の一重の期待値で与えられるという、滑らかな曖昧性モデルの下での双対定理を考案し証明した。これによって、先述の欠点を克服した上に、曖昧性下の意思決定において、期待効用において培われた分析手法を、より直接的に用いることを可能とした。

そこで、我々は、現在、曖昧性下の双対モデルを均衡リスク(損失)評価、リスク・シェアリングの問題に応用して一般的解析解を導出に取り組んでおり、得られた成果を国際学術誌に投稿する予定である。既に Tsanakas and Christofides (2006) や de Castro and Chateauneuf (2011) など、同様の問題を分析しているが、一般に CEU を用いているために均衡での取引やリスク・シェアリングが一意に定まらないという結果になっている。また、我々は、曖昧性下での双対モデルを用いて均衡資産価格モデルを導出し、曖昧性の均衡資産価格に与える影響の分析を行っており、これについても得られた結果を国際学術誌に投稿する予定である。Maccheroni et al. (2013) や Ruffino (2014) も滑らかな曖昧性モデルのもとでの均衡資産価格モデルを導出しているが、これらは、滑らかな曖昧性モデルをオリジナルのまま用いているがために、多項近似を用いている点で異なっている。

このように、意思決定問題の現実的解決法として、曖昧性下の双対モデルは、従来の曖昧性下の意思決定モデルと比較して、その扱いやすさから優位な点を有しているのであるが、これで期待効用に代替し得るかといえば、そうではない。例えば、一つの欠点として、期待値をとる効用関数を有界なものに限定している点が挙げられる。本研究では、こうした双対モデルの欠点を克服し、加えて、新たな意思決定モデルの構築を計る。そして、得られた成果を先述の応用問題に適用していくことを計画している。

### 2. 研究の目的

本研究課題の目的は、将来起こり得る結果が不確実で、起こり得る結果や結果の生起確率が一意に定まらないという曖昧性下での意思決定について、研究代表者がこれまで構築してきた意思決定理論モデルを、より現実適応性を高めるように発展させること、加えて、従来から得られている実証結果と整合的な新たな理論モデルを構築すること、そして、それらの一般的なモデルの枠組みの下で曖昧性が資産価値に与える影響を比較静的に分析し、その分析結果を証券市場や保険市場の分析に応用して実証可能な経済学的含意を得るとともに、構築した意思決定モデルの現実との整合性を確かめることである。

### 3. 研究の方法

平成 29 年度は、現在までに得られている成果を然るべき国際学術誌に掲載決定までもっていく。また、これまで得られた成果を再整理し、未解決の問題について解決の順序付けを行い、その順番に従って関連文献の調査をしながら具体的な解決方法を探求していく。平成 30 年度以降は、前年度行った解決方法の探求の成果を順番にまとめていくとともに、新たな曖昧性下での意思決定モデルの構築を試みる。また、これと並行して、曖昧性下での意思決定モデルの研究で得られた成果の証券・保険分野への応用問題について考察していく。最終年度は、得られた成果をまとめて、然るべき国際学術誌へ投稿をおこない、その改訂を進めていく。

平成 29 年度

研究全体のスタート・アップ期間と位置付ける。具体的には下記のとおりである。

現在、国際学術誌に投稿中の研究；

( a ) 曖昧性下の双対モデルの下でのリスク(損失)評価・リスク・シェアリング、

( b ) ファントム (phantom) 意思決定モデル (Izhakian and Izhakian, 2015) の比較静学とポートフォリオ選択問題への応用について、改訂を行い、論文掲載確定までもっていく。

平成 30 年度～令和元年度

曖昧性下の双対モデルについて、既知の未解決問題について整理し、関連分野の文献調査を行いながら、問題解決方法について考察していく。

具体的には、曖昧性下の双対モデルの下での均衡資産価格評価モデルの導出とその比較静学を行い、成果を然るべき国際学術誌に投稿する。

また、この文献調査を通じて、新たな曖昧性下の意思決定モデルの可能性について考察していく。アイデアとしては、例えば、Izhakian and Izhakian (2015) が考案したファントム意思決定モデル(これは、結果の実現値、実現値からもたらされる効用、実現値の生起確率が、すべてファントム数と呼ばれる曖昧な幅を持った実数値と認知されている場合の von Neumann-Morgenstern 型期待効用に対応した意思決定モデルである)の Savage 流主観確率への拡張などが考えられる。この際、公理に立脚した抽象的な意思決定モデルから、より現実適応性が高く、観測データからモデルを特定できるものにするという視点に立って、モデルの開発に着手していく。

#### 4. 研究成果

本研究期間中に得られた成果は次の 4 点である。

(1) 純粋交換経済モデルにおいて、従来の起こり得る結果や結果の生起確率が一意に定まることを想定するリスク下での経済保険料計算原理を我々が構築した滑らかな曖昧性モデルの双対定理を用いてより現実的な曖昧性下での保険料原理に拡張した。得られた成果を Fujii, Y., Iwaki, H., and Osaki, Y. (2017) "An Economic Premium Principle under the Dual Theory of the Smooth Ambiguity Model," *ASTIN Bulletin* 47, pp. 787-801 に公表した。

(2) 曖昧性の表現として、確率値が幅を持つというファントム確率空間によって曖昧さを表現した場合の意思決定モデルであるファントム意思決定モデルを用いた場合に曖昧性の意思決定に及ぼす影響を考察し、ファントムな不確実性の変化とそれに対する意思決定者の態度の変化が人々の資産需要の増減をもたらすことになるための十分条件を導出した。得られた成果を Iwaki, H., and Osaki, Y. (2017) "Comparative Statics and Portfolio Choices under the Phantom Decision Model," *Journal of Banking and Finance* 84, pp. 1-8 に公表した。

(3) 滑らか曖昧性モデルの双対理論に基づいて意思決定者の曖昧性に対する選考が表現されるという仮定の下で曖昧性下での均衡資産価格評価モデルを導出し、均衡価格の存在と一意性を示した。さらにこの評価モデルに基いて曖昧性の均衡における曖昧性の資産収益に与える影響を抽出した。得られた成果を Iwaki, H. (2018) "An Equilibrium Asset Pricing Model under the Dual Theory of the Smooth Ambiguity Model," *Journal of Mathematical Finance* 8, pp. 497-515 に公表した。

(4) Y. Izhakian が考案した不確実な確率を持つ期待効用理論 (EUUP) において曖昧さの大きさを測る測度を導出した。具体的には、曖昧さが同一の事象に対して複数の確率分布として与えられるときに、確率分布の確率信念を考え、その確率信念の下での事象生起確率の分散が曖昧性の測度として適当であることを示した。さらに、この測度を下に曖昧さの大きさがポートフォリオ選択に与える影響を考察した。曖昧さに対する態度の変化が資産投資を減少させることと、曖昧さの大きさの変化が資産選択を増加させるための十分条件を導出した。得られた成果を Iwaki, H. "An Ambiguity Measure under EUUP and Its Application to a Portfolio Problem" という論文にして *Journal of Mathematical Finance* に投稿し、採択された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Iwaki Hideki	4. 巻 8
2. 論文標題 An Equilibrium Asset Pricing Model under the Dual Theory of the Smooth Ambiguity Model	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Finance	6. 最初と最後の頁 497-515
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.4236/jmf.2018.82031	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 藤井陽一朗、岩城秀樹、尾崎祐介	4. 巻 47
2. 論文標題 AN ECONOMIC PREMIUM PRINCIPLE UNDER THE DUAL THEORY OF THE SMOOTH AMBIGUITY MODEL	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA	6. 最初と最後の頁 787-801
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1017/asb.2017.14	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 岩城秀樹、尾崎祐介	4. 巻 84
2. 論文標題 Comparative statics and portfolio choices under the phantom decision model	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Banking & Finance	6. 最初と最後の頁 1 - 8
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.jbankfin.2017.07.001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 0件/うち国際学会 6件）

1. 発表者名 岩城秀樹
2. 発表標題 An Ambiguity Measure under EUUP and Its Application to a Portfolio Problem
3. 学会等名 45th Annual Seminar of the European Group of Risk and Insurance Economists（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 岩城秀樹
2. 発表標題 Risk Exchange under EUUP
3. 学会等名 22nd Annual Conference of the Asia-Pacific Risk and Insurance Association (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 岩城秀樹
2. 発表標題 An Ambiguity Measure under EUUP and Its Application to a Portfolio Problem
3. 学会等名 The 6th East Asia Risk Management and Insurance Workshop (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 岩城秀樹
2. 発表標題 Comparative statics and portfolio choices under the phantom decision model
3. 学会等名 24th Annual Conference of the Multinational Finance Society (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 岩城秀樹
2. 発表標題 An economic premium principle under EUUP
3. 学会等名 5th East-Asia Risk Management and Insurance Workshop (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 岩城秀樹
2. 発表標題 Risk Exchange under EUUP
3. 学会等名 APRIA 2018 Annual Conference (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

2018年シンガポールで開催された22nd Annual Conference of the Asia-Pacific Risk and Insurance Associationで発表した論文`Risk Exchange under EUUP`が優秀であったため、開催学会からインタビューを受けた。その模様が下記YoutubeおよびHPに掲載されている。  
<https://www.youtube.com/watch?v=GBAW1DaQ4yU&t=135s>  
<https://blogs.ntu.edu.sg/nbsfrmi/2018/08/23/risk-exchange-under-euup/>

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考