

令和 2 年 6 月 19 日現在

機関番号：32678

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K05177

研究課題名(和文)関数体上の過収束保型形式

研究課題名(英文)Overconvergent modular forms over function fields

研究代表者

服部 新(HATTORI, Shin)

東京都市大学・知識工学部・准教授

研究者番号：10451436

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：関数体上の保型形式であるDrinfeld保型形式について、そのP進的性質の探究を行い、以下の研究成果を得た。(1) Drinfeld保型形式に作用する U_t 作用素に対し、その広義固有空間の次元が重さに関するp進局所定値関数である、という、楕円保型形式の場合にはGouvea-Mazur予想と呼ばれている性質を証明し、学術誌にウェブ掲載された。(2) Drinfeld保型形式のP進連続族を構成し、その応用として、あるレベルの通常Drinfeld保型形式にHecke作用素が自明に作用することを示した。(3) (2)の自明性をレベルがtの二乗の場合に一般化した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

Drinfeld保型形式は楕円保型形式の関数体類似だが、楕円保型形式のp進的性質に対して、その類似であるDrinfeld保型形式のP進的性質の理解はほとんど進んでいない。本研究で得られた研究成果は、Drinfeld保型形式のP進的性質の解明を大きく推し進めるものである。また、通常Drinfeld保型形式へのHecke作用の自明性は、楕円保型形式の場合には見られなかった現象であり、Drinfeld保型形式のP進理論に関して新たな展開を予感させるという意味で意義深いものである。

研究成果の概要(英文)：I studied P-adic properties of Drinfeld modular forms over the rational function field over a finite field, and obtained the following. (1) I proved the p-adic local constancy of the dimension of generalized eigenspaces for the U_t operator acting on the space of Drinfeld modular forms, with respect to weights. This is a Drinfeld analogue of the Gouvea-Mazur conjecture in the elliptic case and published online. (2) I constructed P-adic continuous families of Drinfeld modular forms and, as an application, proved the triviality of the Hecke action on the space of ordinary Drinfeld cuspforms of certain level. (3) I obtained a generalization of the triviality of (2) to the case of level t square.

研究分野：整数論

キーワード：Drinfeld保型形式 関数体

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

p を素数, F_q を標数 p , 位数 q の有限体, P を $F_q[t]$ の既約元とする. Drinfeld 保型形式は楕円保型形式の関数体 $F_q(t)$ における類似物である. 楕円保型形式の p 進理論が高度に発展し, 楕円保型形式の p 進解析的族である, 肥田族や固有値多様体の理論に結実したのに対して, Drinfeld 保型形式の P 進理論は発展が遅れており, まだその全容も明らかになっていなかった. 特に, 肥田族や固有値多様体にあたるものが存在するのかわかっていなかった. 一方で, 近年ドイツやイタリアの研究グループにより Drinfeld 保型形式の P 進的性質, 特に U 作用素の固有値や傾斜 (つまり, U 固有値の P 進付値) に関して数値計算が盛んになされ, Drinfeld 保型形式にも豊かな P 進的構造が潜んでいるらしい, ということが認識されていた.

2. 研究の目的

本研究の目的は, Drinfeld 加群の標準部分群や, 過収束 Drinfeld 保型形式の理論を構築し, それによって, 研究が遅れていた Drinfeld 保型形式の P 進的性質を明らかにすることだった. より具体的には, 標準部分群と過収束 Drinfeld 保型形式の理論を用いて, U 作用素の特性巾級数の連続性や, U 作用素の広義固有空間の次元の変動の様子を調べ, その知見に基づいて, Drinfeld 保型形式の P 進理論のあるべき姿, 特に, Drinfeld 保型形式の P 進族やそのパラメータ空間 (重さ空間) の具体形を予見することだった.

3. 研究の方法

当初の予定では標準部分群と過収束 Drinfeld 保型形式の理論を構築することによって研究を行う予定だったが, 初年度の研究によって, 調和コサイクルを用いる方がより良い結果が得られることが分かり, 以降は調和コサイクルを用いて研究を行った. 調和コサイクルとは, Bruhat-Tits 樹上のある種の関数であり, これを導入することで, Drinfeld 尖点形式をグラフ理論的・組み合わせ論的に調べることが可能になる. また, アメリカ (テキサス A&M 大学)・ドイツ (ミュンスター大学)・イタリア (ピサ大学)・台湾 (清華大学) 等の当該分野の研究が進んでいる国を訪問し, 研究討論を行うことで局面打開を図った. さらに, まだ確立された哲学のない Drinfeld 保型形式の P 進理論に対して, 興味深い新現象を見出して理論構築の礎とするために, Pari/gp などの計算ソフトで広範な数値計算を行った.

4. 研究成果

本研究で得られた主な研究成果は次の三つである.

(1) Gouvea-Mazur 予想の類似の証明.

重さ k , レベル t の Drinfeld 尖点形式に作用する U 作用素について, その広義固有空間の次元が k の p 進局所定値関数であることを証明した. これは楕円保型形式に関する Gouvea-Mazur 予想の一般化に当たり, 楕円保型形式の場合は固有値多様体のような p 進族の存在を示唆していた. この時点では Drinfeld 保型形式の P 進族の存在は, U 固有値が一定の物しか知られていなかったが, この結果は Drinfeld 保型形式にもより複雑な何らかの P 進族が存在することを示唆するものである.

(2) 小さい傾斜を持つ Drinfeld 尖点形式の P 進連続族の構成.

レベルが P で割れる Drinfeld 尖点形式に作用する U 作用素に対し, その固有値の P 進付値を傾斜と言う. 傾斜の重複度が 1 の場合に, その傾斜を持つ Drinfeld 尖点形式が, Hecke 固有値が P 進連続的に変動する族に属することを証明した. 楕円保型形式の場合の固有値多様体の構成は Drinfeld 保型形式の場合にはうまく行かず, このような P 進族が存在することはこれまで分かっていなかった. また, この結果の応用として, レベル t の通常 (= 傾斜 0) Drinfeld 保型形式に Hecke 作用素が自明に作用することを示した.

(3) レベル t^2 の通常 Drinfeld 尖点形式への Hecke 作用の自明性の証明.

これは(2)で証明したレベル t の場合の自明性の一般化に当たる. また, 同様の自明性が, より大きないくつかのレベルで成り立つことを, 数値計算により確認した. 楕円保型形式の場合, 通常空間への Hecke 作用素は肥田理論によって記述され, 豊かな構造を持つ. 一方で, この結果が示唆しているのは, 楕円保型形式とは別の原理によって, Drinfeld 保型形式の肥田理論に

当たるものが自明になっている，ということであり，予期しなかった興味深い現象である．

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Hattori Shin, Newton James	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 Irreducible components of the eigencurve of finite degree are finite over the weight space	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal)	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/crelle-2018-0030	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 S. Hattori	4. 巻 30
2. 論文標題 On canonical subgroups of Hilbert-Blumenthal abelian varieties	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal de theorie des nombres de Bordeaux	6. 最初と最後の頁 355-391
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5802/jtnb.1029	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 S. Hattori	4. 巻 -
2. 論文標題 Dimension variation of Gouvea-Mazur type for Drinfeld cuspforms of level $\Gamma_1(t)$	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 International Mathematics Research Notices	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rnz104	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 S. Hattori	4. 巻 54
2. 論文標題 Integral p-adic Hodge theory and ramification of crystalline representations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Panoramas et Syntheses	6. 最初と最後の頁 159-203
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 S. Hattori	4. 巻 -
2. 論文標題 Duality of Drinfeld modules and P-adic properties of Drinfeld modular forms	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of the London Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計16件 (うち招待講演 12件 / うち国際学会 12件)

1. 発表者名 Shin Hattori
2. 発表標題 Duality of Drinfeld modules and P-adic properties of Drinfeld modular forms
3. 学会等名 Arithmetic and geometry of local and global fields (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shin Hattori
2. 発表標題 Lectures on Fontaine-Laffaille theory and ramification of crystalline representations
3. 学会等名 Korea University Number Theory Seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shin Hattori
2. 発表標題 Duality of Drinfeld modules and P-adic properties of Drinfeld modular forms
3. 学会等名 p-adic cohomology and arithmetic geometry 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shin Hattori
2. 発表標題 P-adic properties of Drinfeld modular forms
3. 学会等名 Special session ``Arithmetic and Transcendence of Special Functions and Special Values'' at the AMS Sectional Meeting (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shin Hattori
2. 発表標題 Dimension variation of Gouvea-Mazur type for Drinfeld cuspforms of level $\Gamma_1(t)$
3. 学会等名 New developments in the theory of modular forms over function fields (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shin Hattori
2. 発表標題 Irreducible components of the eigencurve of finite degree are finite over the weight space
3. 学会等名 Fukuoka International Conference on Arithmetic Geometry in 2017, 西新プラザ (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 服部新
2. 発表標題 Coleman-Mazur固有値曲線の次数有限な既約成分は重さ空間上有限
3. 学会等名 第16回広島仙台整数論集会, 広島大学
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 服部新
2. 発表標題 Drinfeld加群の双対性とP進Drinfeld保型形式
3. 学会等名 第11回福岡数論研究集会, 九州大学
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shin Hattori
2. 発表標題 Duality of Drinfeld modules and P-adic properties of Drinfeld modular forms
3. 学会等名 NCTS Seminar on Number Theory at Hsinchu, 清華大学(台湾)(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shin Hattori
2. 発表標題 Duality of Drinfeld modules and P-adic properties of Drinfeld modular forms
3. 学会等名 TIMS Taipei Number Theory Seminar, 台湾大学(台湾)(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shin Hattori
2. 発表標題 Duality of Drinfeld modules and P-adic properties of Drinfeld modular forms
3. 学会等名 Number Theory Seminar, テキサスA&M大学(アメリカ)(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 服部新
2. 発表標題 Drinfeld加群の双対性とP進Drinfeld保型形式
3. 学会等名 代数学セミナー，九州大学（招待講演）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shin Hattori
2. 発表標題 Duality of Drinfeld modules and P-adic properties of Drinfeld modular forms
3. 学会等名 東京北京バリ数論幾何セミナー，東京大学（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shin Hattori
2. 発表標題 P-adic continuous families of Drinfeld eigenforms of finite slope
3. 学会等名 p-adic modular forms and Galois representations，シェフィールド大学（イギリス）（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shin Hattori
2. 発表標題 Exploring p-adic numbers
3. 学会等名 Expose, サンテティエンヌ大学（フランス）（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 服部新
2. 発表標題 有限傾斜Drinfeld固有形式のP進連続族
3. 学会等名 等々力整数論セミナー, 東京都市大学
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Shin Hattori's webpage http://www.comm.tcu.ac.jp/shinh/

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考