

令和 6 年 5 月 29 日現在

機関番号：24405

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2023

課題番号：17K05259

研究課題名（和文）高分子のトポロジーに応用する結び目の数学

研究課題名（英文）Mathematical theory of knots with application to polymer topology

研究代表者

金信 泰造（Kanenobu, Taizo）

大阪公立大学・大学院理学研究科・特任教授

研究者番号：00152819

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：DNAの組み換えの研究、および、高分子の位相的構造の研究を念頭におきつつ、整合的バンド手術、交差交換、 $H(2)$ 移動、4移動などの結び目、絡み目の局所変形や関連する結び目理論の研究をおこなった。とくに、これらの局所変形に関する結び目解消数、さらには、2つの結び目の間の変形の最小回数である距離について、多項式不変量等を利用した研究をおこなった。また、交点数の小さい結び目の結び目解消数や距離の表の作成を試みた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

DNA分子は、複製、転写、組み換えという遺伝現象の核心をなす過程においてトポロジー（位相的な構造）が変化するが、それはトポイソメラーゼとよばれる酵素の働きによるものである。トポイソメラーゼとは、DNAの鎖を切断して、さらに結合するというような操作をおこなう酵素の総称である。トポイソメラーゼは環状のDNAに対して交差交換やバンド手術のような作用をすると考えられており、結び目、絡み目の局所変形の研究の成果がDNA等の高分子の研究に応用されることが期待される。

研究成果の概要（英文）：We studied several local moves on knots and links such as a coherent band surgery, a crossing change, an $H(2)$ -move, and 4-move, and related topics on knot theory, keeping in mind research on DNA recombination and the topological structure of polymers. In particular, we studied the unknotting number of a knot and also the distance between two knots, which is the minimum number of the local moves needed to deform one knot to the other, where we applied knot polynomial invariants. We also attempt to create tables of unknotting numbers and distances for knots with small crossing number.

研究分野：数物系科学

キーワード：結び目 絡み目 バンド手術 交差交換 $H(2)$ 移動 4移動

1. 研究開始当初の背景

DNA 分子は、複製、転写、組み換えという遺伝現象の核心をなす過程においてトポロジー(位相的な構造)が変化するが、それはトポイソメラーゼとよばれる酵素の働きによるものである。トポイソメラーゼとは、DNA の鎖を切断して、さらに結合するというような操作をおこなう酵素の総称である。トポイソメラーゼは環状の DNA に対して図 1 の交差交換やバンド手術のような作用をされると考えられており、結び目理論を応用することができる。結び目理論の研究を初めて DNA の研究に応用したのが、1980 年代の Ernst と Sumners の研究()である。かれらは、分子生物学者が予想した、ある組み換え酵素の作用のモデルが数学的に正しいことを結び目理論を利用して示すことに成功した。これに続く研究は、とくに欧米において盛んに進められており、我が国においても、デーン手術の研究と関連して下川航也等が研究をおこなっている。

一方、結び目理論においては、結び目の局所変形については古くから様々な角度からのアプローチがなされている。一般に、結び目をほどくことができる局所的な変形を結び目解消操作と総称し、多くの操作が知られている。そのもっとも古典的なものが交差交換である。結び目をほどくための交差交換の最小数を結び目解消数(または、ゴルドイアン距離)とよぶが、現在でもゲージ理論等最新の理論を応用した精密な研究が進められている。また、結び目の局所変形は様々な形で結び目理論に現れている。例えば、Conway 多項式、Jones 多項式、HOMFLYPT 多項式等の結び目の多項式不変量は、局所的に異なる 3 個の結び目、絡み目の間のスケイン関係式を用いることで定義される。これら 3 個の結び目、絡み目は、交差交換、または、バンド手術で移り合う。また、ヴァシリエフ不変量(有限型不変量)は、葉廣和夫によって局所変形である C_n 移動の理論で理解することができる。したがって、結び目の局所変形の研究は、結び目の不変量の研究に直結しているといえる。

最近では、物性物理学、高分子化学において、高分子、液晶、コロイド、生体膜、生体分子(蛋白質、DNA など) などの一連の分子性物質群のことを総称してソフトマターとよんでいる。ソフトマターの研究において紐状のものを研究する際に結び目理論が盛んに応用されるようになってきている。したがって、円周だけでなく、空間グラフ、すなわち、グラフの空間埋め込みの研究も生物、科学への応用を考える上では重要であり、とくに簡単な空間グラフの分類等の基本的な研究が鍵となる。

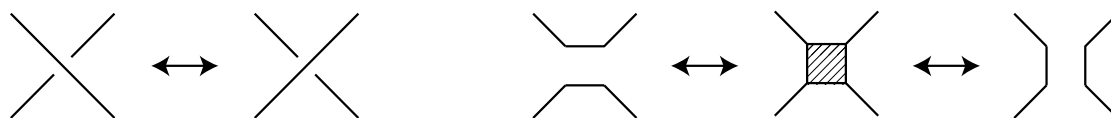


図 1 : 交差交換 (左) とバンド手術 (右)

2. 研究の目的

以上の状況をふまえ、本研究では、DNA の組み換えの研究、および、高分子の位相的構造の研究を念頭におきつつ結び目の局所変形とそれに関連する研究をおこなう。具体的には次の 4 点に集中したい。(1) 結び目・絡み目の交差交換の研究。(2) 結び目・絡み目のバンド手術の研究。(3) その他の結び目・絡み目の局所変形 ($H(n)$, $SH(n)$, シャープ移動等) の研究。(4) 空間グラフの分類および、局所変形の研究。

それぞれについて詳述する。

(1) 交差交換は、1930 年代の Wendt の結び目解消数の研究から始まり、結び目理論の典型的な研究主題の一つである。DNA 結び目の研究でも応用され、Darcy, Sumners, Moon 等が 10 交点までの結び目の間の交差交換距離 (与えられた 2 つの結び目に対して一方を他方に変形するための交差交換の最小数) の表を作成している。また、インターネット上の Livingstone 等による KnotInfo では 12 交点までの結び目の結び目解消数の表があげられている。本研究では、結び目解消数、交差交換距離、さらに、絡み目についても同様の絡み目解消数、交差交換距離の研究を進める。

(2) バンド手術は、図 1 の右側で示したように、結び目の一部にバンドを張りそのバンドに沿って結び目を変形する操作と捉えられることができるので、その名前が付けられている。バンド手術でとくに向きを保つようなものを整合的バンド手術とよぶが、結び目理論では 4 次元内の閉曲面の結び目、いわゆる 2 次元結び目の研究においても古くから研究されており、アレキサンダー多項式等の不変量の研究と関連して様々なかたちであらわれてきた。また、結び目、絡み目の向きが一部逆転する非整合的バンド手術 (結び目の場合 $H(2)$ 移動という) も考える。

バンド手術の具体的な応用をあげよう。Xer system とよばれる酵素による DNA の組み換えにより、 $(2, 2m)$ 型トーラス絡み目 ($m = 2, 3, 4, 5$) から、 $(2m + 1)$ 個の交点をもつ結び目が得られることが実験によりわかっている()。この Xer 酵素の作用は、結び目、絡み目のバンド手術であることが知られている。ここで、結び目理論が応用できる問題は、バンド手術で得られた

($2m + 1$)個の交点をもつ結び目の特徴付けをおこなうことである。このような、結び目、絡み目の間のバンド手術による変形の応用に注意しながら、数学的に解析することが研究の目的である。具体的には、交差交換と同様に、与えられた2つの絡み目に対し一方を他方に変形するためのバンド手術の最小回数（バンド手術ゴルディアン距離という）を小さい絡み目について決定することを試みる。その際に、距離の最小数を下から評価するために多項式等のさまざまな不変量を解析する必要がある。

(3) シャープ移動は DNA の2重らせんを同時に切断する II 型のトポイソメラーゼの作用に対応する（図2のような結び目の向きが平行な図2の変形をシャープ移動という。また、向きが逆のときはパス移動とよぶ。）。シャープ移動は村上斉によって結び目解消操作であることが示され、結び目解消距離についての研究が始まったが、これについて結び目の多項式不変量の研究と関連させて進める。



図2：シャープ移動

また、 $H(2)$ 移動を拡張した n 本の紐に関する局所変形を $H(n)$ 移動、 $SH(n)$ 移動とよぶ。バンド手術に関連する局所変形の観点から興味深く、こちらの研究もおこなう。

(4) 空間グラフについては、分類問題を考察するための局所変形の研究が有効であると考えられる。さらに、よく現れる空間グラフである 曲線や手錠型グラフの分類問題も進めたい。

<引用文献>

C. Ernst and D. W. Sumners: A calculus for rational tangles; Applications to DNA recombination, Math. Proc. Cambridge Phil. Soc. 102 (1990) 489-515.

Jonathan Bath, David J. Sherratt, and Sean D. Colloms: Topology of Xer recombination on catenanes produced by Lambda integrase, Journal of Molecular Biology, 289 (1999) 873-883.

3. 研究の方法

研究目的に沿った成果を得るために、当研究課題である『結び目』や『高分子のトポロジー』をテーマとする研究集会等に参加し、結び目理論や低次元多様体論に精通する多岐にわたる研究者との情報交換をおこない共同研究にあたった。とくに、大阪市立大学（2020年から大阪公立大学）杉本キャンパスでほぼ毎週開催される「Friday Seminar on Knot Theory」（結び目理論をテーマとする研究会）、および、毎年夏季に開催され全国から結び目理論に関心のある研究者が集う研究集会「KOOK セミナー」には積極的に参加した。実際、これらの研究会の運営にも参加した。また、コンピュータを利用した結び目の不変量の計算が重要な役割を果たしたことも注意したい。

4. 研究成果

(1) 整合的バンド手術距離の研究

7交点までの結び目と2成分絡み目の間の整合的バンド手術距離の表を作成し、その結果を論文としてまとめた。とくに、距離が1または2か、不明であった組について多項式不変量を用いた判定方法や、図式を精査することで、いくつかの場合に関して決定することに成功した。

(2) 交差交換距離の研究

中西康剛（神戸大学）は三つ葉結び目や8の字結び目と同じ Alexander 多項式をもつ結び目からの交差交換距離が1であるような結び目の Alexander 多項式について研究をおこなっているが、この結果を利用して、9交点までの結び目の間の交差交換距離を調べた。それにより、Jones 多項式などの多項式不変量を使う評価と独立であることが確かめられ、従って、中西の方法が有効なことが示された。

(3) $H(2)$ 結び目解消数の研究

10交点までの結び目に関して、 $H(2)$ 結び目解消数を調べた。(i) Bauによる2本橋結び目が $H(2)$ 結び目解消数が1となるための条件を適用した。この条件を調べるためには初等数論的な計算が必要で、コンピュータプログラムの Mathematica の使用により可能となった。(ii) Zekovicが図式の研究により $H(2)$ 結び目解消数が1の結び目の表を作成しているが、これを検証した。Zekovicの表からもれた $H(2)$ 結び目解消数が1の結び目もみつけた。この研究により、10交

点の素な結び目 165 個のうちで $H(2)$ 結び目解消数が不明なものは 9 個となった。

(4) 4 移動の研究

4 移動は結び目の図式において、平行な 2 本のひもからなるタンゲルがあったとき、4 交点からなる整数タンゲルに置き換える、または、その逆をおこなう局所変形である。同様に、各自然数 n に対して n 移動も定義できる。特に 2 移動は交差交換と同値な変形である。すべての結び目は 4 移動の列で自明な結び目に変形することができるかという問題(中西予想)は未解決である。ここでは、与えられた結び目が何回の 4 移動で自明な結び目にできるかという 4 移動結び目解消数、さらに、与えられた 2 つの結び目が 4 移動を何回おこなうことで移り合うかという 4 移動距離について研究した。結び目解消数、交差交換距離の類似である。2 つの結び目が 1 回の 4 移動で移り合うときに、それらの結び目の不変量の変化について調べた。これにより、9 交点までの結び目の 4 移動結び目解消数の表を作成した。さらに、7 交点までの結び目(鏡像、合成も含めて 32 個)の間の 4 移動距離を決定することを目標において、4 移動による様々な結び目不変量の変化を調べることにより、4 移動距離を評価するためのさらなる新しい方法をいくつか考案した。とくに HOMFLYPT 多項式の特異値の利用により顕著に成功した場合があった。

(5) 2 重ケーブル化結び目の多項式不変量の研究

結び目を 2 重ケーブル化した 2 成分の絡み目の Jones 多項式はもとの結び目の Kauffman 多項式から得られることが知られている。逆は成り立つかというのが問題であるが、16 交点までの素な結び目で、2 重化した Jones 多項式が同じなら Kauffman 多項式も同じになることをコンピュータによる計算で確かめた。

(6) 2 次元リボン結び目の研究

4 次元球面内の 2 次元球面の埋め込みである 2 次元結び目の特殊なクラスである 2 次元リボン結び目、とくに、フュージョン数が 1 の 2 次元リボン結び目の研究をおこなった。

(i) Alexander 多項式が 1 のある無限族をねじれ Alexander 多項式により分類した。

(ii) フュージョン数が 1、リボン交点数が 6 以下の 2 次元リボン結び目の分離をおこなった。このクラスの結び目の群については、高橋功多が修士論文において分類をおこなっている。この研究では、さらに結び目の同位類に関する分類をおこなった。Alexander 多項式、結び目群の $SL(2, \mathbb{C})$ 既約表現とそれに関するねじれ Alexander 多項式を用いた。とくに、 $SL(2, \mathbb{C})$ 既約表現が有限個か無限個かでも分類をおこなっているが、さらに、結び目群から $SL(2, \mathbb{C})$ への表現から定義されるトレース集合とよばれる不変量を用いて、このクラスをより容易に分類することに成功した。また、リボン結び目表示が異なるが同型になるような例を多数発見した。そのような例は、安田智之(奈良高専)がすでに報告しているが、この研究の過程では、さらに一般化した同型公式も発見した(大学院修士課程の松田将史との共同研究)。

(iii) Suciu は 1985 年に無限個の結び目群が同型な 2 次元リボン結び目の例を構成している。これらは 2 次元ホモトピー群により分類されている。この研究では、同様の性質をもつ 2 組の 2 次元リボン結び目を発見した。これらは、4 次元球面の 3 重巡回分岐被覆空間の基本群により分類した。この例を一般化して、同型な結び目群をもつ 2 個のフュージョン数 1 の 2 次元リボン結び目からなる無限列を構成し、その分類の研究をおこなった。全部の分類までには至らなかったが、ある部分無限列の分類に成功した。方法は、結び目群から $SL(2, \mathbb{C})$ への標準的な表現が異なることを示すことで結び目を区別した。技巧的な計算が必要で、この部分は角俊雄(九州大学)との共同研究による。

(iv) 2 次元リボン結び目の $SL(2, \mathbb{C})$ 既約表現に関するねじれ Alexander 多項式は一般に有理式で定義されるが、多項式となるための十分条件を与えた。

(v) フュージョン数 1 の 2 次元リボン結び目がファイバー結び目になるための $SL(2, \mathbb{C})$ 既約表現に関するねじれ Alexander 多項式の必要条件を与えた。これにより、通常の Alexander 多項式による必要条件ではファイバーかどうか不明な無限個のリボン結び目がファイバー結び目でないことを示した。

(7) 対称和で表される 1 次元リボン結び目の研究

2 次元リボン結び目の 3 次元空間の切り口となる 1 次元リボン結び目の研究をおこなった。とくに多項式不変量による分類の研究をおこなった。金信は 1984 年に Jones 多項式、および、HOMFLYPT 多項式が同じ無限個の 1 次元結び目族を構成した。これらの結び目は樹下・寺阪による対称和とよばれる構成法で得られる 1 次元リボン結び目でもある。Christoph Lamm はすべての 1 次元リボン結び目が対称和のかたちで表されるか、という問題を提出し、12 交点以下の 1

次元リボン結び目を対称和のかたちにすることを試みた論文を発表している．それには多くの対称和で表された1次元リボン結び目の族があげられている．上記の金信が構成した無限族も含まれる．この研究では，これらの無限族の1つに注目してその多項式不変量による分類を研究した．それにより，Brandt, Lickorish, Millett, Ho が定義した向きの付いていない結び目の不変量である Q 多項式が同じ無限族を発見した．すでに Q 多項式が自明な素な結び目の無限族は宮澤康行(山口大学)が発見している．それらは Jones 多項式で分類されている．この例では，Jones 多項式，HONFLYPT 多項式も同じで Kauffman 多項式により分類される．また，対称和で表される1次元リボン結び目の対称和図式に関する結果を得た．Lamm が与えた対称和図式の無限列の1つを精査して，その無限列に含まれる対称同値でない同型なりボン結び目の組からなる2種類の無限列を発見した(大学院修士課程の吉川修平との共同研究)．

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計12件（うち査読付論文 11件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Kanenobu Taizo, Yoshikawa Shuhei	4. 巻 16
2. 論文標題 Ribbon knots with different symmetric union presentations	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Involve, a Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 167 ~ 182
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/involve.2023.16.167	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kanenobu Taizo, Sumi Toshio	4. 巻 32
2. 論文標題 Extension of Takahashi 's ribbon 2-knots with isomorphic groups	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Knot Theory and Its Ramifications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S021821652350013X	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kanenobu Taizo, Takioka Hideo	4. 巻 31
2. 論文標題 4-Move distance of knots	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Knot Theory and Its Ramifications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0218216522500493	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Taizo Kanenobu and Kota Takahashi	4. 巻 301
2. 論文標題 Classification of ribbon 2-knots of 1-fusion with length up to six	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Topology and its Applications	6. 最初と最後の頁 107521
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.topol.2020.107521	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kanenobu Taizo, Matsuda Masafumi	4. 巻 29
2. 論文標題 Presentation of a ribbon 2-knot	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Knot Theory and Its Ramifications	6. 最初と最後の頁 2050048 ~ 2050048
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0218216520500480	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kanenobu Taizo, Sumi Toshio	4. 巻 29
2. 論文標題 Suciu's ribbon 2-knots with isomorphic group	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Knot Theory and Its Ramifications	6. 最初と最後の頁 2050053 ~ 2050053
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0218216520500534	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kanenobu Taizo, Sumi Toshio	4. 巻 57
2. 論文標題 TWISTED ALEXANDER POLYNOMIAL OF A RIBBON 2-KNOT OF 1-FUSION	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Osaka Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 789-803
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.18910/77230	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kanenobu Taizo	4. 巻 2163
2. 論文標題 Classification of ribbon 2-knots with ribbon crossing number up to four	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 1-14
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kanenobu, Taizo, Moriuchi, Hiromasa	4. 巻 264
2. 論文標題 Coherent band-Gordian distances between knots and links with up to seven crossings	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Topology and its Applications	6. 最初と最後の頁 233-250
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.topol.2019.06.020	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kanenobu Taizo, Sumi Toshio	4. 巻 28
2. 論文標題 Classification of ribbon 2-knots presented by virtual arcs with up to four crossings	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Knot Theory and Its Ramifications	6. 最初と最後の頁 1950067 ~ 1950067
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0218216519500676	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kanenobu, Taizo and Sumi, Toshio	4. 巻 33
2. 論文標題 Classification of a family of ribbon 2-knots with trivial Alexander polynomial	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Commun. Korean Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 591, 604
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4134/CKMS.c170222	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kanenobu, T. and Komatsu, S.	4. 巻 26
2. 論文標題 Enumeration of ribbon 2-knots presented by virtual arcs with up to four crossings	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Knot Theory and Its Ramifications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0218216517500420	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計19件（うち招待講演 17件 / うち国際学会 11件）

1. 発表者名 金信 泰造
2. 発表標題 同型な結び目群をもつ2次元リボン結び目
3. 学会等名 研究会「拡大 KOOK セミナー2022」（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Taizo KANENOBU
2. 発表標題 Ribbon knots with different symmetric union presentations
3. 学会等名 The 2023 Winter TAPU Workshop on Knots and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Taizo KANENOBU
2. 発表標題 Polynomial invariants of a certain family of knots
3. 学会等名 The 12th TAPU-KOOK Joint Seminar on Knots and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 金信 泰造
2. 発表標題 Classification of small ribbon 2-knots
3. 学会等名 Intelligence of Low-dimensional Topology (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 金信 泰造
2. 発表標題 同型な結び目群をもつ Suciú の2次元リボン結び目の分類
3. 学会等名 拡大 KOOK セミナー 2020 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 金信泰造
2. 発表標題 Classification of ribbon 2-knots of 1-fusion with up to six crossings
3. 学会等名 Third Pan-Pacific International Conference on Topology and Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 金信泰造
2. 発表標題 Classification of ribbon 2-knots of 1-fusion with length up to seven
3. 学会等名 Knots in Tsushima 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 金信泰造
2. 発表標題 小さい2次元リボン結び目の分類をめぐって
3. 学会等名 研究集会「拡大 KOOK セミナー 2019」(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kanenobu, T.
2. 発表標題 Twisted Alexander polynomial of a ribbon 2-knot of 1-fusion
3. 学会等名 The 10th KOOK-TAPU Joint Seminar on Knots and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 金信泰造
2. 発表標題 2次元リボン結び目のねじれアレキサンダー多項式
3. 学会等名 研究集会「拡大 KOOK セミナー 2018」
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 金信泰造
2. 発表標題 H(2)-unknotting numbers of prime 10-crossing knots
3. 学会等名 瀬戸内結び目セミナー, 大島商船高等専門学校 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 金信泰造
2. 発表標題 結び目の2重ケーブル絡み目のジョーンズ多項式
3. 学会等名 研究集会「トポロジーとコンピュータ2018」(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kanenobu, T.
2. 発表標題 Twisted Alexander polynomial of a ribbon 2-knot
3. 学会等名 The 14th East Asian Conference on Geometric Topology (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 金信泰造, 角俊雄
2. 発表標題 2次元リボン結び目のねじれアレキサンダー多項式
3. 学会等名 日本数学会2019年度年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kanenobu, T.
2. 発表標題 Classification of Ribbon 2-Knots
3. 学会等名 Self-distributive system and quandle (co)homology theory in algebra and low-dimensional topology” (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 金信泰造
2. 発表標題 自明なアレキサンダー多項式をもつ 2次元リボン結び目のある無限族の分類
3. 学会等名 研究集会「拡大 KOOK セミナー 2017」(招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kanenobu, T.
2. 発表標題 Coherent band-Gordian distances between knots and links
3. 学会等名 Friday Seminar on Knot Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kanenobu, T.
2. 発表標題 Coherent band-Gordian distances between knots and links with up to seven crossings
3. 学会等名 The 2nd Pan Pacific International Conference on Topology and Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kanenobu, T.
2. 発表標題 Classification of a family of ribbon 2-knots with trivial Alexander polynomial
3. 学会等名 The 13th East Asian School of Knots and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 C. アダムス、金信 泰造	4. 発行年 2021年
2. 出版社 丸善出版	5. 総ページ数 294
3. 書名 結び目の数学	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------