

令和 5 年 5 月 30 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2022

課題番号：17K05325

研究課題名（和文）シュレーディンガー方程式における幾何学的手法

研究課題名（英文）Geometric methods for the Schrodinger equation

研究代表者

伊藤 健一（ITO, Kenichi）

東京大学・大学院数理科学研究科・准教授

研究者番号：90512509

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,500,000円

研究成果の概要（和文）：本研究課題では、まずN体ポテンシャルやStarkポテンシャル、長距離型ポテンシャルを持つSchrodinger作用素に対し、研究代表者の考案した交換子法を適用し、定常散乱理論を中心とする一連の結果を得た。また放射グラフ上のSchrodinger作用素に対し、その閾値レゾナンスの完全分類を行った。さらに2次元正方格子上のLaplace作用素に対し、そのレゾルベントの閾値まわりの漸近展開を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

Schrodinger作用素のスペクトル・散乱理論に有効な新しい交換子スキームの導入に成功した。このスキームは高度な関数解析学的手法や擬微分作用素の理論を必要とせず、古典的な交換子計算のみで完結する、簡素なものである。そのため、広範な関連研究領域においてさらなる応用や発展が見込まれる。また、2次元格子状の格子Green関数に対しても新奇性の高い知見が得られた。これは今後の関連研究への足掛かりとして有用なものと期待される。

研究成果の概要（英文）：In this research project I applied a commutator method that I had invented to the Schrodinger operators with N-body, Stark or long-range potentials, and obtained a series of results including the stationary scattering theory. In addition, I completely classified threshold resonances of the Schrodinger operator on a graph with rays. Moreover, I obtained asymptotic expansions of the resolvent around thresholds for the Laplacian on the 2-dimensional square lattice.

研究分野：偏微分方程式論

キーワード：シュレーディンガー作用素 スペクトル理論 散乱理論 差分作用素 数理物理学 関数解析学 量子力学

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

Euclid 空間上の線形 Schrödinger 作用素に対するスペクトル・散乱理論は、短距離型ポテンシャルや長距離型ポテンシャル、 $N$  体ポテンシャル、周期的ポテンシャルといった典型的な場合に対しては、90 年代までに様々な手法や理論が確立され、一定の完成形に到達したと言える。それ以降はさらに、ランダムポテンシャルや磁場ポテンシャル、逆問題といった、ある意味典型的ではない場合の研究が活発に進められてきた。本研究課題もこういった流れの中にある研究領域であり、とりわけ非コンパクト多様体および離散空間上の Schrödinger 作用素の研究と関連が深いものである。これらもまた、ここ数十年の発展が目覚ましい分野であった。

研究代表者は、研究開始時まで、主に、エンド付き多様体上の Schrödinger 作用素の研究を進めていた。その過程で空間の幾何学的性質を反映させたある交換子スキームを考案し、エンド付き多様体上の定常的散乱理論への応用を完成させていた。このスキームは先行研究には無い特筆すべき利点をいくつも有しており、特に Euclid 空間上の Schrödinger 作用素に応用することで、既存の結果よりも強い結果を導くに違いない、との確信を研究代表者は持っていた。

また、研究代表者は 1 次元離散空間上の Schrödinger 作用素の閾値レゾナンスの研究も進めており、その多次元への拡張のためには、離散 Laplace 作用素のレゾルベントの漸近展開を得る必要があった。

## 2. 研究の目的

本研究課題の究極的な目標は、空間の幾何学的特徴を反映させた手法を用いて解析的問題を見直し、新奇性の高い研究結果を導くことである。そしてそれを通じて、解析学や幾何学といった枠組みを超えて、数学全体の発展に寄与することである。ここでは主に多様体や離散空間といった幾何学的対象の上の Schrödinger 作用素やそれに関連した研究を行う。

## 3. 研究の方法

上述の目的を実現するために、本研究課題ではまず、研究代表者自身がエンド付き多様体上の Schrödinger 作用素の解析のために考案した交換子法を、Euclid 空間上の様々なポテンシャルを持つ Schrödinger 作用素に対し適用する。具体的には、 $N$  体ポテンシャル、Stark ポテンシャル、長距離型ポテンシャルを取り扱う。これらは既に研究が十分に進んだとされる研究対象であるが、詳細な性質に関しては不明のまま放置された問題が未だ多く残されており、研究代表者の開発した交換子法の有用性を示すのに適した研究題材と言える。なおこの交換子法は、高度な関数解析学的手法や擬微分作用素の理論を必要とせず、古典的な交換子計算のみで完結する、とても簡素な手法であり、今後も広範な応用が期待される。

続けて、本研究課題では、離散空間上の Schrödinger 作用素の閾値レゾナンスに関する研究も行う。特に、既に研究の進んでいる 1 次元に類似する場合や、多次元における自由 Schrödinger 作用素、すなわち離散 Laplace 作用素、のレゾルベントの閾値周りでの漸近展開を計算する。後者については超幾何関数等を用いる。

これらの研究は、いずれも先行研究にはない独創性の高い手法を含んでおり、同分野における今後の展開にもインパクトのある重要な研究と考えられる。

## 4. 研究成果

### (1) 交換子法による Euclid 空間上の Schrödinger 作用素の研究

#### $N$ 体 Schrödinger 作用素に対するスペクトル理論

Euclid 空間上の  $N$  体 Schrödinger 作用素に対するスペクトル理論を研究し、Rellich の定理や極限吸収原理、超局所レゾルベント評価、超局所 Sommerfeld 一意性定理といった一連の性質を、自然な最小限の仮定の下で導出することに成功した。特に、Rellich の定理を空間遠方だけの情報で定式化した点や、粒子間相互作用に一般の短距離型ポテンシャルおよび相対形式有界ポテンシャルを含められる点は、研究代表者の知る限り、新しい研究成果であり、当該の研究領域における大きな進展と考えられる。証明は、研究代表者自身によって多様体上で考案された交換子法を、適切に修正し、応用することでなされる。本研究は足立匡義氏（京都大学）、板倉恭平氏（東京大学）、Erik Skibsted 氏（Aarhus University）との共同研究である。

#### Stark ハミルトニアンに対するスペクトル理論と定常的散乱理論

Stark ハミルトニアンとは、空間一様な定電場内を運動する荷電粒子のハミルトニアンであり、物理的にも基礎的かつ重要な研究対象である。本研究はいくつかのパートに分かれており、まず、

Rellich の定理, 極限吸収原理, 放射条件評価, Sommerfeld の一意性定理を得た. これらの結果は, Stark ハミルトニアンの特異スペクトル理論の性質を, Agmon-Hörmander 空間におけるヘルムホルツ方程式の解析, というより深い立場から論じたものである. 上記と同様に, 証明は研究代表者自身の考案した交換子法により行われ, そこでは対応する古典力学系の性質を適切に反映した「エスケープ関数」の構成が鍵となる. このエスケープ関数は conjugate operator や Agmon-Hörmander 空間の生成に利用され, 理論全体を制御する基幹的な関数となる. 典型的な場合には, エスケープ関数の具体形は対応する古典軌道からある程度推測できるが, Stark ハミルトニアンに対しては, 変数分離の方法からくる単純なものでは議論を最後まで進めることができず, 適切なエスケープ関数の選択・構成が最も困難なポイントとなる. 本研究では放物線座標を導入することでこの困難を解消した. なお, 本研究で用いられた conjugate operator は, 交換子をとった際の正值性が弱く, この分野で標準的な Mourre の交換子法には用いることはできない. この意味でも本研究は独創的であると言える. 本研究は足立匡義氏 (京都大学), 板倉恭平氏 (東京大学), Erik Skibsted 氏 (Aarhus University) との共同研究である.

続いて, Stark ハミルトニアンに対し定常的散乱理論を構成し, さらにその応用として一般化 Fourier 変換の構成および一般化固有関数の漸近挙動の散乱行列による特徴付けを得た. これらの議論では放射条件評価が許容する指数の大きさが重要な役割を果たす. ここではさらに新しい手法を用いることで最良の評価を導くことに成功した. これは 2 階の微分作用素を用いる交換子法であり, これまでの 1 階の微分作用素を用いる Mourre 交換子法とは本質的に異なるものと考えられる. なお, この交換子法は長い計算が必要であり, 一見極めて技巧的でもあるが, 古典力学のレベルにおいても明確な対応物を考えることができ, 自然なものである. 本研究も引き続き, 足立匡義氏 (京都大学), 板倉恭平氏 (東京大学), Erik Skibsted 氏 (Aarhus University) との共同研究である.

最後に, Stark ハミルトニアンに対し定常的散乱理論と時間依存的散乱理論の同等性を示し, さらに散乱行列の擬微分作用素表示を得た. ここでの散乱行列は放物座標系を用いて定式化されることに注意する. 擬微分作用素の表象は, 摂動項の古典軌道上での積分から計算することができ, 原理的には任意の次数の漸近展開を計算することが可能である. これらの証明には, 上述の結果に加え, Fourier-Airy 変換に対応する振動積分が用いられる. Fourier-Airy 位相関数を用いることで, 近似一般化固有関数のより自然で精密な超局所的構成が可能となる点が議論の鍵である. 本研究は Erik Skibsted 氏 (Aarhus University) との共同研究である.

#### 長距離型ポテンシャルを持つ Schrödinger 作用素に対する散乱理論

2 回連続微分可能な長距離型ポテンシャルを持つ Schrödinger 作用素に対し, 定常散乱理論を構成した. またその応用として, 一般化固有関数の漸近挙動の散乱行列による特徴付けおよび一般化 Fourier 変換の構成を行った. さらに, 定常散乱理論と時間依存散乱理論の同等性についても論じ, 時間依存波動作用素が一般化 Fourier 変換の共役作用素で表示できることを示した. 長距離型定常散乱理論の先行研究においては, 4 回または 3 回連続微分可能なポテンシャルが扱われてきたが, 本研究ではそれを 2 回にまで弱めることに成功している. 2 回連続微分可能なポテンシャルは古典散乱理論でも自然に表れることから, 恐らく本研究の仮定は最良であると考えられる. 本研究における主要な道具は, アイコナル方程式の解の評価と極限レゾルベントに対する強型放射条件評価である. 前者の証明は, 変分原理的手法を用いる大変技巧的なもので, これまでの PDE 的手法を用いたものとは大きく異なる. また後者の証明には上記と同様のさらに新しい交換子法が用いられる. なお, 上記では短距離型摂動のみを扱っていたのに対し, ここでは長距離型摂動への拡張がなされており, 今後のさらなる応用が期待される. 本研究は Erik Skibsted 氏 (Aarhus University) との共同研究である.

## (2) 無限グラフ上の離散 Schrödinger 作用素の研究

#### 放射グラフ上の Schrödinger 作用素に対する閾値共鳴の完全分類

有限グラフにいくつかの離散半直線をつないだ「放射グラフ」の上の離散 Schrödinger 作用素に対し, そのレゾルベントの閾値周りでの漸近展開を計算した. これにより, 漸近展開の展開係数と一般化固有関数の遠方での増大度との間に完全な対応関係があることを示し, 特に, 閾値共鳴状態を一般化固有関数の遠方での増大度のみを用いて定式化することに成功した. これは, 研究代表者自身によって得られていた離散直線および離散半直線上の結果の拡張である. レゾルベント展開の計算は, これまでと同様に, Jensen-Nenciu の展開スキームを最も一般の場合に適用することで行われるが, 本研究では都合の良い適切な自由系を選択する点にポイントがある. 実際これにより, 計算量を, 最も簡単な離散半直線の場合とほぼ同じくらいにまで減少させることができる. 本研究は Arne Jensen 氏 (Aalborg University) との共同研究である.

#### 離散 Laplace 作用素のレゾルベントの漸近展開

低次元正方格子上の離散 Laplace 作用素に対し, そのレゾルベントの閾値周りでの漸近展開を計算した. またその副産物として, 低次元正方格子上の離散 Laplace 作用素に対する基本解の具体的表示を得た. 証明のために, まず, 一般次元超立方格子上の離散 Laplace 作用素のレゾル

ベントを、スペクトルを囲む円板の外側で C 型 Appell-Lauricella 超幾何関数を用いて表示した。そして、低次元の場合、この超幾何関数が一般化超幾何関数や通常の超幾何関数に帰着できることを利用して、既存の変換公式により漸近展開を計算した。自由レゾルベントの閾値周りの漸近展開は Schrödinger 作用素の閾値共鳴を解析するための重要な予備段階であり、近い将来に応用が期待される。また離散 Laplace 作用素の基本解の具体形は理論上興味深いものと考えられる。本研究は Arne Jensen 氏 (Aalborg University) との共同研究である。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計13件（うち査読付論文 13件/うち国際共著 13件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 K. Ito, E. Skibsted	4. 巻 23
2. 論文標題 Stationary scattering theory for one-body Stark operators, II	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Annales Henri Poincare	6. 最初と最後の頁 513--548
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00023-021-01101-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 T. Adachi, K. Itakura, K. Ito, E. Skibsted	4. 巻 7
2. 論文標題 Stationary scattering theory for one-body Stark operators, I	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Pure and Applied Functional Analysis	6. 最初と最後の頁 825--861
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Kenichi Ito, Arne Jensen	4. 巻 93
2. 論文標題 Hypergeometric expression for the resolvent of the discrete Laplacian in low dimensions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Integral Equations and Operator Theory	6. 最初と最後の頁 32
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00020-021-02648-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Kenichi Ito, Erik Skibsted	4. 巻 71
2. 論文標題 Stationary scattering theory on manifolds	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Annales de l'Institut Fourier	6. 最初と最後の頁 1065--1119
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5802/aif.3417	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Adachi T., Itakura K., Ito K., Skibsted E.	4. 巻 33
2. 論文標題 New methods in spectral theory of N-body Schrodinger operators	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Reviews in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 2150015
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0129055X2150015X	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ito Kenichi, Jensen Arne	4. 巻 277
2. 論文標題 Branching form of the resolvent at thresholds for multi-dimensional discrete Laplacians	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Functional Analysis	6. 最初と最後の頁 965--993
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2019.05.018	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ito K., Skibsted E.	4. 巻 277
2. 論文標題 Time-dependent scattering theory on manifolds	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Functional Analysis	6. 最初と最後の頁 1423--1468
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2019.05.016	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Adachi T., Itakura K., Ito K., Skibsted E.	4. 巻 268
2. 論文標題 Spectral theory for 1-body Stark operators	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 5179--5206
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2019.11.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ito K., Skibsted E.	4. 巻 278
2. 論文標題 Radiation condition bounds on manifolds with ends	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Functional Analysis	6. 最初と最後の頁 108449
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2019.108449	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ito Kenichi, Skibsted Erik	4. 巻 85
2. 論文標題 Spectral theory on manifolds	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advanced Studies in Pure Mathematics	6. 最初と最後の頁 193--203
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/aspm/08510193	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Adachi Tadayoshi, Itakura Kyohei, Ito Kenichi, Skibsted Erik	4. 巻 -
2. 論文標題 Commutator methods for N-body Schrodinger operators	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Spectral Theory and Mathematical Physics, STMP 2018, Santiago, Chile	6. 最初と最後の頁 1--15
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-55556-6_1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kenichi Ito, Arne Jensen	4. 巻 464
2. 論文標題 Resolvent expansion for the Schrodinger operator on a graph with infinite rays	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 616--661
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2018.04.022	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 K. Ito, A. Jensen	4. 巻 58
2. 論文標題 Resolvent expansions for the Schrodinger operator on the discrete half-line	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 52101
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/1.4982957	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

[学会発表] 計34件 (うち招待講演 27件 / うち国際学会 14件)

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Pseudodifferential expression for the S-matrix of a perturbed Stark Hamiltonian
3. 学会等名 Mathematics seminar (Aarhus University) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 伊藤健一
2. 発表標題 Strong radiation bounds for long-range perturbations
3. 学会等名 愛媛解析セミナー (愛媛大学) (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Generalized Fourier transform for $\mathcal{S}^2$ potentials
3. 学会等名 Mathematics seminar (Aarhus University) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年



1. 発表者名 伊藤健一
2. 発表標題 Pseudodifferential expression for the S-matrix of perturbed Stark Hamiltonian
3. 学会等名 第174回神楽坂解析セミナー（東京理科大学）（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Hypergeometric expression for the resolvent of the discrete Laplacian in low dimensions
3. 学会等名 Effective models, critical phenomena and spectral methods in Quantum Transport（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 伊藤健一
2. 発表標題 Hypergeometric expression for the fundamental solution to the 2-dimensional discrete Laplacian（2次元離散Laplace作用素の基本解に対する超幾何表示）
3. 学会等名 数学域談話会（筑波大学）（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 伊藤健一
2. 発表標題 Pseudodifferential expression for the S-matrix of perturbed Stark Hamiltonian
3. 学会等名 信州微分方程式セミナー（信州大学）（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Hypergeometric expression for resolvent of the discrete Laplacian in low dimension
3. 学会等名 日本数学会2020年度年会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Hypergeometric expression for the resolvent of the discrete Laplacian in low dimensions
3. 学会等名 微分方程式の総合的研究 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Commutator method for the Stark Hamiltonian
3. 学会等名 早稲田大学 応用解析研究会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Zeroth order conjugate operator in N-body Schrodinger operators
3. 学会等名 RIMS共同研究 (公開型) 「量子場の数理とその周辺」 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Commutator method for the Stark Hamiltonian
3. 学会等名 信州大学偏微分方程式研究集会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Commutator method for the Stark Hamiltonian,
3. 学会等名 QMath14: Mathematical Results in Quantum Physics (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Hypergeometric expressions for resolvents of the discrete Laplacians in low dimensions
3. 学会等名 The 17th Linear and Nonlinear Waves (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Hypergeometric expressions for resolvents of the discrete Laplacians in low dimensions
3. 学会等名 研究集会「第29回数値物理と微分方程式」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Asymptotics of generalized eigenfunctions on manifold with Euclidean and/or hyperbolic ends
3. 学会等名 The Role of Metrics in the Theory of Partial Differential Equations, The 11th MSJ-SI (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 New methods in spectral theory of N-body Schrodinger operators
3. 学会等名 XIX International Congress on Mathematical Physics (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Zeroth order conjugate operator in N-body Schrodinger operators
3. 学会等名 2018夏の作用素論シンポジウム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Explicit formula for singular part of the resolvent at threshold for multi-dimensional discrete Laplacian (2回講演)
3. 学会等名 RIMS共同研究(グループ型)「スペクトル解析におけるスケール不変構造と摂動論の新展開 (Scaling invariant structures for spectral analysis and perturbation theory)」(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Zeroth order conjugate operator in N-body Schrodinger operators
3. 学会等名 Math/Phys Seminar, Aarhus University (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 一般化固有関数の漸近挙動と散乱理論
3. 学会等名 談話会, 東京大学大学院数理科学研究科 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Zeroth order conjugate operator in N-body Schrodinger operators
3. 学会等名 研究集会「第28回 数理物理と微分方程式」
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Zeroth order conjugate operator in N-body Schrodinger operators
3. 学会等名 International Conference Spectral Theory and Mathematical Physics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Rellich's theorem for the Stark Hamiltonian
3. 学会等名 シュレーディンガー方程式の数理とその周辺 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kenichi Ito
2. 発表標題 Commutator methods for the Stark Hamiltonian
3. 学会等名 Workshop on "Spectral theory & semiclassical analysis" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 K. Ito
2. 発表標題 Resolvent expansions for the Schrödinger operator on the discrete half-line
3. 学会等名 RIMS合宿型セミナー「Workshop on linear and nonlinear dispersive equations and related topics」(招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 K. Ito
2. 発表標題 Resolvent expansions for the Schrödinger operator on the discrete half-line
3. 学会等名 第148回神楽坂解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 K. Ito
2. 発表標題 Resolvent expansions for the Schrödinger operator on the discrete half-line
3. 学会等名 2017夏の作用素論シンポジウム
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 K. Ito
2. 発表標題 Resolvent expansions for the Schrödinger operator on a graph with rays
3. 学会等名 Tosio Kato Centennial Conference (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 K. Ito
2. 発表標題 Resolvent expansion for the Schrödinger operator on a graph with rays
3. 学会等名 九州関数方程式セミナー (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 K. Ito
2. 発表標題 Resolvent expansion for the Schrödinger operator on a graph with rays I, II (2回連続講演)
3. 学会等名 スペクトル・散乱 葛飾シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 K. Ito
2. 発表標題 Resolvent expansion for the Schrödinger operator on a graph with rays
3. 学会等名 One day meeting in mathematical quantum mechanics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 K. Ito
2. 発表標題 Wave front set for the damped wave equations
3. 学会等名 神戸大学解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 K. Ito
2. 発表標題 Wave front set for the damped wave equations
3. 学会等名 Saga Workshop on Partial Differential Equations (招待講演)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Homepage of Kenichi Ito  
<https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~ito/>



## 6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

## 7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 Schrodinger Operators and Related Topics	開催年 2020年～2020年
--	--------------------

## 8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
デンマーク	Aarhus University	Aalborg University	