

令和 4 年 6 月 4 日現在

機関番号：15201

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2021

課題番号：17K05327

研究課題名(和文)連続型ダイナミクスと離散型ダイナミクスの本質的相違性及び類似性の解明

研究課題名(英文)Elucidation of the essential differences and similarities between continuous and discrete dynamics

研究代表者

杉江 実郎 (Sugie, Jitsuro)

島根大学・学術研究院理工学系・教授

研究者番号：40196720

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：微分方程式や差分方程式によって表される様々なダイナミクスを安定性理論、振動性理論及び生態系モデル解析の観点から解明した。具体的研究として、植物プランクトン、動物プランクトン、小型魚類から成る3種生態系の内部平衡点の大域的漸近安定性や同程度漸近安定性、成熟血液細胞の増減を表わす離散型造血モデルの周期解の存在性、成虫ハエの個体数を記述する離散モデルの周期解の個数、パラメトリック励起現象を記述するマシユ方程式の解の非振動性などが挙げられる。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、先行研究による結果の長所や短所を俯瞰するとともに、適用範囲を大幅に拡張することができた。また、従来の数学的知識が役に立たない場合にも適用できる手法を考案し、問題解明にあたった。さらに、気温や日照時間などの季節的要因を生態系モデルに加味して、先行研究とは趣きを大いに異にする研究成果も得られた。その意味では、本研究は画期的なものであると言える。その証左として、得られた成果が国際的に評価の高い学術誌に19編の論文として掲載されたことに現れている。本研究が生態系、環境系、工学系モデルに密接な関係を有することから、単に数学的知見の獲得だけにとどまらず、実応用の可能性を有している意義も大きい。

研究成果の概要(英文)：Various dynamics expressed by differential and difference equations are clarified from the viewpoints of stability theory, oscillatory theory, and ecosystem model analysis. Specific studies include the global asymptotic stability and equi-asymptotic stability of the interior equilibrium point of a three-species ecosystem consisting of phytoplankton, zooplankton, and small fish; the existence of periodic solutions for a discrete hematopoietic model representing the increase and decrease of mature blood cells; the number of periodic solutions of a discrete model describing the adult fly population; the non-oscillation of solutions of Mathieu equations describing parametric excitation phenomena.

研究分野：関数方程式論

キーワード：微分方程式 差分方程式 安定性理論 振動性理論 造血幹細胞モデル 食物連鎖モデル 国際研究者交流 中華人民共和国

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

自然現象，社会現象，生命現象などを解析するために，モデル化が行われる。前世紀までは，その殆どは連続型モデルであった。離散型モデルは連続型モデルを近似する付属的立場であったと言える。しかし今世紀に入り，差分方程式の基礎理論が整備，に伴って，現象の数理的記述として直接に離散型モデルが導入，ことも多くなり，優れた報告もなされてきた。連続型モデルと離散型モデルはそれぞれ微分方程式と差分方程式で記述，ことが多い。常微分方程式の定性的理論の研究は古くから行われており，解の諸性質が明らかになってきた。その中でも，純粋科学から応用技術までの広範囲な分野からの要請によって，平衡点(または零解)の安定性と解の振動性の研究は重要な位置を占めてきた。一方，差分方程式の研究も計算機の発達に伴って，数値解析の道具として古くから研究されている。その後の発展により，新たな方向をもつようになり，離散型モデルの定性的理論の基礎が築き上げられてきた。差分方程式の研究では，微分方程式と同様な概念が導入され，類似性の高い数々の結果が報告されている。さらに最近では，微分方程式と差分方程式を包含する動力学方程式が提案，ようになった。これは，タイムスケールという新たな概念の導入によって，微分方程式と差分方程式との関係に橋を架け，統一的に把握しようとする試みである。タイムスケールを実数と考えるときは通常の微分に対応し，整数と考えるときは前進差分に対応する。既に，動力学方程式の基礎理論も整備されつつ，最近，極めて盛んに研究されている。ただし，実世界での応用性に乏しいことが弱点である。また，動力学方程式に関する研究の帰結では，その成り立ちからも分かるように，微分方程式と差分方程式の類似性が強調，ことになる。しかし，それだけで良いのだろうか？タイムスケールという概念で把握すること自体に制約があり，両者の相違性を見失ってしまうのではないのか？また，一つの現象の中に，連続型ダイナミクスと離散型ダイナミクスが混在しているようなことはないのか？という強い思いが，本研究を遂行したいという原動力になった。

2. 研究の目的

「研究開始当初の背景」の欄に記した経緯と動機を踏まえて，連続型ダイナミクスと離散型ダイナミクスとの本質的な相違性や類似性を解き明かすことを目指した。そのため，離散型モデル及び連続型モデルを研究対象とする数学以外の分野にも緊密性の高い3つの研究テーマ

(1) 安定性理論 (2) 振動性理論 (3) 生態系モデル解析

を設定した。一般に，微分方程式や差分方程式の定性的理論の研究において報告される十分条件，必要条件，必要十分条件は，方程式に含まれる係数やパラメータに関する複雑な積分などで表現され，その条件が成り立つか否かを調べるのが困難な場合が多く見受けられる。本研究では，得られた主定理の条件確認が困難な場合には，より確認が容易な主定理の系を導くことに努めた。また，シミュレーションによる視覚化にも力点を置いた。

3. 研究の方法

本研究組織メンバーは，研究代表者(杉江)と4名の連携研究者(松永，山岡，鬼塚，中田)と5名の海外の研究協力者(范，呉，Dosla, Pituk, Rehak)であった。研究代表者と連携研究者(松永，山岡，鬼塚)は，各種の研究集会での討論や日頃のメールによる研究連絡を行った。また，連携研究者(中田)は研究代表者と同じ大学の数学教室に所属していたので，研究討議を行う機会も多かった。また，研究代表者は研究協力者(范，呉，Dosla)から専門知識の提供を受けつつ，本研究課題を着実に進めた。連携研究者(松永，山岡)はそれぞれ研究協力者(Pituk, Rehak)とは友人であり，連携を取っていた。また，新型コロナウイルスが蔓延する前は，研究代表者は年に2，3度，研究協力者(范，呉)が所属している東北師範大学(中国・吉林省)に赴き，研究成果を発表するための国際共同ワークショップを開催した。逆に，研究協力者を彼らの指導学生らとともに島根大学に招き，活発な研究連絡を行った。得られた成果は，国内・国外で開催された数多くの研究集会において，発表した。

本研究では，実世界の諸現象を数学的に解き明かし，その成果が意味する内容をそれぞれの隣接分野に還元することを志向していた。そのためには，特殊な設備や機材は必要としなかった。ただし，得られた成果の妥当性や有用性を示すために，計算機によるシミュレーションを適宜行った。連続型及び離散型の大域的ダイナミックの視覚化するためには，解軌道図を作成することが必要であった。それらの一部は掲載論文で公表した。尚，これらのシミュレーションは研究代表者所属の現有設備で十分であった。

4. 研究成果

本科学研究費補助金の支援の下で得られた研究成果は，19編の論文として，国際的にも評価の高い学術誌に掲載された。研究対象とした方程式は多岐に亘ったが，減衰調和振動子，減衰項

をもつ楕円型方程式, 非自励線形差分方程式系, 2階線形差分方程式, 時変係数をもつ半線形微分方程式, 2階線形微分方程式, マシュー型方程式, 2階線形インパルス微分方程式, 2階自己随伴型インパルス微分方程式, ロトカ・ヴォルテラ型捕食者-被食者系モデル, 植物プランクトン・動物プランクトン・魚類の3種生態系モデル, 離散造血モデル, 成虫ハエの個体数を記述する離散モデルなどが挙げられる。研究テーマは大別すると, 安定性理論, 振動性理論及び生態系モデル解析であった。以下に, それぞれの研究成果の概要とその出典を記す。

(1) 安定性理論

減衰調和振動子 $x'' + h(t)x' + \omega^2 x = 0$ を考えた。ただし, h は非負で局所可積分な関数であり, ω は正の定数である。この振動子の安定性理論に関する研究は古くから行われており, 平衡点の漸近安定性については多くの結果が報告されてきた。しかし, それらがどのような包含関係を有しているかについてはほとんど知られていなかった。本研究では, 平衡点が一樣漸近安定になることを保証する十分条件を与えた。一樣漸近安定性は漸近安定性より応用上使い易い。また, 一見すると無関係であるように思えた平衡点の漸近安定性に関する多くの先行結果に綺麗な関係性があることを明らかにした。さらに, 具体的な例を示すことにより, 残された問題点を指摘した (Proc. Amer. Math. Soc. Ser. B **4** (2017), 31 - 46)。

減衰項をもつ準線形楕円型方程式

$$\operatorname{div} (D(u)\nabla u) + k(|x|)x/|x| \cdot (D(u)\nabla u) + \omega^2(|u|^{p-2}u + |u|^{q-2}u) = 0$$

を考え, 球対称解 $u(|x|)$ が零に収束するための必要十分条件を得た。ここで, x は N 次元ベクトル (ただし, N は2以上の整数), $D(u) = |\nabla u|^{p-2} + |\nabla u|^{q-2}$ ($1 < q \leq p$), k は非負で局所可積分な関数, ω は正の定数である。このタイプの楕円型方程式は反応拡散方程式の定常解の研究に端を発し, 最近では純粋数学的な興味のみならず, 物理的応用面からの要請によって, 数多くの研究がなされている。本研究では, 別の観点から球対象解の構造を明らかにしようとする試みである。得られた必要十分条件は, 減衰係数 k によって定義, ある不定積分によって表現されている。減衰係数が冪関数である場合について詳しく解説した (J. Dynam. Diff. Equat. **30** (2018), 579 - 600)。

減衰項をもつ楕円型方程式

$$\operatorname{div} (D(u)\nabla u) + k(|x|)x/|x| \cdot (D(u)\nabla u) + \omega^p |u|^{p-2}u = 0$$

のすべての球対称解 $u(|x|)$ が零に収束することを保証する複数個の十分条件を得た。ここで, x は外部領域 $G_a = \{x \in \mathbb{R}^N : |x| \geq a\}$ の N 次元ベクトル, $D(u) = |\nabla u|^{p-2}$ ($p > 1$), k は非負で局所可積分な関数, ω は正の定数である。得られた十分条件はすべて, 比較的簡単に成り立つかどうかを確認できるという利点がある。その意味で, 十分に実用的であると言える。また, これらの十分条件間の関係も明らかにした。これらの成果を得るために, 微分方程式

$$(|x'|^{p-2}x')' + h(t) |x'|^{p-2}x' + \omega^p |x|^{p-2}x = 0$$

の平衡点の漸近安定性を論じている (Monatsh. Math. **189** (2019), 444 - 458)。

(2) 振動性理論

非自励線形差分方程式系 $x_n = A_n x_{n-1}$, $n = 1, 2, \dots$ を考え, すべての解が振動しない条件を与えた。ここで, A_n は 2×2 の非特異な変数行列, つまり, $\det A_n \neq 0$ である。この A_n が n に依存しない定数行列 A である場合は, A の固有値がすべて正の実数のとき, 言い換えれば, $\det A > 0$, $\operatorname{tr} A > 0$, $\det A / (\operatorname{tr} A)^2$ であるとき, すべての非自明解は振動しないことがよく知られている。この結果は, 常微分方程式のアナロジーであると言える。本研究で得られた結果は, このアナロジーの結果を拡張するものであり, 差分方程式と常微分方程式の区別を明確にするものである。このことをいくつかの具体例を用いて説明した。また, それらの例を理解しやすくするためのシミュレーションも添付した (Linear Algebra Appl. **531** (2017), 22 - 37)。

で得られた結果を2階線形差分方程式 $\Delta_a(r_{n-1}\Delta_a x_{n-1}) + p_n x_n = 0$ にも適用できるように拡張した。ここで, $\{r_n\}$ と $\{p_n\}$ は実数列であり, Δ_a は重み付き差分演算子である。本研究により, 定数 a と2つの数列 $\{r_n\}$ と $\{p_n\}$ から決定, ある別の数列 $\{q_n\}$ の隣接する2つの項の重み付き和が, すべての解が振動しないことに重要な役割を果たすことが判明した。この結果を証明するための主な道具は, Sturm の分離定理とリカッチ変換法である。具体例を用いて, 得られた結果といくつかの先行研究とを比較した (Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, entitled "Advances in Difference Equations and Discrete Dynamical Systems" (2017), 241 - 258)。

時変係数をもつ半線形微分方程式 $(\Phi_p(x'))' + a(t)\Phi_p(x') + b(t)\Phi_p(x) = 0$ に適用できる振動定理を与えた。この定理を得るために, 2つの変数係数 $a(t)$ と $b(t)$ によって描かれるパラメータ曲線に着目した。このパラメータ曲線は, 定数係数を持つ2階線形微分方程式の特性方程式によって与えられる曲線の一般化と言える。定理を証明するために, 半線形微分方程式を標準の極座標系に変換し, 位相面解析を注意深く使用する。この結果は, 先行研究とは趣きを異にしており, パラメータ曲線は描くだけで, すべての非自明解が振動することを容易に判断できるという利点がある (Appl. Math. Lett. **79** (2018), 146 - 154)。

2階線形微分方程式 $x'' + a(t)x' + b(t)x = 0$ のすべての非自明解が振動しないための基準 (非振動定理) とそれらが振動するための基準 (振動定理) を与えた。ただし, a と b は周期係数である。得られた非振動定理と振動定理は, リカッチの手法を使用して証明された。これらの定

理の斬新な点は、周期係数 b の不定積分と適当な連続微分可能な多価関数との合成関数に注目していることである。その合成関数が重要な役割を果たしている。また、得られた結果がいくつかの先行研究を含んでいることを示すとともに、その有用性を示すためにシミュレーションも行った (J. Math. Anal. Appl. **466** (2018), 56 - 70)。

有限フーリエ級数で表現、係数 $c(t)$ をもつマシュー型方程式 $x'' + (-\alpha + \beta c(t))x = 0$ のすべての非自明解が振動しないことを保証する条件を与えた。ここで、 α と β は実数パラメータである。また、一種のマイスナー方程式の振動問題についても議論した。得られた結果は、Sturm の比較定理と、2 階微分方程式 $y'' + a(t)y' + b(t)y = 0$ に対する位相平面解析を用いて証明されている。この結果の特徴は、条件が満たされているかどうかの確認が容易であることである。さらに、この結果を理解するために、 (α, β) に関するパラメトリックな領域と、いくつかの解の軌道を図示した (Monatsh. Math. **86** (2018), 721 - 743)。

インパルスの影響を考慮した 2 階線形微分方程式の振動問題を扱った。この方程式は、質量点の移動速度が何らかの影響で急激に変化する運動方程式と見なすことができる。本研究により、インパルス効果がない場合では質点が振動していなくても、インパルスにより質点が振動するようになるために必要な条件が判明した。また、例を用いて、得られた結果が先行研究を拡張するものであることを示した (J. Math. Anal. Appl. **470** (2019), 911 - 930)。

よく知られているように、マシューの方程式は、パラメトリック励振現象を説明する数学モデルの代表的なものある。本研究では、2 種類の周波数をもつマシュー方程式

$$x'' + (-\alpha + \beta \cos(\omega_1 t) + \gamma \cos(\omega_2 t))x = 0$$

の振動問題を扱い、すべての非自明解が振動しないための条件を得た。得られた結果では、2 種類の周波数の比率 ω_1/ω_2 が有理数であるとは仮定していない。この比率が無理数の場合、マシューの方程式の係数は準周期的であるが、周期的ではなくなる。そのため、フロッケ理論などの線形周期系の基礎知識は役に立たない。本研究によって、マシューの方程式のすべての非自明解が振動するかどうかは、パラメータと片方の周波数で決まることが判明した。得られた結果の利点は、パラメータと周波数による条件が成り立つかどうか簡単に確認できることである。また、これらの結果を容易に理解するために、パラメトリックな非振動領域を提示した (Appl. Math. Comput. **346** (2019), 491 - 499)。

復元力項のみで減衰項をもたない 2 階線形微分方程式にインパルスを加えることにより、解の振動性がどのように変化するかを考察した。この場合、インパルスの影響により、2 階線形微分方程式によって記述された運動方程式の質量の移動速度は不連続に変化する。よく知られているように、復元力項が小さく、インパルスが加えられないとき、すべての非自明解は振動しない。本研究では、このインパルス微分方程式に対する振動定理を与え、復元力項が小さい場合であっても、インパルスの作用が補えば、得られた振動基準が満たされ、すべての非自明解が振動することが判明した。この事実を確認するためのいくつかの例と解曲線のシミュレーションを行った。また、得られた振動定理が示すように、インパルス効果は解の振動性を促進する場合がある一方、逆に、解の振動性を抑制することも分かった。この事実もシミュレーションにより示した (J. Math. Anal. Appl. **479** (2019), 621 - 642)。

本研究では、2 階自己随伴型インパルス微分方程式に対する振動定理を与えた。得られた結果は、よく知られているカメネフ型とフィロス型の振動定理を拡張したものである。これらの結果を証明するために、一般化されたリカッチ変換を用いた。標準のリカッチ変換ではなく、一般化されたリカッチ変換を使う利点は 2 つある。1 つは、カメネフ型とフィロス型の振動定理は、オイラー方程式などの条件付き振動微分方程式には適用できないが、一般化されたリカッチ変換を使うことにより得られた結果はそのような方程式にも適用できることである。もう 1 つは、インパルス量が少なくてもインパルス微分方程式のすべての非自明解が振動するようになる可能性があることを証明できる点である。具体的な例を挙げて、得られた結果の長所を示した (Proc. Amer. Math. Soc. **148** (2020), 1095 - 1108)。

本研究代表者による振動理論に関する成果 [\[1\]](#), [\[2\]](#), [\[3\]](#) 以外にも、フィロス型振動定理に関する研究は数多く行われ、さまざまな方程式に適用されるようになった。しかし、安易に拡張することには危険性が伴う。本研究では、多くの論文に見られる間違いを指摘し、それらを修正する追加条件を明示した (Electron. J. Qual. Theory Differ. Equ. **2020**, Paper No. 18, 7 pp)。

(3) 生態系モデル解析

ロトカ・ヴォルテラ型の変数係数をもつ捕食者-被食者系モデル

$$N' = (a + ch(t) - dh(t)N - bP)N, \quad P' = (-c + dN)P$$

を考察し、内部平衡点 $(c/d, a/b)$ が一様大域的漸近安定になるための十分条件を得た。ここで、 N と P はそれぞれ被食者と捕食者の密度を表し、変数係数 h は非負で局所可積分関数であり、 a, b, c, d はすべて正の定数である。このモデルを同値変換した平面系のすべての解の振る舞いを詳細に調べることによって、この結果を証明した (Appl. Math. Lett. **87** (2019), 125 - 133)。

植物プランクトン・動物プランクトン・魚類の 3 種からなる生態系モデルについて考察し、モデルの内部平衡点が大域的漸近安定や同程度漸近安定であることを保証する十分条件を得た。動物プランクトンが魚以外の生物に収穫、ことはよく知られている。また、動物プランクトンが植物プランクトン以外の微生物からエネルギーを吸収することも報告されている。そのため、これらのエネルギー源と収穫効果についてもモデルに組み込んだ。さらに、プランクトンの活性に

影響を及ぼす気温や日照時間などの季節的要因も想定した。ただし、環境は必ずしも規則正しく周期的に変化を繰り返しているとは限らないので、これらの時間依存因子が周期的であるとは仮定していない。このような実状に合った要因を加えたため、研究対象としたモデルは、従来の殆どの生態系モデルとは異なるものとなった (Nonlinear Anal.: Real World Applications **46** (2019), 116 - 136)。

成熟血液細胞 (赤血球, 白血球, 血小板) の増減を表わす造血モデルは時間遅れをもつ1階非線形微分方程式で記述されることが多い。しかし、各血液細胞は別個の存在であり、1つずつ役割を果たしている事実、医療従事者の仕事量の観点、得られた結果を数値シミュレーションでも確認し易いことから、血球数の増加と減少及びその周期性を調べるためには、微分方程式による連続造血モデルより差分方程式による離散造血モデルの方が適切であると考え、離散造血モデルを提案し、バナッハ空間上での不動点定理をはじめとする数学解析によって、正の周期解の存在性、その周期解の存在範囲、周期解の個数に関する新たな知見を得た (Appl. Math. Model. **68** (2019), 152 - 168)。

本研究では、離散造血モデルの大域的ダイナミクスを考察した。このモデルには、いくつかの単峰性生産関数と、周期が同じ $\omega \in N$ である周期係数と周期時間遅れを含んでいる。得られた結果は、このモデルがただ一つの正の ω 周期解をもち、その周期解が大域的漸近安定であることを保証する。この唯一の正の ω 周期解が大域的漸近安定であることを証明するために、その周期解と任意の他の解との差を詳細に解析した。そのためには、すべての解の上限値と下限値を評価する必要があった。得られた結果の有効性を説明するために、2つの適切な例を挙げた。そのうちの1つでは、数値シミュレーションも行った。もう1つの例は、臨床検査から得られた健康な人の赤血球の上限値と下限値、および臨床試験から得られた臨床データに基づいている (Monatsh. Math. **191** (2020), 325 - 348)。

本研究では、マッキー&グラス型の離散造血モデルが少なくとも2つの正の周期解を有するための十分条件を与えた。このモデルには周期係数と時間遅れがあり、フィードバックとして機能するいくつかの生産関数項が含まれている。この結果は、クラスノセルスキーの不動点定理を適用することによって得られ、その十分条件は周期、係数、および生産関数の間の関係によって表される。この結果をどのように適用するかを示すために、例とそのシミュレーションも添付した。この例では、離散造血モデルにちょうど2つの正の周期解が存在することが分かり、シミュレーションの結果、1つの周期解は安定で、もう1つの周期解は不安定であることも判明した。また、生産関数に関する仮定を弱めることによって、得られた結果が改善できることも示した (Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. **89** (2020), Paper No. 105273, 17 pp)。

本研究では、ハエの生態に基づいて、成虫の個体数を記述する時間遅れ離散モデルを提案し、クラスノセルスキーの不動点定理を用いて、少なくとも N 個の正の周期解が存在するための十分条件を解明した。与えられたモデルごとに具体的に決定される2つの集合 (Δ 及び ∇ と名付けた) が重要な役割を果たしており、 Δ に属する点と ∇ に属する点の間に少なくとも1つの正の周期解が存在することが明らかになった。得られた結果に基づいて、成虫を効果的に殺処分するための方策を議論し、成虫の殺処分はハエ集団の周期変化の下限を減らすが、上限を必ずしも減らさないことを示した (Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. **97** (2021), Paper No. 105731, 15 pp)。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計19件（うち査読付論文 19件 / うち国際共著 6件 / うちオープンアクセス 19件）

1. 著者名 J. Sugie and Y. Yan	4. 巻 89, Article Number 105273
2. 論文標題 Existence of multiple positive periodic solutions for discrete hematopoiesis models with a unimodal production function	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation	6. 最初と最後の頁 1-17
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cnsns.2020.105273	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 J. Sugie, Y. Yan and M. Qu	4. 巻 97, Article Number 105731
2. 論文標題 Effect of decimation on positive periodic solutions of discrete generalized Nicholson's blowflies models with multiple time-varying delays	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation	6. 最初と最後の頁 1-15
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cnsns.2021.105731	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 W. Zheng and J. Sugie	4. 巻 46
2. 論文標題 Global asymptotic stability and equiasymptotic stability for a time-varying phytoplankton-zooplankton-fish system	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis: Real World Applications	6. 最初と最後の頁 1161-136
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.nonrwa.2018.09.015	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 J. Sugie and K. Ishihara	4. 巻 189
2. 論文標題 Sufficient conditions for convergence of solutions of damped elliptic equations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Monatshefte für Mathematik	6. 最初と最後の頁 441-458
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00605-018-1192-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 J. Sugie and K. Ishibashi	4. 巻 346
2. 論文標題 Nonoscillation of Mathieu equations with two frequencies	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Applied Mathematics and Computation	6. 最初と最後の頁 491-499
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.amc.2018.10.072	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Y. Yan and J. Sugie	4. 巻 68
2. 論文標題 Existence regions of positive periodic solutions for a discrete hematopoiesis model with unimodal production functions	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Applied Mathematical Modelling	6. 最初と最後の頁 152-168
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.apm.2018.11.003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 J. Sugie	4. 巻 479
2. 論文標題 Interval oscillation criteria for second-order linear differential equations with impulsive effects	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 621-642
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2019.06.041	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Y. Yan and J. Sugie	4. 巻 191
2. 論文標題 Global asymptotic stability of a unique positive periodic solution for a discrete hematopoiesis model with unimodal production functions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Monatshefte für Mathematik	6. 最初と最後の頁 325-348
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00605-019-01330-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 J. Sugie	4. 巻 148
2. 論文標題 Interval criteria for oscillation of second-order self-adjoint impulsive differential equations	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 1095-1108
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/proc/14797	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 J. Sugie	4. 巻 2020-18
2. 論文標題 A remark on Philos-type oscillation criteria for differential equations	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 1-7
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14232/ejqtde.2020.1.18	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 J. Sugie and M. Minei	4. 巻 30
2. 論文標題 Convergence of radially symmetric solutions for (p,q) -Laplacian elliptic equations	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Dynam. Diff. Equat.	6. 最初と最後の頁 579-600
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10884-016-9560-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 J. Sugie and K. Ishibashi	4. 巻 406
2. 論文標題 Oscillation problems for Hill's equation with periodic damping	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Math. Anal. Appl.	6. 最初と最後の頁 56-70
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2018.05.037	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 J. Sugie	4. 巻 186
2. 論文標題 Nonoscillation of Mathieu's equation whose coefficient is a finite Fourier series approximating a square wave	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Monatsh. Math.	6. 最初と最後の頁 721-743
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00605-017-1049-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 W. Zheng and J. Sugie	4. 巻 87
2. 論文標題 Uniform global asymptotic stability of time-varying Lotka-Volterra predator-prey systems	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Appl. Math. Lett.	6. 最初と最後の頁 125-133
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aml.2018.07.030	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 J. Sugie and K. Ishihara	4. 巻 470
2. 論文標題 Philos-type oscillation criteria for linear differential equations with impulsive effect	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Math. Anal. Appl.	6. 最初と最後の頁 911-930
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2018.10.041	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 J. Sugie and M. Tanaka	4. 巻 212
2. 論文標題 Nonoscillation of second-order linear equations involving a generalized difference operator	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Springer Proceedings in Mathematics & Statistics	6. 最初と最後の頁 241-258
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-981-10-6409-8_16	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 J. Sugie	4. 巻 531
2. 論文標題 Nonoscillation of second-order linear difference systems with varying coefficients	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Linear Algebra Appl.	6. 最初と最後の頁 22-37
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.laa.2017.05.031	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 K. Ishihara and J. Sugie	4. 巻 4
2. 論文標題 Uniform asymptotic stability of time-varying damped harmonic oscillators	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Proc. Amer. Math. Soc. Ser. B	6. 最初と最後の頁 31-46
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/bproc/30	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 J. Sugie and K. Ishibashi	4. 巻 76
2. 論文標題 Integral condition for oscillation of half-linear differential equations with damping	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Appl. Math. Lett.	6. 最初と最後の頁 146-154
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aml.2017.12.012	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計49件(うち招待講演 10件/うち国際学会 28件)

1. 発表者名 Jitsuro Sugie
2. 発表標題 Oscillation criteria for self-adjoint differential equations with impulsive effects
3. 学会等名 The 7th China-India-Japan-Korea International Conference on Mathematical Biology (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Y. Yan and J. Sugie
2. 発表標題 Global attractivity of a unique positive periodic solution for a discrete hematopoiesis model
3. 学会等名 The workshop of NEFU-SHIMANE UNIV's students on differential equations of dynamical systems (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 H. Shiozaki and J. Sugie
2. 発表標題 Asymptotic stability of a pendulum with impulsive effects
3. 学会等名 The workshop of NEFU-SHIMANE UNIV's students on differential equations of dynamical systems (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Y. Ishihara and J. Sugie
2. 発表標題 Oscillation for second-order linear differential equations with a sign-changing forcing term
3. 学会等名 The workshop of NEFU-SHIMANE UNIV's students on differential equations of dynamical systems (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Jitsuro Sugie
2. 発表標題 Wrong use or application of perfect square expression
3. 学会等名 東北林業大学理学院数学学科学報告会 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 X. Zhao, Z. Zeng and J. Sugie
2. 発表標題 Dynamical behavior of stochastic predator-prey system with stage structure
3. 学会等名 令和元年度 日本数学会 中国・四国支部例会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 M. Qu, C. Zhang and J. Sugie
2. 発表標題 Pattern dynamics of Fitzhugh-Nagumo model over a square region
3. 学会等名 令和元年度 日本数学会 中国・四国支部例会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Y. Yan and J. Sugie
2. 発表標題 Multiplicity of positive periodic solutions for a discrete hematopoiesis model with a unimodal production function
3. 学会等名 令和元年度 日本数学会 中国・四国支部例会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Y. Ishihara and J. Sugie
2. 発表標題 Sufficient condition for oscillation of forced linear second-order differential equations
3. 学会等名 令和元年度 日本数学会 中国・四国支部例会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 J. Sugie
2. 発表標題 Growth conditions for uniform asymptotic stability of damped harmonic oscillators
3. 学会等名 東北師範大学数学与統計学院学術報告会（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Yan and J. Sugie
2. 発表標題 Global asymptotic stability of positive solution of discrete hematopoiesis models
3. 学会等名 東北師範大学数学与統計学院学術報告会（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 H. Shiozaki and J. Sugie
2. 発表標題 Asymptotic stability of a pendulum with impulsive effects
3. 学会等名 東北師範大学数学与統計学院学術報告会（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Ishihara and J. Sugie
2. 発表標題 Oscillation theorem for second order linear self-adjoint impulsive differential equations
3. 学会等名 東北師範大学数学与統計学院学術報告会（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 J. Sugie
2. 発表標題 Asymptotic stability for damped coupled oscillators with time-varying coefficients
3. 学会等名 黒龍江大学数学科学学院學術報告会（招待講演）（國際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 W. Zheng and J. Sugie
2. 発表標題 Stability analysis for two-species and three-species ecological models with seasonal variation
3. 学会等名 黒龍江大学数学科学学院學術報告会（國際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 J. Sugie
2. 発表標題 Growth conditions for uniform asymptotic stability of damped harmonic oscillators
3. 学会等名 東北林業大学理学院學術報告会（招待講演）（國際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Yan and J. Sugie
2. 発表標題 Global asymptotic stability of positive periodic solution for discrete hematopoiesis models of U-type
3. 学会等名 北京科技大学数理学院學術報告会（國際学会）
4. 発表年 2018年

1 . 発表者名 H. Shiozaki and J. Sugie
2 . 発表標題 A sufficient condition for asymptotic stability of a pendulum with impulsive effects
3 . 学会等名 北京科技大学数理学院学术报告会 (国际学会)
4 . 発表年 2018年

1 . 発表者名 Y. Ishihara and J. Sugie
2 . 発表標題 Philos-type oscillation theorem of half-linear impulsive differential equations with damping term
3 . 学会等名 北京科技大学数理学院学术报告会 (国际学会)
4 . 発表年 2018年

1 . 発表者名 Y. Yan and J. Sugie
2 . 発表標題 Existence regions of positive periodic solutions for a mixed discrete hematopoiesis model
3 . 学会等名 Japan--China Joint Workshop on Mathematical Sciences in Matsue 2018 supported by Japan-Asia Youth Exchange Program in Science
4 . 発表年 2018年

1 . 発表者名 H. Shiozaki and J. Sugie
2 . 発表標題 Asymptotic stability for nonlinear differential equations with time-varying coefficients
3 . 学会等名 Japan--China Joint Workshop on Mathematical Sciences in Matsue 2018 supported by Japan-Asia Youth Exchange Program in Science
4 . 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Ishihara and J. Sugie
2. 発表標題 Integral averaing technique for oscillation of second-order linear self-adjoint differential equations with impulsive effect
3. 学会等名 Japan--China Joint Workshop on Mathematical Sciences in Matsue 2018 supported by Japan-Asia Youth Exchange Program in Science
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Yan and J. Sugie
2. 発表標題 Global attractivity of positive periodic solution of a discrete hemato- poiesis model with multiple production functions
3. 学会等名 Japan--China Joint Workshop on Differential and Difference Equations and Related Topics in Osaka 2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 H. Shiozaki and J. Sugie
2. 発表標題 A sufficient condition for the asymptotic stability of a pendulum with impulsive effects
3. 学会等名 Japan--China Joint Workshop on Differential and Difference Equations and Related Topics in Osaka 2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 J. Sugie
2. 発表標題 Asymptotic stability and uniform asymptotic stability of damped linear oscillators
3. 学会等名 Bin(門構えに虫)南師範大学数学与統計学院学术交流会(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Yan and J. Sugie
2. 発表標題 Global attractivity of positive periodic solutions for a discrete hematopoiesis model of U-type
3. 学会等名 Bin(門構えに虫)南師範大学数学与統計学院学术交流会(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 J. Sugie
2. 発表標題 Oscillation problems for Hill's equation with periodic damping
3. 学会等名 International Conference on Differential and Difference Equations & Applications 2017(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 H. Shiozaki, K. Ishihara, J. Sugie
2. 発表標題 A sufficient condition for the asymptotic stability of damped half-linear oscillators
3. 学会等名 東北師範大学数学与統計学院学術報告会(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 K. Ishihara, J. Sugie
2. 発表標題 A concise condition for uniform asymptotic stability of damped linear oscillators
3. 学会等名 東北師範大学数学与統計学院学術報告会(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 W. Zheng, J. Sugie
2. 発表標題 Global asymptotic stability for marine phytoplankton-zooplankton-fish systems with seasonal effects
3. 学会等名 東北師範大学数学与統計学院学術報告会 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 M. Takana, J. Sugie
2. 発表標題 Nonoscillatory solutions of second--order linear equations with generalized difference operator
3. 学会等名 東北師範大学数学与統計学院学術報告会 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Y. Yan, J. Sugie
2. 発表標題 A necessary and sufficient condition for the existence of positive periodic solutions of a discrete hematopoiesis model
3. 学会等名 東北師範大学数学与統計学院学術報告会 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 H. Shiozaki, K. Ishihara, J. Sugie
2. 発表標題 Asymptotic stability of the equilibrium of damped nonliner oscillators
3. 学会等名 Japan-China Joint Workshop on Mathematical Sciences in Matsue 2017
4. 発表年 2017年

1 . 発表者名 K. Ishihara, J. Sugie
2 . 発表標題 Kamenev-type oscillation criteria for linear differential equations with impulsive effects
3 . 学会等名 Japan-China Joint Workshop on Mathematical Sciences in Matsue 2017
4 . 発表年 2017年

1 . 発表者名 M. Takana, J. Sugie
2 . 発表標題 Nonoscillatory properties for second-order linear difference equations via Riccati method
3 . 学会等名 Japan-China Joint Workshop on Mathematical Sciences in Matsue 2017
4 . 発表年 2017年

1 . 発表者名 Y. Yan, J. Sugie
2 . 発表標題 Exponential asymptotic stability for linear delay differential systems described by a rotation matrix
3 . 学会等名 Japan-China Joint Workshop on Mathematical Sciences in Matsue 2017
4 . 発表年 2017年

1 . 発表者名 Y. Yan, J. Sugie
2 . 発表標題 Existence of positive periodic solutions of a generalized discrete hematopoiesis model
3 . 学会等名 Japan-China Joint Workshop on Ordinary Differential Equations and Related Topics in Osaka 2017
4 . 発表年 2017年

1. 発表者名 J. Sugie
2. 発表標題 Uniform asymptotic stability of damped linear oscillators with time-varying coefficients
3. 学会等名 RIMS Workshop: Succession and Innovation of Studies in ODEs in Real Domains (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 J. Sugie
2. 発表標題 Inclusion relations between growth conditions for uniform asymptotic stability of damped harmonic oscillators
3. 学会等名 China-Japan Joint Workshop on Ordinary Differential Equation (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 W. Zheng, J. Sugie
2. 発表標題 A sufficient condition on the equiasymptotic stability for a phytoplankton-zooplankton-fish system with seasonal effects
3. 学会等名 China-Japan Joint Workshop on Ordinary Differential Equation (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 H. Shiozaki, K. Ishihara, J. Sugie
2. 発表標題 A sufficient condition for the asymptotic stability of damped nonlinear oscillators
3. 学会等名 Japan-China Student Workshop on Mathematics and Statistics in Matsue 2018
4. 発表年 2018年

1 . 発表者名 Y. Yan, J. Sugie
2 . 発表標題 Existence regions of positive periodic solutions for a discrete hematopoiesis model with unimodal production functions
3 . 学会等名 Japan-China Student Workshop on Mathematics and Statistics in Matsue 2018
4 . 発表年 2018年

1 . 発表者名 W. Zheng, J. Sugie
2 . 発表標題 Sufficient conditions for asymptotic stability of a time-varying phytoplankton-zooplankton-fish system
3 . 学会等名 Japan-China Student Workshop on Mathematics and Statistics in Matsue 2018
4 . 発表年 2018年

1 . 発表者名 K. Ishihara, J. Sugie
2 . 発表標題 Uniform asymptotic stability of two-dimensional linear nonautonomous differential systems
3 . 学会等名 Japan-China Student Workshop on Mathematics and Statistics in Matsue 2018
4 . 発表年 2018年

1 . 発表者名 M. Takana, J. Sugie
2 . 発表標題 Sufficient conditions for nonoscillation of linear difference equations via Riccati method
3 . 学会等名 Japan-China Student Workshop on Mathematics and Statistics in Matsue 2018
4 . 発表年 2018年

1. 発表者名 塩崎博司、杉江実郎
2. 発表標題 非線形減衰振動子の零解の漸近安定性
3. 学会等名 平成29年度 日本数学会中国・四国支部例会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 J. Sugie
2. 発表標題 Inclusive relations between growth conditions for uniform asymptotic stability of damped harmonic oscillators
3. 学会等名 北京科技大学数理学院學術報告会（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 H. Shiozaki, J. Sugie
2. 発表標題 Asymptotic stability for nonlinear oscillators with time-varying coefficients
3. 学会等名 北京科技大学数理学院學術報告会（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Yan, J. Sugie
2. 発表標題 Global attractivity of positive periodic solutions for a discrete hematopoiesis model with unimodal production functions
3. 学会等名 北京科技大学数理学院學術報告会（国際学会）
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

島根大学学術情報リポジトリ
https://ir.lib.shimane-u.ac.jp/ja/list/shimane_creators/%E3%82%B9/e19bb825c0e627738cba16cc388857ab
島根大学学術情報リポジトリ
http://ir.lib.shimane-u.ac.jp/ja/list/shimane_creators/%E3%82%B9/e19bb825c0e627738cba16cc388857ab
島根大学学術情報リポジトリ
http://ir.lib.shimane-u.ac.jp/ja/list/shimane_creators/%E3%82%B9/e19bb825c0e627738cba16cc388857ab
島根大学学術情報リポジトリ
http://ir.lib.shimane-u.ac.jp/ja/list/shimane_creators/%E3%82%B9/e19bb825c0e627738cba16cc388857ab

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	松永 秀章 (Matsunaga Hideaki)		
研究協力者	山岡 直人 (Yamaoka Naoto)		
研究協力者	鬼塚 政一 (Onitsuka Masakazu)		
研究協力者	中田 行彦 (Nakata Yukihiro)		

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 RIMS 共同研究「実領域における常微分方程式研究の継承と革新」	開催年 2017年～2017年
--	--------------------

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
中国	東北師範大学	北京科技大学	東北林業大学	他1機関