

令和 2 年 6 月 9 日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K05404

研究課題名(和文) 摂動QCDの精密定式化と基礎物理定数の高精度決定

研究課題名(英文) Precise formulation of perturbative QCD and high precision determination of fundamental physical constants

研究代表者

隅野 行成 (Sumino, Yukinari)

東北大学・理学研究科・准教授

研究者番号：80260412

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：自然界の4つの力「重力・電磁気力・強い力・弱い力」の内「強い力」は太陽中の核融合反応の源であり、巨大エネルギー源としての潜在的可能性を有すが、未だ人類の制御下にはない。その理由は、力の性質を詳細かつ正確に予測する能力の欠如にある。とは言え、強い力の基本法則QCDの発見から40年余り、我々の理解及び予測能力は大きく向上してきた。その道標の役割を、QCDの基礎物理定数  $\alpha_s$  の高精度決定が果たしてきた。その精度を上げるために様々な問題を克服する必要があり、また一旦精度が上がるとあらゆるQCD現象の予測のインプットパラメータとなる。我々は今回、未解決だったリノーマロン問題を解決し、 $\alpha_s$  を高精度決定した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

強い力の現象を予測するための有力な方法として物理量を  $\alpha_s$  の摂動展開で計算する「摂動QCD」が発展してきた。高度な計算技術が発達し、例えば近年のLHC実験におけるヒッグス粒子の発見に貢献した。摂動QCDで予測精度向上の障壁となるのがリノーマロン問題である。強い力が低エネルギーでより強くなることを反映して、低エネルギーで摂動展開の収束性が悪くなる。この問題を解決するために演算子積展開(OPE)と組み合わせる予言を行なった。鍵となったのは、OPE中の非摂動効果に吸収できる形で摂動級数からリノーマロンを分離する方法の開発であった。クォーク間力の摂動計算でこれを実現して、高精度で  $\alpha_s$  を決定した。

研究成果の概要(英文)：Out of four forces of Nature "Gravitational, Electromagnetic, Strong and Weak Forces," the strong force is the source of gigantic energy in the Sun and a potential candidate of our future energy resource. As yet it is not under human's control. Main reason is the lack of our ability to accurately predict the nature of the force and reveal its detailed features. Nonetheless, during more than 40 years since the discovery of QCD, the fundamental theory of the strong force, our understanding and predictability have advanced considerably. Determination of the fundamental parameter of QCD,  $\alpha_s$ , has played the role of milestone in this progress: To improve its accuracy many difficulties were needed to be overcome, while once it is determined more precisely, it serves as the input parameter in the predictions of all the QCD phenomena. In the current research we have solved a previously unsolved problem, known as the renormalon problem, and achieved a precise determination of  $\alpha_s$ .

研究分野：摂動QCD

キーワード：摂動QCD リノーマロン ループ計算 物理定数 演算子積展開 非摂動効果

1. 研究開始当初の背景

かねてより私は重いクォーク (c, b, t) の質量の精密決定に関する理論研究を行ってきた。実際、これまでの Particle Data Group (PDG) による mc と mb の決定には私の研究成果が採用されてきた。(右図参照。) また mt の精密決定に関しても私は多くの研究を行ってきた。

Higgs 粒子発見後の高精度 LHC 実験、及び Belle II 実験 (Super B ファクトリー) の時代に入り、QCD による理論予言の高精度化が必要不可欠となっていた。(現在もその状況は続いている。) それは、Higgs 粒子やトップクォークの性質の精密測定や新物理探索を行なう際、及び高精度フレーバー物理による新物理探索の際に、本質的に重要な役割を果たす。

近年の摂動 QCD や格子 QCD 計算の発展に伴って QCD の理論予言精度が様々な物理量に関して大きく向上しているが、その中で benchmark となるのが、QCD の基礎物理定数  $s$  及びクォーク質量の高精度決定である。その精度を上げるために理論的發展が必要となり、一旦決定されると様々な予言に対するインプットパラメーターとなる。一例として、LHCb/Belle II 実験での物理量を予言する際の高精度の mb の重要性がある。(例えば b クォークの崩壊幅は  $mb^4$  に比例するので、mb の値に強く依存する。) また、2016 年に  $s$  の PDG 値の精度が約 2 倍悪くなるという退歩 (見直し) が起こり、基礎物理定数決定の難度の高さと重要性が再認識されていた。

QCD の理論予言において摂動 QCD 部分には、ループ積分の IR 領域から生じる「リノーマロン不定性」が含まれる。リノーマロン不定性は摂動次数を上げて減少せず、近年の高次摂動計算に依存する高精度予言においてはこの寄与が無視できなくなりつつある。一方で Wilson 流の OPE の枠組みでは、概念的には UV と IR の寄与を factorize するので、Wilson 係数の摂動計算から本来はリノーマロンを取り除くべきである。しかしながらその方法は確立していない。私はここまでに Wilson 係数の摂動計算からリノーマロンを除去する方法を時間を掛けて開発してきた。元々は QCD ポテンシャルの計算においてこれが可能であることを示し、当時の最高精度クエンチ近似格子計算と比較して、定量的に OPE による記述が高精度で成立していることを示した。更に QCD ポテンシャルの 3 ループ摂動補正を計算して、この記述の整合性及び展開の収束性を確かめた。2017 年までにこの方法の理論的な背景についても詳細な解析が進行中である。そしてこの時点までに、現実的なクォーク質量を含む格子 QCD 計算が可能となりつつある状況を受けて、私が開発した方法を用いた  $s$  の高精度決定を準備している段階であった。

c

$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$   
 Charge =  $\frac{2}{3} e$  Charm = +

---

**c-QUARK MASS**

VALUE (GeV)	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
<b>1.27 ± 0.03</b>	<b>OUR EVALUATION</b>	See the ideogram below.	
YOUR DATA	1.246 ± 0.023	<sup>1</sup> KIYO	16 THEO MS scheme
	1.2715 ± 0.0095	<sup>2</sup> CHAKRABOR.	15 LATT MS scheme
	1.288 ± 0.020	<sup>3</sup> DEHNADI	15 THEO MS scheme
	1.388 ± 0.036	<sup>4</sup> CARRASCO	14 LATT ERK scheme

b

$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$   
 Charge =  $-\frac{1}{3} e$  Bottom :

---

**b-QUARK MASS**

MS MASS (GeV)	IS MASS (GeV)	DOCUMENT ID
<b>4.18 ± 0.04</b>	<b>OUR EVALUATION</b>	of MS Mass. See the ideogram below.
YOUR DATA	4.197 ± 0.022	4.671 ± 0.024
	4.183 ± 0.037	4.656 ± 0.041
		<sup>1</sup> KIYO
		<sup>2</sup> ALBERTI
		15

2. 研究の目的

以下の研究を順次遂行すること。

- (1) Wilson 係数の摂動計算からリノーマロンを除去する方法の理論的理解を進め、定式化をより確実にする。OPE とファインマン振幅の漸近展開則との関係、ループ積分から定義される有効結合定数の重み関数の解析関数への拡大に関して、背後にある理論的な意味づけを明らかにする。
- (2) この定式化に基づき、QCD ポテンシャルの摂動 QCD 計算と格子 QCD 計算との詳細な比較から、 $s$  の高精度決定を実行する。
- (3) 同様の方法をクォークoniumスペクトルに対して適用して、mc と mb を高精度決定する。

3. 研究の方法

まず概略は以下のとおりである。(1)OPE におけるリノーマロン除去の理論的定式化をより確実なものとする。(2)QCD ポテンシャルの格子 QCD 計算と摂動 QCD 計算を詳細に比較し、 $s$  決定の解析方法の詳細を詰める。系統誤差の要因を調べる。(3) 開発した方法を用いてまず  $s$  を決定する。(4) クォークonium・スペクトルを使って mb, mc を決定するための解析方法を詰める。(5)実際に適用して mb, mc を決定する。(6)更に定式化を一般化できれば、QCD ポテンシャル以外の物理量を使って  $s$  決定を試みる。

詳細については以下のようなになる。まず、OPE におけるリノーマロン除去の理論的定式化は、1つのスケール  $Q^2$  のみに依存する任意の物理量については、large- $0$  近似 (leading log 近似に近い) の範囲内で定式化が完成していた。QCD ポテンシャルのみは、large- $0$  近似を超えて摂動の全次数での定式化が出来ていて、実際に(1)摂動 QCD 計算に 3 次補正 + 繰り込み群による log の足し上げ、(2) 格子 QCD 計算にクエンチ近似 + 連続極限での結果、(3)OPE に potential NRQCD 有効理論での多重極展開、をそれぞれ用いて高精度で整合性と収束性を確かめた。リノーマロンを除去する方法は、ループ積分から定義される有効結合定数の重み関数を複

素エネルギー面上に解析接続して、UV と IR の寄与を pole の寄与として分離・抽出している。以前の定式化の不十分な点は、(a) QCD ポテンシャルの場合には重み関数が簡単で摂動の全次数で同定できるが、一般の物理量の場合 large- $0$  近似を超えた系統的な重み関数の構成法が分からない、(b) このリノーマロンの除去法は無数の可能性の内一つのスキーム (処方箋) に過ぎないのではな いか、ということである。(a)については現時点で確実な解決方法は分かっていないが、(b) についての解決策が (a) の解決策にもつながると期待がある。

上記の研究と並行しながら以下の研究を行なう。QCD ポテンシャルを用いて  $s$  を決定する際の誤差要因を網羅的に調べて、解析方法の詳細を定める。上述の通り既にクエンチ近似では成功している。まず現実的なクォーク質量が入った場合の拡張点を述べる。私は格子計算の予備的な結果 -  $u, d$  クォークがかなり軽いはまだ現実的な質量までは達していない場合の数パターンのデータ - を貰っている。摂動計算及び格子計算データのクォーク質量依存性をそれぞれ調べて、更に両者を比較しながら、格子データをどの程度の誤差でどのように現実的な質量まで外挿できるのかを詳細に検討する。他には、近距離での情報が重要になるので格子データは連続極限を取ってもらう必要がある。その場合の誤差もきちんと把握する。特に各データ点の間の誤差相関をきちんと理解することが重要である。様々な誤差要因を精査して conservative に誤差評価をする予定である。これは必ずしも全ての理論研究者が行なっていることではないが、経験上十年後にも信頼できる物理定数の決定をするためには必要な事だと考える。

上記の誤差要因を考慮して  $\chi^2$  fit によって  $s(M_Z)$  と非摂動行列要素 ( $r^2$  に比例する non-local gluon condensate) を同時に定める。予想される誤差については、一般に、近距離側のデータを多く使って比較すれば摂動 QCD にとって有利に働き、遠距離側では格子 QCD 計算に有利に働くので、その間の最適な領域を探ることになる。つまり、それぞれが含んでいる誤差の大きさに応じて適切に  $r$  の領域を選べる自由度があることが重要である。リノーマロンの除去は IR 側での摂動 QCD の収束性を改善するので、領域をより格子計算側に有利な遠距離へ取れるということになる。

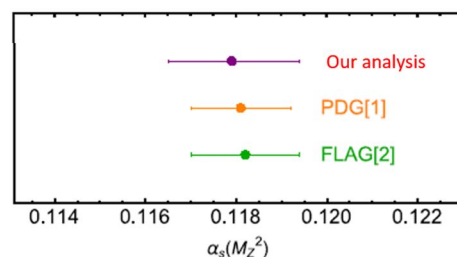
続いてクォークonium・スペクトルから  $m_c, m_b$  を決定する場合に、リノーマロンを取り除いて決定精度を上げる。これまでに私が行なったスペクトルの 2 次補正と 3 次補正計算の比較から、 $m_c$  と  $m_b$  決定においては QCD ポテンシャルのリノーマロン不定性が主要な誤差要因となっていることが分かっている。クォークoniumの束縛エネルギーの主要部分は QCD ポテンシャルの期待値として表されるので、その部分からはリノーマロンを系統的に ( $r$  展開の高次まで) 取り除くことがこの課題以前に終了している。これだけでもリノーマロンに起因する主要な誤差は取り除かれる。更に、もし定式化の改良によって(a)の問題が解決できていれば、QCD ポテンシャル以外に起因するリノーマロンも系統的に取り除ける。現時点ではどこまでできるかは不明確だが、たとえ (a) の問題が解決できない場合でも相当の精度の改善が見込まれる。(リノーマロン不定性が無視できるようになれば、現在の誤差 に対してオーダー  $\alpha_s \approx 0.2-0.3$  程度に誤差が縮小すると見積もられる。) 更には、もし(a)の問題が解決できて QCD ポテンシャル以外の物理量を使っても実践的に高精度で リノーマロンの除去が可能となれば、それを用いて別の  $s$  決定を試みる。そうでなければ引き続き (a) の問題の解決策を模索する。

#### 4. 研究成果

(1) QCD ポテンシャルの演算子積展開 (OPE) に基づく理論計算と格子計算の比較により強い相互作用の結合定数  $s$  を精密決定する研究が完成した。(その結果をまとめた論文は学術誌 Physics Letters 及び JHEP に掲載された。)

この計算では、OPE の枠組みの中で Wilson 係数から IR リノーマロンを除去することによって摂動計算の不定性を除き、同時に非摂動行列要素からもリノーマロン不定性を除いた。格子計算は JLQCD

Collaboration から最新の計算結果の提供を受けた。(これは現在日本で手に入る最も良質の計算結果である。) 理論計算の有効領域を IR 側に拡大し、また稠密な格子を用いたシミュレーション計算の結果を使うことによって、理論計算と格子計算の両方が有効な matching 領域を、従来の同様の計算と比べて格段に広げること成功した。その結果、信頼性の高い良質な  $s$  の精密決定を行なうことができた。 $s(M_Z)$  の精度としては相対精度 1.3% となり、単独決定で、現在の Particle Data Group の平均値の相対精度 1.0% に迫る結果となっている。(誤差の範囲内で結果はよく一致している。) また新しい理論的な枠組みを開発したことにより、これまでに計算された如何なる物理量と比較しても、格子計算結果と OPE+摂動 QCD の計算結果がここまできれいに広いスケール領域で一致する例はなかった。この結果の応用範囲は広いと考えられる。 $s$  を様々な理論予言のインプット・パラメータとして用いることができるだけでなく、リノーマロンを除去した OPE という新しい方法とその有効性を示したことで、他の物理量の予言にも応用が期待できる。



(2)これまでの研究において、系統的に subleading まで含めたリノーマロンを取り除く方法を、QCD ポテンシャル以外の物理量に一般化する部分の難度が高く、時間が掛かった。(約 10 年。)リノーマロン不定性をボレル平面上の discontinuity に沿った積分として表し、フーリエ変換と解析接続を使うことで、「Contour deformation 処方」に使うための積分核を構成できることに最近気がついた。この課題を解決できたことが鍵となった。現在はこの研究成果を整理して、理論的に整備された形で発表する準備をしている。その予備的な解析結果は指導学生の修士論文にまとめられた。(その修士論文は東北大学物理学専攻賞を受賞した。)この一般化された方法は以下のものである。まず我々が過去の研究成果で構成した「Contour deformation 処方」がベースとなっている。物理量の OPE において、leading の Wilson 係数に対する 1 変数積分表示が存在して、その被積分関数に含まれるリノーマロンが suppress されていることが必要である。そうならなければ、繰り込み群 improvement と積分路変形によって、スケールの分離と大きなスケール比の逆数に関する漸近展開を、通常の Feynman ダイアグラムの expansion-by-regions 法による漸近展開と同様にできる。問題はこのような 1 変数積分表示の存在が予見困難だったことにある。今回フーリエ変換を使うことでこの問題を一般的に解決できることを見出した。つまり、当初は物理量ごとの詳細な(ミクロな)構造分析をしない限り、リノーマロンを分離・suppress して漸近展開を構成することが困難であると予想されたが、実は詳細によらずに漸近展開を実行可能であることが明らかになった。

現在この方法を幾つかの物理量に応用して、 $m_b$ ,  $m_c$  を含む複数の基礎物理定数を決定する研究を行なっている段階である。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 6件）

1. 著者名 H. Takaura, T. Kaneko, Y. Kiyo, Y. Sumino	4. 巻 B789
2. 論文標題 Determination of $\alpha_s$ from static QCD potential with renormalon subtraction	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physics Letters	6. 最初と最後の頁 598-602
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.physletb.2018.12.060	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 H. Takaura, T. Kaneko, Y. Kiyo, Y. Sumino	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 Determination of $\alpha_s$ from static QCD potential: OPE with renormalon subtraction and Lattice QCD	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics (JHEP)	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP04(2019)155	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Yoshio Fujitani, Yukinari Sumino	4. 巻 B779
2. 論文標題 Probing Higgs self-coupling of a classically scale invariant model in $e^+e^- Z\gamma\gamma$ : Evaluation at physical point	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Physics Letters	6. 最初と最後の頁 46-51
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.physletb.2018.01.067	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Matthias Berwein and Yukinari Sumino	4. 巻 B799
2. 論文標題 Perturbative static quark potential in Maximal Abelian gauge	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physics Letters	6. 最初と最後の頁 135014, 1-5
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.physletb.2019.135014	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Yuuki Hayashi, Yukinari Sumino	4. 巻 B795
2. 論文標題 UV contributions to energy of a static quark-antiquark pair in large beta-0 approximation	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physics Letters	6. 最初と最後の頁 107-112
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.physletb.2019.05.049	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Particle Data Group (M. Tanabashi, et al.)	4. 巻 D98
2. 論文標題 Review of Particle Physics	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Physical Review	6. 最初と最後の頁 030001, 1-1898
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.98.030001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

[学会発表] 計6件 (うち招待講演 4件 / うち国際学会 5件)

1. 発表者名 Hiromasa Takaura
2. 発表標題 Determination of $\alpha_s$ from static QCD potential with renormalon subtraction
3. 学会等名 alphas 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiromasa Takaura
2. 発表標題 Determination of $\alpha_s$ from static QCD potential with renormalon subtraction
3. 学会等名 KEKPH2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshio Fujitani
2. 発表標題 e+e- Zhhによる古典的スケール不変な模型のヒッグス三点結合の探索
3. 学会等名 日本物理学会第73回年次大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yukinari Sumino
2. 発表標題 s determination from static potential: OPE with renormalon subtraction and lattice QCD
3. 学会等名 QWG2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yukinari Sumino
2. 発表標題 Top-quark mass and Yukawa coupling
3. 学会等名 Higgs Couplings 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yukinari Sumino
2. 発表標題 Precision b-quark mass determination
3. 学会等名 LCWS2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----