

令和 3 年 6 月 4 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2020

課題番号：17K05417

研究課題名(和文)マトリックスモデルを用いたラージN質量スペクトルの研究

研究課題名(英文)Study of large N mass spectrum using matrix model

研究代表者

大川 正典 (Okawa, Masanori)

広島大学・先進理工系科学研究科(理)・名誉教授

研究者番号：00168874

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：アジョイントフェルミオンを含むSU(N)ゲージ理論のラージN極限での質量スペクトルを、ツイストされた時空縮約マトリックスモデルの数値シミュレーションによって非摂動的に研究した。理論のダイナミクスは、含まれるアジョイントフェルミオンのフレーバー数 N_f に強く依存する。実際 $N_f=0$ および1の理論は閉じ込め(コンファインメント)理論、 $N_f=2$ の場合は赤外固定点を持つコンフォーマル理論、また $N_f=1/2$ の理論はスーパーシメトリックな理論である。質量スペクトルの非摂動的計算を通して、理論のダイナミクスの詳細を系統的に調べた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近年、アジョイント表現に属するフェルミオンを伴うSU(N)非可換ゲージ理論に大きな関心が持たれている。その理由の一つに、AdS/CFT対応がある。これによると、4次元超対称ゲージ理論のラージN極限と、Anti de Sitter時空を背景にもつ超重力理論が対応している。従来、AdS/CFT対応による定量的な研究は、古典解が使える重力理論からのものが主流であった。本研究によりマトリックスモデルを用いた強結合理論からのアプローチの道が開け、ラージNゲージ理論の非摂動的な研究が定量的に行えるようになった。

研究成果の概要(英文)：Mass spectrum of large N SU(N) gauge theory with adjoint fermion has been studied nonperturbatively by means of the numerical simulation of the twisted space-time reduced matrix model. The dynamics of the gauge theory depends strongly on the number N_f of the adjoint fermion. Indeed, theories with $N_f=0$ and 1 are confining, whereas $N_f=2$ theory is a conformal theory. N_f can take half-integer, and $N_f=1/2$ theory is supersymmetric. We have calculated meson mass spectrum nonperturbatively, and made systematic study of the dynamics of large N gauge theories.

研究分野：素粒子理論

キーワード：マトリックスモデル ラージN理論 中間子質量スペクトル

1. 研究開始当初の背景

近年、アジョイント表現に属するフェルミオンを伴う $SU(N)$ 非可換ゲージ理論に大きな関心が持たれている。その理由の一つに、AdS/CFT 対応がある。これによると、4次元超対称ゲージ理論と、Anti de Sitter 時空を背景にもつ5次元超弦理論が対応している。特にゲージ理論でラーゼ N 極限をとると、対応する5次元の理論は古典的超重力理論となる。一般に $SU(N)$ 非可換ゲージ理論は複雑な構造を持っているが、 N を無限に持っていた極限で、4次元格子上で定義された $SU(N)$ 格子ゲージ理論は、時空の自由度を持たないマトリックスモデルと同等になり、構造が簡素化されることが Gonzalez-Arroyo と大川の研究により明らかになっている。アジョイントフェルミオンを持つラーゼ N ゲージ理論も、マトリックスモデルでの研究ができ、大規模数値シミュレーションにより非摂動的な解析ができると期待される。

2. 研究の目的

$SU(N)$ 非可換ゲージ理論のダイナミクスは、含まれるアジョイントフェルミオンのフレーバー数 N_f に強く依存する。実際 $N_f=0$ および 1 の理論は閉じ込め (コンファインメント) 理論、 $N_f=2$ の場合は赤外固定点を持つコンフォーマル理論、また $N_f=1/2$ の理論はスーパーシンメトリックな理論だと考えられている。本研究の目的は、ラーゼ N 理論の質量スペクトルをマトリックスモデルを用いて計算し、これを通して理論のダイナミクスの詳細を系統的に調べることである。

3. 研究の方法

アジョイントフェルミオンを持つラーゼ N 行列理論の作用は

$$S = bN \sum_{\mu \neq \nu=1}^4 \text{Tr}[Z_{\mu\nu} U_\mu U_\nu U_\mu^\dagger U_\nu^\dagger] + \sum_{j=1}^{N_f} \text{Tr}[\bar{\Psi}^j D_w \Psi^j]$$

で与えられる。ここで U_μ はゲージ場を表す4つの $SU(N)$ 行列であり、 b はゲージ相互作用の結合定数である。 Ψ^j はアジョイントフェルミオンを表す N_f 個のグラスマン数である。 D_w はフェルミオンの作用行列であり、フェルミオン質量 m_q に依存している。フェルミオンの無い理論で $Z_{\mu\nu}=1$ としたものが、江口・川合によって提案されたマトリックスモデルであるが、弱結合相対理論の持つ $Z(N)$ 対称性が破れてしまい通常の理論との対応は失われてしまう。理論にツイスト境界条件を課し $Z_{\mu\nu} \neq 1$ とすると、 $Z(N)$ 対称性は破れなくなる。アジョイントフェルミオンを導入することにより、 $Z_{\mu\nu}=1$ の理論でも、 $Z(N)$ 対称性は破れなくなるが、非常に大きな N 依存性を持ってしまい実用上役に立たない。この困難もツイストされたマトリックスモデル $Z_{\mu\nu} \neq 1$ を考えることにより回避できる。

具体的には L を正の整数とし、 $SU(N=L^2)$ 群を考え

$$Z_{\mu\nu} = \exp(2\pi i k / L), \quad Z_{\nu\mu} = Z_{\mu\nu}^*, \quad \mu < \nu$$

とする。 k は L と互いに素な整数である。ツイストされた時空縮約モデルの最も大きな特徴は、通常の格子理論との対応がはっきりしていることである。実際、 $N=L^2$ とした行列理論は、格子体積が $V=L^4$ の通常の格子ゲージ理論と、 $O(1/N^2)$ の補正を除き同等である。アジョイントフェルミオンを含む行列理論の研究は、おもに $N=289(L=17)$ で行われ、これは通常の格子理論で格子体積が $V=17^4$ のシミュレーションを行ったことに対応する。

4. 研究成果

(1) 中間子質量の研究

ハドロン質量の計算は、格子上の場の理論に課せられた最も基本的かつ重要な課題であるが、最近までマトリックスモデルを用いたハドロン相関関数の計算はできなかった。その理由は明らかであり、ハドロンの相関関数は4次元時空に広がりを持つ物理量であり、時空の自由度を持たないマトリックスモデルで如何に相関関数を計算するか指針がなかったからである。Gonzalez-Arroyo と大川は、4次元的に広がりをもつ実空間相関関数を直接計算する代わりに、まず運動量空間での2点相関関数を求め、フーリエ変換により実空間相関関数を求める方法を確立した。

具体的には、 γ_A および γ_B チャネルの中間子の実空間相関関数 $C(n_0)$ は、以下で与えられる。

$$C(n_0) = \sum_{p_0} e^{-ip_0 n_0} \text{Tr}[\gamma_A G(p_0) \gamma_B G(0)]$$

ここで、 $G(p_0)$ は基本表現に属するクォークの運動量空間でのプロパゲーターである。

$$G(p_0) = \left[1 - \kappa \sum_{\mu} (1 - \gamma_{\mu}) e^{ip_0 \delta_{\mu 0}} U_{\mu} \Gamma_{\mu}^* + \kappa \sum_{\mu} (1 + \gamma_{\mu}) e^{-ip_0 \delta_{\mu 0}} U_{\mu}^{\dagger} \Gamma_{\mu} \right]^{-1}$$

Γ_μ は $\Gamma_\mu \Gamma_\nu = Z_{\nu\mu} \Gamma_\nu \Gamma_\mu$ を満たす 4 個の $L \times L$ 行列、 κ はフェルミオンの質量を表すパラメータである。

実際の計算では、独立なゲージ配位 U_μ を千個程度用意し、各々のゲージ配位に対して、中間子の相関関数を求め、ゲージ配位についての平均をとる。また励起状態からの寄与を抑制し、クリーンなシグナルを求めるために、スメアリング法というテクニックを用いる。

$N_f=0$ の理論はコンファインメント理論であると考えられている。カイラル対称性は自発的に破れており、カイラル極限 $m_q \rightarrow 0$ で π 中間子の質量 m_π は 0 になるが、 ρ 中間子の質量 m_ρ は有限にとどまり、結果として m_π / m_ρ は 0 になると期待される。図 1 に m_π の 2 乗と m_ρ をフェルミオン質量 m_q の関数として、ゲージ結合定数が $b=0.36$ のときに示した。質量はすべて弦定数 σ で割り無次元化してある。予想通り、カイラル極限に近づくと、 m_π は 0 になるが、 m_ρ は有限になっている。この結果はゲージ結合定数を 1 つに固定した計算結果であるが、連続理論での物理量を得るために、ゲージ結合定数を変えながら中間質量を求める計算も行った。研究結果は Journal of High Energy Physics (JHEP04(2021)230) に公表済みである。

$N_f=2$ の理論は $N_f=0$ の理論と異なり、コンフォーマル理論であると考えられている。コンフォーマル理論では、フェルミオン質量 m_q を 0 に持って行ったとき、すべての質量次元をもつ物理量は同じ割合で 0 になり、 m_π / m_ρ はカイラル極限で有限の値になる。図 2 に m_π / m_ρ をフェルミオン質量 m_q の関数として示した。確かに、 m_π / m_ρ はカイラル極限 $m_q \rightarrow 0$ に近づいても有限の値を持っている。

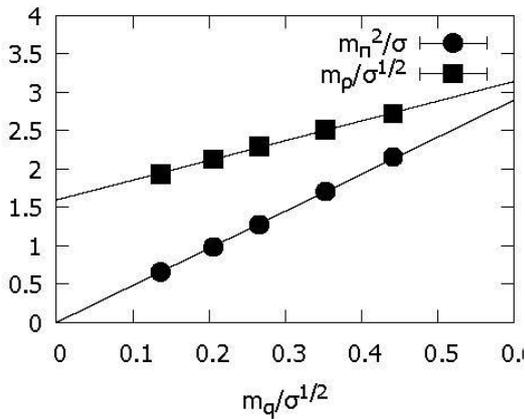


図 1

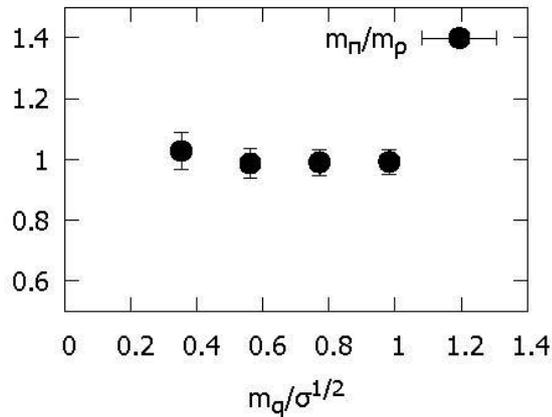


図 2

(2) $N_f=1/2$ の理論の研究

ディラックフェルミオンの $N_f=1/2$ は、1 個のマヨラナフェルミオンに対応している。この理論はスーパーシンメトリックであり、弦理論との強い関係もあり理論的に非常に重要である。ディラックフェルミオンの場合、フェルミオン作用行列の行列式の評価が必要であるのに対し、マヨラナフェルミオンの場合には、反対称フェルミオン作用行列の Pfaffian (パフィアン) を評価する必要がある。パフィアの効率的な計算方法は石川との共同研究ですでに確立済みであり $N_f=1/2$ のアジョイントフェルミオンの動的効果を取り入れたゲージ配位の生成をおこなった。

(3) 摂動の高次効果の研究

近年、リサージェンス理論等の発展により、場の理論の非摂動論的效果と摂動論の高次効果の間に関係があることが明らかになっている。マトリックスモデルにおいてもこの問題は重要であり、摂動の高次効果を効率よく計算する数値的アルゴリズムの研究を行った。研究結果は Journal of High Energy Physics (JHEP06(2019)127) に公表済みである。

(4) 2次元カイラル理論の研究

2次元のラージ N カイラル理論の相構造の研究を、マトリックスモデルの数値シミュレーションにより行った。研究結果は Journal of High Energy Physics (JHEP06(2018)158) に公表済みである。

(5) 2+1次元ゲージ理論の研究

2+1次元のラージ N ゲージ理論のグルーボールの非摂動論的研究を、マトリックスモデルを用いて行った。研究結果は Journal of High Energy Physics (JHEP07(2018)169) に公表済みである。

(6) 摂動論によるウィルソンループの研究

マトリックスモデルの摂動論を用いて、ラージ N ゲージ理論のウィルソンループを相互作用の 4 次までで計算する研究を行った。研究結果は Journal of High Energy Physics (JHEP10(2017)150) に公表済みである。

(7) $SU(3)$ 純ゲージ論の Λ パラメーターの研究

ツイストされたグラディエントフロー法を用いて、 $SU(3)$ 純ゲージ論の Λ パラメーターを非摂動論的に決定した。研究結果は Journal of High Energy Physics (JHEP12(2017)067)に公表済みである。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 5件/うちオープンアクセス 6件）

1. 著者名 M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa	4. 巻 4
2. 論文標題 Meson spectrum in the large N limit	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 230
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP04(2021)230	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 A. Gonzalez-Arroyo, I. Kanamori, K-I. Ishikawa, K. Miyahana, M. Okawa, R. Ueno	4. 巻 6
2. 論文標題 Numerical stochastic perturbation theory applied to the twisted Eguchi-Kawai model	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 127
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP06(2019)127	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa	4. 巻 6
2. 論文標題 The two-dimensional twisted reduced principal chiral model revisited	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 158
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP06(2018)158	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo, M. Koren, M. Okawa	4. 巻 7
2. 論文標題 The spectrum of 2+1 dimensional Yang-Mills theory on a twisted spatial torus	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 169
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP07(2018)169	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo, M. Okawa	4. 巻 10
2. 論文標題 Perturbative contributions to Wilson loops in twisted lattice boxes and reduced models	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 150
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP10(2017)150	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 K-I Ishikawa, I. Kanamori, Y. Murakami, A. Nakamura, M. Okawa, R. Ueno	4. 巻 12
2. 論文標題 Non-perturbative determination of the β -parameter in the pure SU(3) gauge theory from the twisted gradient flow coupling	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 67
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP12(2017)067	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
スペイン	Instituto de Fisica Teorica UAM-CSIC	Departamento de Fisica Teorica	Universidad Autonoma de Madrid	
ドイツ	ドイツ電子シンクロトロン研究 所			