

令和 3 年 6 月 3 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2020

課題番号：17K05301

研究課題名（和文）複素空間における中間的擬凸性の研究

研究課題名（英文）Studies on intermediate pseudoconvexity in complex spaces

研究代表者

阿部 誠 (ABE, Makoto)

広島大学・先進理工系科学研究科（理）・教授

研究者番号：90159442

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,800,000円

研究成果の概要（和文）：複素多様体・複素空間の擬凸性・中間的擬凸性については、解決の待たれる多くの課題が残されている。この研究において、まず、 $n$ 個の複素数の組全体のなす空間の上の不分岐領域が中間的擬凸性をみたすための2次関数を用いた特徴付けを与えた。さらに、 $n$ 次元複素多様体の開集合の $n$ ルンゲ性、単葉型開リーマン面、および $K$ 完備正規複素空間の $K$ 正則包について、いくつかの新しい結果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

この研究において得られたいくつかの成果、例えば、 $n$ 個の複素数の組全体のなす空間の上の不分岐領域が中間的擬凸性をみたすための新しい特徴付けについては、それがもっと一般的な状況における擬凸性・中間的擬凸性の考察のための応用の可能性をもつことなど、多変数関数論・複素解析幾何の今後の一定の発展のために寄与するためのいくつかの緒であることが期待される。

研究成果の概要（英文）：Regarding pseudoconvexity and intermediate pseudoconvexity for complex manifolds or for complex spaces, there are still many problems that need to be solved. In this study, we obtained a characterization for unramified domains over the space of  $n$ -tuples of complex numbers using quadratic functions to satisfy the intermediate pseudoconvexity. In addition, we obtained some new results on the  $n$ -Rungeness for open sets in  $n$ -dimensional complex manifolds, on planar open Riemann surfaces, and on the  $K$ -envelopes of holomorphy of  $K$ -complete normal complex spaces.

研究分野：多変数関数論・複素解析幾何

キーワード：中間的擬凸性 正規複素空間  $K$ 正則包  $n$ ルンゲ性 単葉型開リーマン面 正則近似

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

岡 (1953) による  $\mathbb{C}^n$  の上の不分岐領域に対するレビの問題の解決, および複素多様体・複素空間に対するレビの問題に関するその後の進展に平行して, Rothstein (1955) により, 初めて, 中間的擬凸性, すなわち, 一般の位数の擬凸性が考察され, また, Andreotti・Grauert (1962) による一般の位数の完備性を備えた複素空間のコホモロジー消滅定理が証明されて以降, さまざまな中間的な (一般の) 擬凸性・正則凸性・完備性が導入されるとともに, 幾人もの研究者によって, それらの間の関係が調べられた. それにもかかわらず, これらのことについて解決の待たれるいくつかの課題が残されている.

## 2. 研究の目的

研究の目的は,  $\mathbb{C}^n$  またはシュタイン多様体上の領域, さらに一般の  $K$  完備複素空間において, 中間的な (一般の) 擬凸性・正則凸性・完備性, および層係数コホモロジー群の性質等に注目して, これらの間の関係の解明に新しい道筋を加えることである. このことを通じて, シュタイン性の特徴付けに関連する解析的または幾何的性質についての研究代表者によるこれまでの一連の研究を深化させる.

## 3. 研究の方法

研究代表者は,  $\mathbb{C}^n$  またはシュタイン多様体上の不分岐領域, さらに  $K$  完備複素空間において, 研究代表者によるこれまでの一連の研究成果を踏まえて, 中間的な (一般の) 擬凸性・正則凸性・完備性等の間の関係について順を追って解明することにより, シュタイン性に関連する解析的または幾何的性質の研究を行う. これらの研究のうち, 複素曲線論・複素代数幾何の関係する課題については, 研究代表者は連携研究者と共同で研究に従事する. また, シュタイン多様体の開集合に対する層係数コホモロジー群に関する一定の条件のもとでの中間的な擬凸性の考察については, 大学院生の研究に協力する.

## 4. 研究成果

研究代表者は以下の研究成果を得た.

- (1) 島唯史 (連携研究者)・杉山俊 (大学院生) と共同で, シュタイン多様体またはシュタイン軌道体の上のある種のコホモロジー的な条件をもつ不分岐領域の中間的な擬凸性の考察にも応用が可能な形で,  $n$  個の複素変数の組全体のなす空間  $\mathbb{C}^n$  の上の不分岐領域に対する中間的擬凸性 (一般擬凸性), すなわち,  $1 \leq q \leq n$  なる各整数  $q$  ごとに定まる  $q$  擬凸性について, 2 次関数を用いて定式化される中間的次元の 1 パラメータ球体族による新しい特徴付けを得て, この内容の詳細に関する論文「Intermediate pseudoconvexity for unramified Riemann domains over  $\mathbb{C}^n$ 」を学術雑誌「Toyama Mathematical Journal」に掲載した (共著). また, この論文の内容の準備的な段階における概要について, 研究集会「The 25th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications」で講演するとともに (単独), 論文の完成後の内容の概要について, 研究集会「平成 29 年度日本数学会中国・四国

- 支部例会」，および研究集会「日本数学会 2020 年度秋季総合分科会」で講演した（いずれも共同）。
- (2) 杉山俊（大学院生）と共同で，中間的擬凸性（一般擬凸性）を定義する際に不可欠な概念である  $n$  個の複素変数の藤田（1990）の意味の劣多重調和関数について，2 次数を用いて定式化される新しい特徴付けを得て，この内容の詳細に関する論文「A characterization of subpluriharmonicity for a function of several complex variables」を学術雑誌「Bulletin of the Graduate School of Integrated Arts and Sciences, Hiroshima University II : Studies in Environmental Sciences」に掲載した（共著）。また，この論文の準備的な段階の内容の概要について，研究集会「平成 30 年度複素解析ワークショップ」で講演した（単独）。
- (3) 中村豪（連携研究者）・志賀啓成と共同で，単葉型開リーマン面について，その連結開集合のもつ強い円板的性質とルンゲ性の関係による特徴付けを得て，阿部・中村（2016）において提出された問題を解決するとともに，開リーマン面の開集合について，それが強い円板的性質をもつための位相的な性質による特徴付けも得ることができて，それらの内容の詳細に関する論文「A topological characterization of the strong disk property on open Riemann surfaces」を学術雑誌「Kodai Mathematical Journal」に掲載した（共著）。また，中村豪（連携研究者）と共同で，それらの別証明を含む関連する内容の論文「Planar open Riemann surfaces and holomorphic approximation」を学術雑誌「Bulletin of Aichi Institute of Technology」に掲載するとともに（共著），これらの論文の準備的な段階における内容の概要について，「広島ポテンシャル論セミナー」（広島大学），および「ポテンシャル論セミナー」（名城大学）で講演した（いずれも単独）。
- (4) さらに，連結かつ非コンパクトな  $n$  次元複素多様体内の開集合の  $n$  ルンゲ性についての特徴付けを得て，単葉型開リーマン面内の連結ルンゲ開集合に関する阿部・中村（2016）の結果を高次元化することができた。この内容については，上記の（3）の内容も含めた形で，それらの概要を研究集会「第 62 回函数論分科会シンポジウム」で講演するとともに（単独），さらに証明のために必要な正則近似・有理型近似に関する研究代表者等による諸結果も含めた解説を予稿集に掲載した。
- (5) 島唯史（連携研究者）・杉山俊（大学院生）と共同で，任意の離散閉集合が有限個または無限個の大域的な正則関数の共通零点集合であるような  $K$  完備正規複素空間の Kerner（1959）の意味の  $K$  正則包がそれ自身に一致することを証明することにより，Forster・Ramspott（1964）の定理の逆問題に関する Kühnel（2009）の結果を一般化した。その内容の詳細に関する論文「A generalization of a theorem of Kühnel on globally defined analytic sets」は学術雑誌「Complex Variables and Elliptic Equations」に掲載確定である（Published online: 27 July 2020）。また，この論文の内容の概要について，研究集会「平成 31 年度複素解析ワークショップ」で講演するとともに（単独），研究集会「日本数学会 2021 年度年会」でも講演した（共同）。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計9件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Makoto Abe	4. 巻 なし
2. 論文標題 A characterization of q-pseudoconvexity for unramified domains over $C^n$ ,	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Program and Abstracts, The 25th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications, University of Hong-Kong, Hong-Kong, China, June 26 - 30, 2017	6. 最初と最後の頁 8 - 8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Abe and Gou Nakamura	4. 巻 54
2. 論文標題 Planar open Riemann surfaces and holomorphic approximation	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Bulletin of Aichi Institute of Technology	6. 最初と最後の頁 14 - 17
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Abe, Gou Nakamura, and Hiroshige Shiga	4. 巻 42
2. 論文標題 A topological characterization of the strong disk property on open Riemann surfaces	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Kodai Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 587 - 592
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2996/kmj/1572487233	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 阿部 誠	4. 巻 なし
2. 論文標題 正則近似・有理型近似・強い円板的性質	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 第 62 回函数論シンポジウム講演アブストラクト, 大同大学, 名古屋市, 2019 年 11 月 2~4 日	6. 最初と最後の頁 24 - 34
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Abe and Shun Sugiyama	4. 巻 20
2. 論文標題 A characterization of subpluriharmonicity for a function of several complex variables	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Bulletin of the Graduate School of Integrated Arts and Sciences, Hiroshima University II: Studies in Environmental Sciences	6. 最初と最後の頁 1 - 5
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.15027/48890	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Abe, Tadashi Shima, and Shun Sugiyama	4. 巻 40
2. 論文標題 Intermediate pseudoconvexity for unramified Riemann domains over $C^n$	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Toyama Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 17 - 35
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.15099/00020424	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Abe, Tadashi Shima, and Shun Sugiyama	4. 巻 -
2. 論文標題 A generalization of a theorem of Kuhnel on globally defined analytic sets	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Complex Variables and Elliptic Equations	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/17476933.2020.1793968	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 阿部 誠・島 唯史・杉山 俊	4. 巻 なし
2. 論文標題 $C^n$ 上の不分岐 Riemann 領域に対する中間的擬凸性	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 函数論分科会講演アブストラクト, 日本数学会 2020 年度秋季総合分科会, 熊本大学, 熊本市, 2020 年 9 月 22~25 日	6. 最初と最後の頁 27 - 28
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 阿部 誠・島 唯史・杉山 俊	4. 巻 なし
2. 論文標題 大域的に定義された解析の集合に関する Kuhnel の定理の一般化	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 函数論分科会講演アブストラクト, 日本数学会 2021 年度年会, 慶應義塾大学, 横浜市, 2021 年 3 月 15 ~ 18 日	6. 最初と最後の頁 63 - 54
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計10件 (うち招待講演 6件 / うち国際学会 1件)

1. 発表者名 阿部 誠
2. 発表標題 A characterizat on of a planar open Riemann surface by a holomorphic approximation property
3. 学会等名 広島ポテンシャル論セミナー
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Makoto Abe
2. 発表標題 A characterization of q-pseudoconvexity for unramified domains over $\mathbb{C}^n$
3. 学会等名 The 25th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 杉山俊・阿部誠・島唯史
2. 発表標題 $\mathbb{C}^n$ 上の不分岐 Riemann 領域に対する中間的擬凸性について
3. 学会等名 平成 29 年度日本数学会中国・四国支部例会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 阿部 誠
2. 発表標題 単葉型開 Riemann 面の強い円板的性質を用いた特徴付け
3. 学会等名 平成 29 年度複素解析ワークショップ (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 阿部 誠
2. 発表標題 単葉型開 Riemann 面と正則近似性質
3. 学会等名 ポテンシャル論セミナー (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 阿部 誠
2. 発表標題 A characterization of subpluriharmonicity for a function of several complex variables
3. 学会等名 平成 30 年度複素解析ワークショップ (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 阿部 誠
2. 発表標題 正則近似・有理型近似・強い円板的性質
3. 学会等名 第 62 回函数論シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 阿部 誠
2. 発表標題 A Generalization of a Theorem of Kuhnel on globally defined analytic sets
3. 学会等名 平成 31 年度複素解析ワークショップ (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 阿部 誠・島 唯史・杉山 俊
2. 発表標題 $C^n$ 上の不分岐 Riemann 領域に対する中間的擬凸性
3. 学会等名 日本数学会 2020 年度秋季総合分科会函数論分科会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 阿部 誠・島 唯史・杉山 俊
2. 発表標題 大域的に定義された解析的集合に関する Kuhnel の定理の一般化
3. 学会等名 日本数学会 2021 年度年会函数論分科会
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
連携研究者	中村 豪  (Nakamura Gou)  (50319208)	愛知工業大学・工学部・教授    (33903)	



6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
連携研究者	島 唯史  (Shima Tadashi)  (30226196)	広島大学・先進理工系科学研究科(工)・准教授    (15401)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関